

УДК 629.4.015:625.1.03

## Анализ зоны контакта железнодорожного колеса и рельса

С. В. Кротов<sup>1</sup>, Д. П. Кононов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Ростовский государственный университет путей сообщения, Российская Федерация, 344038, Ростов-на-Дону, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, 2

<sup>2</sup> Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Российская Федерация, 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., 9

**Для цитирования:** Кротов С. В., Кононов Д. П. Анализ зоны контакта железнодорожного колеса и рельса // Известия Петербургского университета путей сообщения. — СПб.: ПГУПС, 2022. — Т. 19. — Вып. 2. — С. 221–231. DOI: 10.20295/1815-588X-2022-2-221-231

### Аннотация

**Цель:** Исследование напряжений на поверхности контакта при взаимодействии железнодорожного колеса и рельса от нормального давления и касательных усилий при наличии зон сцепления и скольжения разных размеров. **Методы:** Приведены и используются для расчетов формулы для эквивалентных и касательных напряжений для плоской деформации и плоского напряженного состояния. Особое внимание уделено исследованию напряженного состояния в пограничных точках контакта цилиндров, для чего параметры рассчитаны в точках поверхности контакта на границе между зонами скольжения и сцепления.

**Результаты:** Выполнено исследование распределения эквивалентных напряжений в зоне их максимальных значений, установлена зависимость от коэффициента трения. Показано распределение напряжений на поверхности контакта ведущего цилиндра от нормального давления и от контактных касательных усилий при наличии зон сцепления и проскальзывания для различных соотношений между ними. Полученные результаты выявили рост напряжений на границах участков скольжения и сцепления, влияние отсутствия касательных усилий или наличия полного проскальзывания. **Практическая значимость:** Данные позволяют точнее прогнозировать снижение контактно-усталостной долговечности образцов и могут быть полезны при исследовании появления микротрещин колеса или рельса при их взаимодействии. Физическое моделирование при взаимодействии тел качения, таких как рельс и колесо, которое выполняется при актуальных нагрузках, скоростях взаимодействия, различных коэффициентах трения, при скольжении или сцеплении с определенной достоверностью воссоздает действительные условия взаимодействия колеса и рельса, а результаты помогают прогнозировать надежность пары колесо — рельс на железнодорожном транспорте.

**Ключевые слова:** Напряженное состояние, эквивалентное напряжение, касательное напряжение, коэффициент трения.

## Введение

Известно [1–5], что на поверхности контакта двух цилиндров возникает сложное напряженно-деформированное состояние, требующее тщательного изучения. Это очевидно вследствие того, что при длительном взаимодействии тел при качении с трением возникают всевозможные дефекты — это и трещины и выкрашивания, смещение металла и т. д., которые могут приводить к серьезным последствиям. В частности, говоря о контакте таких тел, мы имеем в виду моделирование взаимодействия пары колесо — рельс. Поэтому существует и значительно развит аналитический аппарат для изучения вопросов, связанных с контактными задачами, но в последнее время на помощь исследователям приходят всевозможные расчетные комплексы, помогающие в моделировании процессов взаимодействия тел качения [6–15].

При компьютерном моделировании учитываются и геометрические, и физические нелинейности материалов тел качения, скорость, усталостные характеристики, можно учесть и динамические параметры.

Очевидно и то, что физическое моделирование при взаимодействии тел качения, таких как рельс и колесо, которое выполняется при актуальных нагрузках, скоростях взаимодействия, различных коэффициентах трения, при скольжении или сцеплении и т. п., весьма информативно. Эти исследовательские процессы с определенной достоверностью воссоздают действительные условия взаимодействия колеса и рельса, а результаты помогают прогнозировать надежность пары колесо — рельс на железнодорожном транспорте.

## Напряжения на поверхности контакта

При классическом аналитическом подходе к рассмотрению проблемы взаимодействия в контакте двух тел исследуются составляющие напряженно-деформированного состояния с учетом

геометрии контакта, и это является традиционно важным.

В предыдущих трудах [4, 6, 7, 10] мы уделяли всестороннее внимание рассмотрению напряженно-деформированного состояния при контакте двух тел качения, и поэтому будем пользоваться ранее полученными результатами. На их основе построено распределение напряжений на поверхности контакта ведущего цилиндра от нормального давления  $P$  и от контактных касательных усилий при наличии зон сцепления и проскальзывания (для различных соотношений между ними). Поскольку напряжения  $\sigma_x^q$  и  $\tau_{xz}^q$  в несколько раз меньше максимальных значений напряжения  $\sigma_x^p = \sigma_z^p$ , то точка с наибольшим эквивалентным напряжением будет располагаться около центра пятна контакта, а именно на границе зон сцепления и проскальзывания, то есть при  $x = c$ .

В зоне сцепления ( $x \geq c$ ) упругая деформация ведущего колеса сопровождается возникновением нормальных напряжений, подчиненных закону Гука. С учетом этого запишем:

$$\begin{aligned}\sigma_x^q &= E_{\text{пд}} \epsilon_x = E_{\text{пд}} \left(1 - \frac{vx}{2}\right) = \\ &= f \frac{\beta E a}{4} \left(1 + \frac{c}{a}\right) = f P_0 \left(1 + \frac{c}{a}\right).\end{aligned}\quad (1)$$

Касательные напряжения в зоне сцепления определяются формулой:

$$q_0^H = q_0 \frac{a_1}{a} = f P_0 \frac{a - c}{2a},$$

которую можно привести к виду:

$$\tau_{xz}^q = q_{\text{зсц}} = f P_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} - \sqrt{\frac{x}{a} \left(1 + \frac{c}{a}\right) - \frac{x^2}{a^2} - \frac{c}{a}}.\quad (2)$$

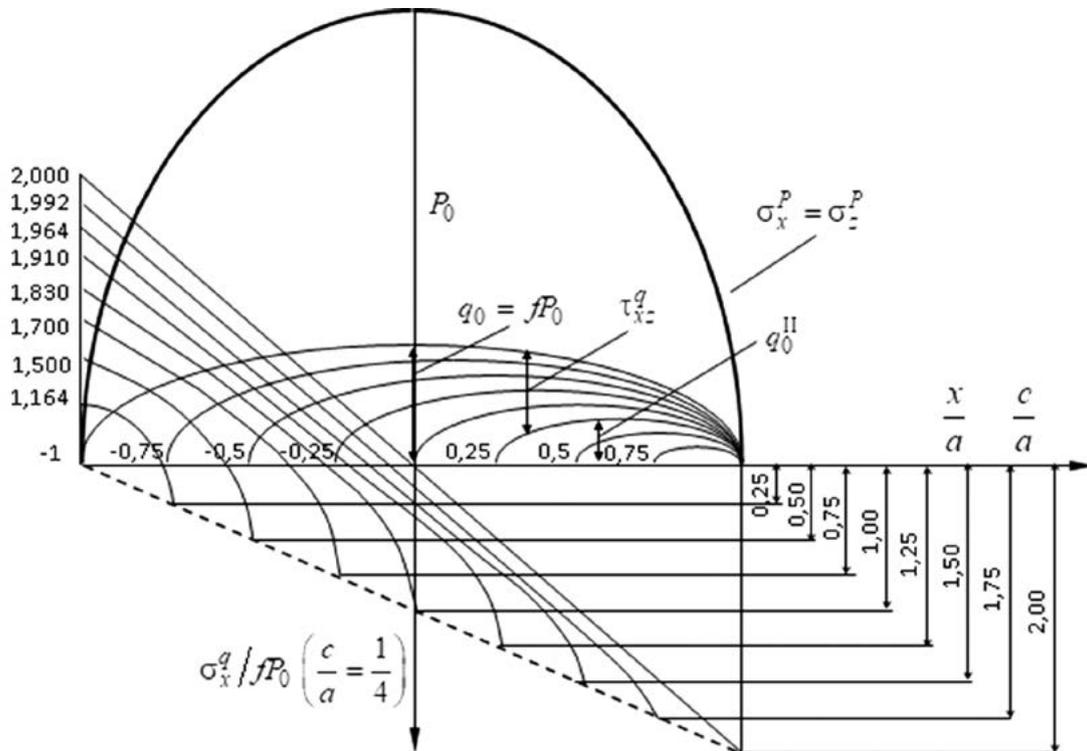


Рис. 1. Напряжения на поверхности контакта ведущего цилиндра от нормального давления и касательных усилий при наличии зон сцепления разной длины

Используя соотношения [2, 3], умножая линейную деформацию от контактных касательных усилий на  $E_{плд} = fP_0$ , получим формулу для нормальных напряжений зоне скольжения ( $x \leq c$ ):

$$\sigma_x^q = fP_0 \left[ -\left(1 + \frac{c}{a}\right) + 2\sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \frac{x}{a}\left(1 + \frac{c}{a}\right) + \frac{c}{a}} \right]. \quad (3)$$

Полагая в них  $x = c$  и вводя обозначение

$$\frac{x = c}{a} = U,$$

получаем для напряжений в пограничной точке такие выражения:

$$\begin{aligned} \sigma_x^q &= -fP_0(1+U); \\ \tau_{xz}^q &= fP_0\sqrt{1-U^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Подставим их в формулу для эквивалентных напряжений для плоской деформации:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{плд}} &= (1-2\nu) \left( P_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \pm \frac{\sigma_x^q}{2} \right) + \\ &+ \sqrt{\left( \frac{\sigma_x^q}{2} \right)^2 + (\tau_{xz}^q)^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Для плоского напряженного состояния:

$$\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{пнс}} = \left( P_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \pm \frac{\sigma_x^q}{2} \right) + \sqrt{\left( \frac{\sigma_x^q}{2} \right)^2 + (f_{xz}^q)^2}. \quad (6)$$

Будем иметь для пограничной точки:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{плд}}}{P_0} &= (1-2\nu) \left[ \sqrt{1-U^2} \pm f \frac{1+U}{2} \right] + \\ &+ \frac{f}{2} \sqrt{(1+U)^2 + 4(1-U^2)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Для последующего анализа и вычислений перепишем (7) в таком виде:

$$\frac{2\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{пл}}}{fP_0} = (1-2\nu) \left[ \frac{2}{f} \sqrt{1-U^2} \pm (1+U) \right] + \sqrt{(1+U)^2 + 4(1-U^2)} = (1-2\nu)A + B.$$

$$\text{Слагаемое } A \text{ в опасной точке } U^x = \frac{f}{\sqrt{4+f^2}}$$

достигает своего максимума, равного при  $f = 0,15$ :

$$A_{\text{max}} = \frac{\sqrt{4+f^2}}{f} \pm 1 = \begin{cases} 14,371 \\ 12,371 \end{cases}$$

Слагаемое  $B$  в этой же точке равно  $B = 2,266$ ,

тогда как при  $U_0 = \frac{1}{3}$  его значение максимально

$$B_{\text{max}} = 2,309.$$

При малой разнице между этими значениями слагаемого  $B$  с небольшой погрешностью можно принять, что максимум эквивалентного напряжения (7) будет в точке:

$$x = c = \pm \frac{af}{\sqrt{4+f^2}} \approx \pm \frac{a}{2}f,$$

то есть приближенно в два раза ближе к центру, чем при полном скольжении. При  $f = 0,15$  и  $\sigma_x^q < 0$ :

$$\frac{\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{пл}}}{P_0} = \frac{0,15}{2} [(1-2 \cdot 0,3) \cdot 14,371 + 2,266] = 0,602;$$

$$\frac{\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{пнс}}}{P_0} = \frac{0,15}{2} [14,371 + 2,266] = 1,248.$$

В случае  $\sigma_x^q > 0$  получаем соответственно 0,541 и 1,098. Таким образом, на границе между зонами сцепления и скольжения у ведущего

цилиндра эквивалентного напряжения примерно на 8 % больше, чем при полном проскальзывании. Однако этот вывод справедлив при коэффициенте крипа:

$$\nu_x = \frac{\nu_{\text{пр}}}{2} (1+U^x) = 0,538\nu_{\text{пр}}.$$

Определенной величине коэффициента крипа

$$\nu_x \text{ соответствует лишь одно значение } \frac{c}{a} = U,$$

принятое нами выше.

Учитывая приближенность определения максимума  $\sigma_{\text{ЭКВ}}$ , были выполнены его вычисления при  $f = 0,15$  непосредственно по формуле (7)

для различных отношений  $U = \frac{c}{a}$ . Результаты

приведены в табл. 1, а их графическое изображение представлено на рис. 2. При этом две верхние кривые предназначены для плоского напряженного состояния, а две нижние — для плоского деформированного состояния.

Для плоского напряженного состояния в формуле (7) было принято  $\nu = 0$ . Графики подтверждают правильность приближенного анализа как о величине максимального  $\sigma_{\text{ЭКВ}}$ , так и о месте его расположения. Вблизи максимума в интервале  $\nu_x = (0,4-0,65)\nu_{\text{пр}}$  напряжения изменяются весьма незначительно. Максимум  $\sigma_{\text{ЭКВ}}$  у ведомого цилиндра имеет место при малых отрицательных  $c/a$ , то есть при более низких значениях коэффициента крипа. Различие в величине  $\sigma_{\text{ЭКВ}}$  у тонких дисков и длинных цилиндров при качении с проскальзыванием снижается примерно до двух раз, по сравнению с контактом без трения, составляющим 2,5 раза.

С увеличением коэффициента трения  $f$  эквивалентное напряжение (7) существенно возрастает. Так, при  $f_{\text{пнс}} = 0,3$  максимум  $\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{пл}} = 0,807P_0$  (для

ТАБЛИЦА 1. Значение  $\frac{\sigma_{\text{экв}}}{P_0}$  в точках  $x = 0$  на границе между зонами сцепления и скольжения при  $f = 0,15$

$U = \frac{x-c}{a}$	1	0,5	0,24	0,18	0,12	0,06	0	-0,1	-0,1	-0,2	-0,2	-0,5	-0,9
$\frac{V_x}{V_{\text{пр}}} = \frac{1+u}{2}$	1	0,75	0,62	0,59	0,56	0,53	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	0,1
$\frac{\sigma_{\text{экв}}^{\text{пр}}}{P_0} \quad \sigma_x < 0 \quad \frac{\sigma_{\text{экв}}^{\text{пнс}}}{P_0}$	0,3	0,56	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,2
	0,3	1,15	1,237	1,24	1,25	1,25	0,24	1,2	1,2	1,2	1,2	1,0	0,6
$\frac{\sigma_{\text{экв}}^{\text{пр}}}{P_0} \quad \sigma_x^q > 0 \quad \frac{\sigma_{\text{экв}}^{\text{пнс}}}{P_0}$	0,3	0,47	0,52	0,53	0,53	0,54	0,54	0,5	0,5	0,5	0,5	0,8	0,24
	0,3	0,93	1,05	1,07	1,08	1,09	1,09	1,9	1,9	1,1	1,1	1,0	0,49

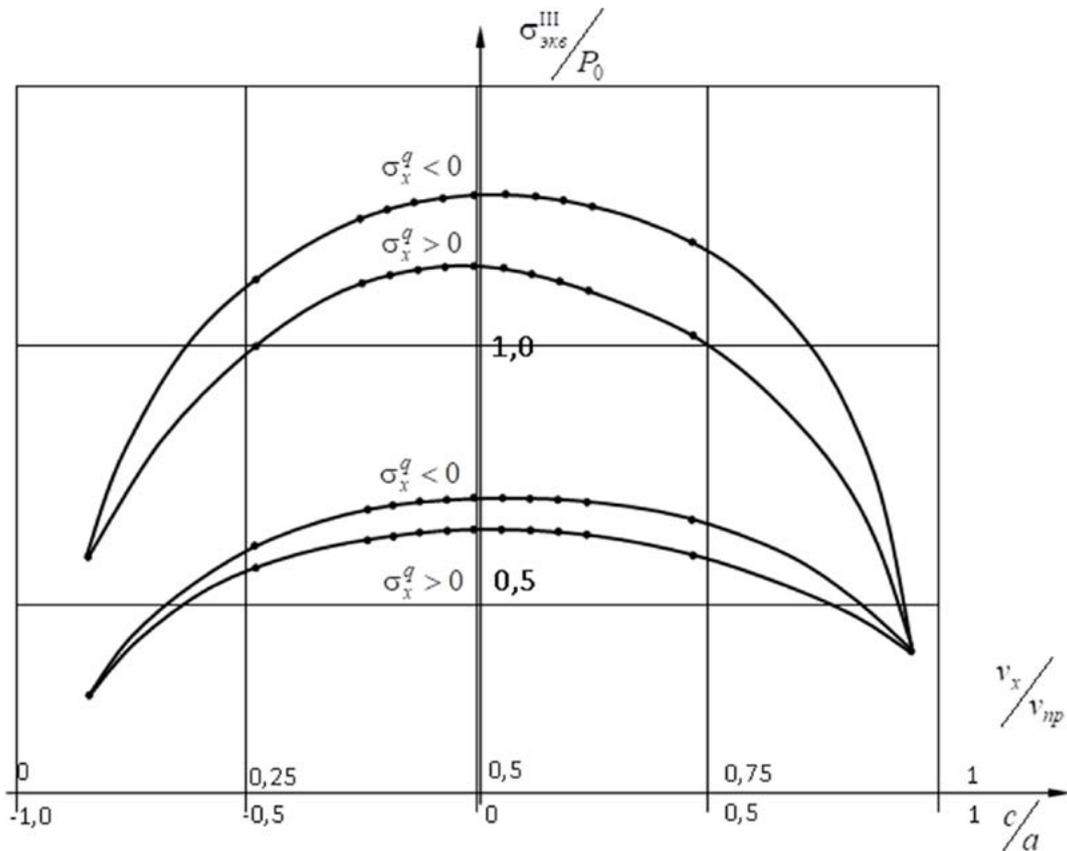


Рис. 2. Значения эквивалентных напряжений в точках  $x = c$  поверхности контакта на границе между зонами скольжения и сцепления

плоского напряженного состояния  $\sigma_{\text{экв}}^{\text{пнс}} = 1,504P_0$ ) располагается в точке при  $U^x = \frac{c}{a} = 0,1483$ , когда  $v_x = 0,576v_{\text{пр}}$ .

По сравнению с величиной эквивалентного напряжения  $\sigma_{\text{экв}}^{\text{п}} = 0,4P_0$  для плоской деформации и  $\sigma_{\text{экв}}^{\text{п}} = P_0$  для плоского напряженного состояния в контакте без трения увеличение, как видим, произошло в 2 раза. При качении

ТАБЛИЦА 2. Значение  $\frac{\sigma_{\text{экр}}}{P_0}$  в центре полоски контакта ( $x = 0$ ) в зависимости от  $\frac{V_x}{V_{\text{пр}}}$  при  $f = 0,15$

$U = \frac{c}{a}$	1	0,5	0,24	0,12	0	0	-0,125	-0,24	-0,5	-0,9	
$\frac{V_x}{V_{\text{пр}}} = \frac{1+u}{2}$	1	0,75	0,63	0,56	0,53	0,5	0,4375	0,38	0,25	0,05	
$\frac{\sigma_{\text{экр}}^{\text{пр}}}{P_0} \sigma_x < 0$	$\frac{\sigma_{\text{экр}}^{\text{пр}}}{P_0}$	0,55	0,553	0,559	0,566	0,57	0,593	0,544	0,518	0,473	0,414
	$\sigma_x < 0$	1,15	1,156	1,171	1,186	1,194	1,243	1,183	1,152	1,096	1,018
$\frac{\sigma_{\text{экр}}^{\text{пр}}}{P_0} \sigma_x > 0$	$\frac{\sigma_{\text{экр}}^{\text{пр}}}{P_0}$	0,55	0,548	0,543	0,541	0,539	0,533	0,49	0,473	0,443	0,408
	$\sigma_x > 0$	1,15	1,144	1,132	1,121	1,116	1,093	1,081	1,038	1,020	1,003

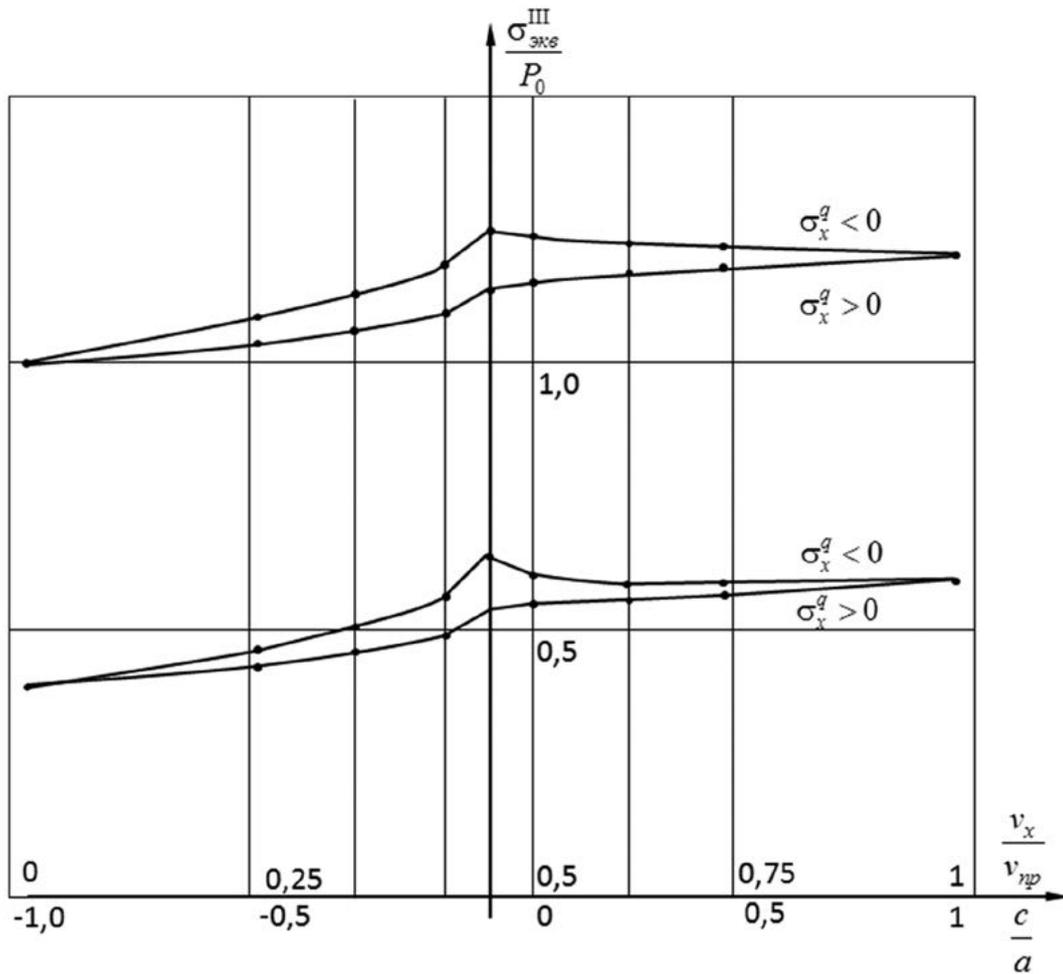


Рис. 3. Значения эквивалентных напряжений в точках  $x = 0$  при  $f = 0,15$  в середине полоски поверхности контакта

с полным проскальзыванием при этом же  $f = 0,3$  ранее было установлено возрастание лишь в 1,79 раза [6–8]. Следовательно, напряженное состояние материала на границе между

зонами сцепления и скольжения является более опасным даже по сравнению с полным проскальзыванием и в два раза опаснее контакта без трения.

ТАБЛИЦА 3. Напряжения (отнесенные к  $P_0$ ) при плоской деформации, плоском напряженном состоянии и эквивалентные в зависимости от коэффициента трения

$f$	0,15	0,20	0,25
$\sigma_{\text{экв}}^{\text{пл}} / P_0$	0,4171	0,4228	0,4285
$\sigma_{\text{экв}}^{\text{пнс}} / P_0$	1,0227	1,0302	1,0378
$\frac{\sigma_{\text{экв}}}{P_0} = \frac{1\sigma_{\text{экв}}^{\text{пл}}}{3P_0} + \frac{2\sigma_{\text{экв}}^{\text{пнс}}}{3P_0}$	0,821	0,8278	0,8347

Эквивалентные напряжения в середине полоски контакта ( $x = 0$ ) незначительно отличаются от максимальных  $\sigma_{\text{экв}}$  только для таких условий контакта, при которых  $c/a$  близко к 0,5. Однако их проще вычислить при разных соотношениях  $c/a$  между размерами зон сцепления и проскальзывания, то есть в функции от коэффициента крипа  $v_x / v_{\text{пр}}$ . Результаты этих вычислений приведены в табл. 2 и изображены кривыми на рис. 3 при  $f = 0,15$ .

Наибольшими они будут при  $v_x = 0,5v_{\text{пр}}$ , когда зона сцепления занимает всю переднюю половину полоски контакта. Наименьшая их величина будет при  $v_x \rightarrow 0$ .

В качестве поясняющего примера приведем вычисление  $\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}}$  в середине полоски контакта ( $x = 0$ ) дисковых образцов для  $c = -0,876a$ .

При таком  $c/\text{ц.п.к.}$  (центр пятна контакта) располагается в зоне сцепления. Имея в виду, что у ведущего образца напряжения  $\sigma_x^q$  от касательных усилий в зоне сцепления, сжимающие согласно формуле (3), имеем :

$$\sigma_x^q = -fP_0 \left( 1 + \frac{c}{a} \right) = -fP_0 (1 - 0,876) = -0,124fP_0;$$

$$\sigma_z^q = 0.$$

Пусть  $U = \frac{c}{a}$ . Касательное напряжение определим по формуле (4), которая примет вид :

$$\tau_{xz}^q = fP_0 \left( \sqrt{1 - U^2} \right) = 0,06405fP_0,$$

при  $x = 0$ .

От нормального давления:

$$\sigma_x^p = \sigma_z^p = -P_0.$$

Из-за наличия касательных напряжений суммарные нормальные напряжения  $\sigma = \sigma^p + \sigma^q$  уже не будут главными. Последние вычисляются по формулам [1–3] и при  $x = 0$  принимают вид:

Для плоской деформации:

$$\sigma_{3,2} = \left( \frac{\sigma_x^q}{2} - P_0 \right) \pm \sqrt{\left( \frac{\sigma_x^q}{2} \right)^2 + \left( \tau_{xz}^q \right)^2};$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \nu (\sigma_x + \sigma_z) = 2\nu \left[ \frac{\sigma_x^q}{2} - P_0 \right].$$

Для плоского напряженного состояния надо принять  $\nu = 0$ .

Тогда эквивалентные напряжения:

$$\sigma_{\text{экв}} = (1 - 2\nu) \left( -\frac{\sigma_x^q}{2} + P_0 \right) + \sqrt{\left( \frac{\sigma_x^q}{2} \right)^2 + \left( \tau_{xz}^q \right)^2}.$$

Вычисления по этой формуле (для п.н.с. надо принять  $\nu = 0$ ) для трех значений  $f$  приведены в нижеследующей табл. 3.

### Исследование эквивалентных напряжений в зоне их максимальных значений

Точки (с абсциссой  $U_x = \frac{x_x}{a}$ ) наибольших эквивалентных напряжений близко расположены к центру полоски контакта (для сокращения — к ц.п.к.). По-видимому, и разница между величинами напряжений в этих точках будет невелика не только при  $f = 0,15$ , но и при других реальных величинах  $f$  [11, 12]. Проверим это предположение вычислениями эквивалентных напряжений в ц.п.к. и максимальных значений для некоторых  $f$ . Для случая скольжения на всей площадке контакта эквивалентное напряжение определяется формулой [6–8]. Приняв  $x = 0$ , найдем для ц.п.к.:

$$\frac{\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{пл}}}{P_0} = 1 - 2\nu + f. \quad (8)$$

При наличии зоны сцепления на передней половине площадки контакта эквивалентное напряжение на границе между зонами сцепления и скольжения выражается по формуле (7):

При  $\frac{x=c}{a} = U = 0$  будет иметь для ц.п.к.

$$\frac{\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{пл}}}{P_0} = (1 - 2\nu)(1 \pm 0,5f + 1,118f). \quad (9)$$

Эти напряжения существенно зависят от коэффициента трения скольжения  $f$ . Вычисленные по этим формулам  $\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{цпк}}$  для плоской деформации и для плоского напряженного состояния при  $\nu = 0$  в формулах (8) и (9) приведены в табл. 4. Там же приведены и максимальные эквивалентные напряжения, вычисленные по формулам [6–8] при скольжении на всей площадке и при наличии зон сцепления и скольжения.

В табл. 5 даны отношения величины эквивалентных напряжений при соответствующем коэффициенте трения  $\sigma_{\text{ЭКВ}f}$  к  $\sigma_{\text{ЭКВ}0}$  по формулам (10) для ц.п.к. при наличии зон сцепления и скольжения [9, 10].

### Заключение

Из приведенных данных следует, что при малых  $c/a$ :

ТАБЛИЦА 4. Значение максимальных эквивалентных напряжений  $\frac{\sigma_{\text{ЭКВ}}}{P_0}$  и в центре полосы контакта

При коэффициенте трения скольжения $f$	При скольжении на всей площадке				При наличии зон сцепления и скольжения				$\frac{\sigma_{\text{макс}}^{\text{сксц}} - \sigma_{\text{макс}}^{\text{ск}}}{\sigma_{\text{макс}}^{\text{сксц}}} \cdot 100\%$	
	п.д.		п.н.в.		п.д.		п.н.с.		п.д.	п.н.с.
	max	в ц.п.к.	max	в ц.п.к.	max	в ц.п.к.	max	в ц.п.к.		
0,1	0,502	0,500	1,105	1,100	0,533	0,532	1,164	1,162	5,8	5,1
0,15	0,554	0,550	1,161	1,150	0,602	0,598	1,248	1,243	8,0	7,0
0,20	0,608	0,600	1,220	1,200	0,669	0,664	1,332	1,324	9,2	8,4
0,30	0,716	0,700	1,344	1,300	0,807	0,795	1,504	1,485	11,3	10,6

*Примечания.* При полном отсутствии касательных усилий на площадке контакта эквивалентное направление в ц.п.к. является максимальным и равно:

$$\frac{\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{пл}}}{P_0} = 0,4 \text{ и } \frac{\sigma_{\text{ЭКВ}}^{\text{пнс}}}{P_0} = 1,0. \quad (10)$$

ТАБЛИЦА 5. Отношения величин эквивалентных напряжений при различных коэффициентах трения

$f$		0,1	0,15	0,20	0,30
$\left(\frac{\sigma_{\text{экв}f}}{\sigma_{\text{экв}0}}\right)^{\text{цпк}}$	п.д.с.	1,33	1,495	1,660	1,99
	п.н.с.	1,162	1,243	1,324	1,485

– напряжения в ц.п.к. меньше максимальных всего лишь на величину около 1,5 %;

– эквивалентные напряжения при наличии зон сцепления и скольжения могут оказаться больше, чем при полном проскальзывании. Так, при

$$\frac{c}{a} = 0,05 / 0,148, \text{ когда } U_x = (0,525 / 0,574)U_{\text{пр}},$$

эта разница составляет, соответственно, (5/11) % [11, 12];

– с увеличением коэффициента трения  $f$  напряжения существенно возрастают в сравнении с  $\sigma_{\text{экв}}$  по формуле (10) при отсутствии трения.

### Библиографический список

1. Пинегин С. В. Контактная прочность и сопротивление качению / С. В. Пинегин. — М.: Машиностроение, 1969. — 243 с.

2. Ковальский Б. С. Расчет деталей на местное сжатие / Б.С. Ковальский. — Харьков: ХВКИУ, 1967. — 222 с.

3. Вирабов Р. В. О реализации касательной силы в зоне контакта упругих тел при качении. — Машиноведение. — 1967. — № 2. — С. 93–106.

4. Кротов С. В. Влияние трения на контактно-усталостную долговечность образцов из рельсовой и колесной стали / С. В. Кротов, Д. П. Кононов, А. А. Соболев // Изв. Петерб. ун-та путей сообщения. — 2019. — Т. 16. — № 2. — С. 212–219.

5. Krotov S. V. Application of the discriminant analysis at research of bearing ability of the wheel pair of the car / S. V. Krotov, V. P. Krotov // Transport problems. — Poland. — Gliwice. — Vol. 6. — Iss. 1. — 2011. — Pp. 43–49.

6. Кротов С. В. Показатели контактно-усталостной долговечности при взаимодействии колеса с рельсом в кривых участках пути / С. В. Кротов, Д. П. Кононов,

А. А. Соболев // Бюлл. рез. науч. исслед. — СПб.: ПГУПС. — 2019. — № 3. — С. 56–66.

7. Кротов С. В. Контактно-усталостная долговечность рельсовой и колесной сталей / С. В. Кротов, Д. П. Кононов // Изв. Петерб. ун-та путей сообщения. — СПб.: ПГУПС, 2018. — Т. 15. — Вып. 1. — С. 54–61.

8. Кононов Д. П. Использование фрактальных характеристик для анализа развития разрушения цельнокатанных колес / Д. П. Кононов, И. А. Иванов, С. В. Урушев, С. В. Кротов // Транспорт Российской Федерации. — 2018. — № 3(76). — С. 68–71.

9. Кротов С. В. Основы теории несущей способности пресовых соединений колесных пар железнодорожных вагонов / С. В. Кротов // ФГОУ УМЦ ЖДТ. — М. — 2011. — 152 с.

10. Кротов С. В. Исследование напряженного состояния в колесе вагона / С. В. Кротов, Д. П. Кононов // Бюлл. рез. науч. исслед. — СПб.: ПГУПС. — 2020. — № 3. — С. 26–40.

11. Кротов С. В. Факторный анализ расчета несущей способности колесной пары вагона / С. В. Кротов, А. В. Сладковски // Транспорт Урала. — Екатеринбург. — 2012. — № 2(33). — С. 36–40.

12. Кротов С. В. Факторный анализ несущей способности колесной пары железнодорожного вагона: монография // С. В. Кротов // РГУПС. — Ростов-на-Дону. — 2011. — 137 с.

13. Воробьев А. А. Математическое моделирование параметров контакта колеса с рельсом для различных условий эксплуатации вагонов / А. А. Воробьев // Вестн. Ин-та проблем естественных монополий: Техника железных дорог. — М.: Ин-т проблем естественных монополий, 2016. — № 1(33). — С. 34–41.

14. Воробьев А. А. Контактное взаимодействие колеса и рельса / А. А. Воробьев // Вестн. Иркутск. гос. тех-

нич. ун-та. — Иркутск: ИСТУ, 2009. — № 3(39). — С. 42–47.

15. Орлова А. М. Определение параметров контакта колеса с рельсом для различных условий эксплуатации полувагона / А. М. Орлова, А. А. Воробьев, А. В. Саидова, Д. Е. Керенцев // Изв. Петерб. ун-та путей сообщения. — СПб.: ПГУПС, 2015. — Вып. № 2(43). — С. 74–84.

Дата поступления: 17.03.2022

Решение о публикации: 27.04.2022

#### Контактная информация:

КРОТОВ Сергей Викторович — канд. техн. наук, доц.;  
svk-19587@yandex.ru

КОНОНОВ Дмитрий Павлович — д-р техн. наук,  
проф.; d\_kononov@mail.ru

## Analysis of Contact Zone of Railway Wheel and Rail

S. V. Krotov<sup>1</sup>, D. P. Kononov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Rostov State Transport University, 2, Rostov Strelkovogo Polka Narodnogo Opolchenia sq., Rostov-on-Don, 344038, Russian Federation

<sup>2</sup> Emperor Alexander I Petersburg State Transport University, 9, Moskovsky pr., Saint Petersburg, 190031, Russian Federation

**For citation:** Krotov S. V., Kononov D. P. Analysis of Contact Zone of Railway Wheel and Rail // *Proceedings of Petersburg Transport University*, 2022, vol. 19, iss. 2, pp. 221–231. (In Russian). DOI: 10.20295/1815-588X-2022-2-221-231

### Summary

**Purpose:** Investigation of stresses on contact surface during interaction of a railway wheel and rail from normal pressure and tangential forces in the presence of adhesion and sliding zones of different sizes. **Methods:** Formulas for equivalent and tangential stresses for plane deformation and plane stress state are given and used for calculations. Special attention is paid to the study of stress state at contact boundary points of cylinders, which parameters are calculated for at contact surface points at boundary between sliding and adhesion zones. **Results:** The study of the distribution of equivalent stresses in the zone of their maximal values is carried out, the dependence from friction coefficients is established. The distribution of stresses on contact surface of a drive cylinder from normal pressure and from contact tangential forces in the presence of adhesion and slippage zones for different ratios between them is shown. The obtained results revealed the increase in stresses at the boundaries of sliding and adhesion sections, the effect of absence of tangential forces or presence of complete slippage. **Practical importance:** The data make it possible to predict more accurately a decrease in the contact-fatigue durability of samples and can be useful in studying the appearance of microcracks of a wheel or rail during their interaction. Physical modeling of the interaction of rolling elements, such as a rail and a wheel, which is performed at actual work loads, interaction speeds, various friction coefficients, at sliding or adhesion recreates with certain reliability actual conditions of interaction of a wheel and a rail, and the results help to predict the reliability of a wheel-rail pair in railway transport.

**Keywords:** Stress state, equivalent stress, tangential stress, coefficient of friction.

### References

1. Pinegin S. V. *Kontaknaya prochnost' i soprotivlenie kacheniyu* [Contact strength and rolling resistance]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1969. 243 p. (In Russian)

2. Koval'skiy B. S. *Raschet detaley na mestnoe szhatie* [Calculation of parts for local compression]. Khar'kov: KhVkiU Publ., 1967. 222 p. (In Russian)

3. Virabov R. V. O realizatsii kasatel'noy sily v zone kontakta uprugikh tel pri kachenii [On the implementation of the tangential force in the contact zone of elastic bodies during rolling]. *Mashinovedenie* [Mechanical engineering]. 1967, I. 2, pp. 93-106. (In Russian)
4. Krotov S. V. Vliyanie treniya na kontaktno-ustalostnuyu dolgovechnost' obraztsov iz rel'sovoy i kolesnoy stali [Influence of friction on the contact-fatigue life of specimens from rail and wheel steel]. *Izv. Peterb. un-ta putey soobshcheniya* [Izv. Petersburg. University of Communications]. 2019, vol. 16, I. 2, pp. 212-219. (In Russian)
5. Krotov S. V., Krotov V. P. Application of the discriminant analysis at research of bearing ability of the wheel pair of the car. *Transport problems. Poland. Gliwice*. 2011, vol. 6, I. 1, pp. 43-49. (In Russian)
6. Krotov S. V. Pokazateli kontaktno-ustalostnoy dolgovechnosti pri vzaimodeystvii koleasa s rel'som v krivykh uchastkakh puti [Indicators of contact-fatigue durability in the interaction of a wheel with a rail in curved sections of the track]. *Byull. rez. nauch. issled.* [Bull. res. scientific research]. St. Petersburg: PGUPS Publ. 2019, I. 3, pp. 56-66. (In Russian)
7. Krotov S. V. Kontaktno-ustalostnaya dolgovechnost' rel'sovoy i kolesnoy staley [Contact fatigue life of rail and wheel steels]. *Izv. Peterb. un-ta putey soobshcheniya* [Izv. Petersburg. University of Communications]. St. Petersburg: PGUPS Publ., 2018, vol. 15, I. 1, pp. 54-61. (In Russian)
8. Kononov D. P. Ispol'zovanie fraktal'nykh kharakteristik dlya analiza razvitiya razrusheniya tsel'nokatanykh koles [The use of fractal characteristics for the analysis of the development of the destruction of solid-rolled wheels]. *Transport Rossiyskoy Federatsii* [Transport of the Russian Federation]. 2018, I. 3 (76), pp. 68-71. (In Russian)
9. Krotov S. V. Osnovy teorii nesushchey sposobnosti pressovykh soedineniy kolesnykh par zheleznodorozhnykh vagonov [Fundamentals of the theory of the bearing capacity of press joints of wheel pairs of railway cars]. *FGOU UMTs ZhDT* [FGOU UMC ZhDT]. Moscow, 2011. 152 p. (In Russian)
10. Krotov S. V. Issledovanie napryazhennogo sostoyaniya v kolese vagona ["Investigation of the stress state in the car wheel]. *Byull. rez. nauch. issled* [Byull. res. scientific research]. St. Petersburg: PGUPS Publ. 2020, I. 3, pp. 26-40. (In Russian)
11. Krotov S. V. Faktornyy analiz rascheta nesushchey sposobnosti kolesnoy pary vagona [Factor analysis of the calculation of the bearing capacity of the wheelset of the car]. *Transport Urala* [Transport of the Urals]. Ekaterinburg. 2012, I. 2(33), pp. 36-40. (In Russian)
12. Krotov S. V. Faktornyy analiz nesushchey sposobnosti kolesnoy pary zheleznodorozhnogo vagona [Factor analysis of the bearing capacity of the wheelset of a railway car]. *RGUPS* [RGUPS]. Rostov-on-Don, 2011. 137 p. (In Russian)
13. Vorob'ev A. A. Matematicheskoe modelirovanie parametrov kontakta koleasa s rel'som dlya razlichnykh usloviy ekspluatatsii vagonov [Mathematical modeling of wheel-rail contact parameters for different conditions of railcar operation]. *Vestn. In-ta problem estestvennykh monopoliy: Tekhnika zheleznnykh dorog* [Vestn. In-ta problems of natural monopolies: Technique of railways]. Moscow: In-t problem estestvennykh monopoliy Publ., 2016, I. 1 (33), pp. 34-41. (In Russian)
14. Vorob'ev A. A. Kontaktnoe vzaimodeystvie koleasa i rel'sa [Contact interaction of wheel and rail]. *Vestn. Irkutsk. gos. tekhnich. un-ta* [Vestn. Irkutsk. state tech. university]. Irkutsk: ISTU Publ., 2009, I. 3 (39), pp. 42-47. (In Russian)
15. Orlova A. M. Opredelenie parametrov kontakta koleasa s rel'som dlya razlichnykh usloviy ekspluatatsii poluvagona [Determination of wheel-rail contact parameters for different operating conditions of a gondola car]. *Izv. Peterb. un-ta putey soobshcheniya* [Izv. Petersburg. University of Communications]. St. Petersburg: PGUPS Publ., 2015, I. 2 (43), pp. 74-84. (In Russian)

Received: March 17, 2022

Accepted: April 24, 2022

**Author's information:**

Sergey V. KROTOV — PhD in Engineering, Associate Professor; svk-19587@yandex.ru

Dmitry P. KONONOV — D. Sci. in Engineering, Professor; d\_kononov@mail.ru