

---

## ОБЩЕТЕХНИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ И ПУТИ ИХ РЕШЕНИЯ

УДК 628.14

### Анализ тепловых процессов внутри охлаждаемого надземного водовода с теплоизоляцией

**В. Ф. Лапшин**

Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Россия, 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., 9

**Для цитирования:** Лапшин В. Ф. Анализ тепловых процессов внутри охлаждаемого надземного водовода с теплоизоляцией // Бюллетень результатов научных исследований. 2026. Вып. 1. С. 185–195. DOI: 10.20295/2223-9987-2026-1-185-195

#### Аннотация

**Цель:** выяснить роль конвективного и молекулярного механизмов теплообмена между водой и стенками трубопровода в процессе охлаждения надземного водовода с теплоизоляцией в условиях отрицательных температур окружающей среды. Получить аналитические выражения для зависимости чисел Нуссельта от средней температуры охлаждаемой воды и параметров трубопровода. Предложить средние значения чисел Нуссельта по интервалу температур, в котором происходит охлаждение воды, в качестве величин, определяющих скорость ее охлаждения. **Методы:** математическая модель процесса охлаждения водовода формулируется на основе уравнений гидромеханики и теплопроводности. Для получения аналитического решения модели используется квазистационарный подход, учитывающий, что процесс охлаждения воды происходит намного медленнее, чем процесс выравнивания температуры в стенке трубопровода и в слое теплоизолятора. Для характерных значений параметров водовода и внешней среды проводятся численные расчеты. **Результаты:** получены аналитические выражения для чисел Нуссельта при конвективном и молекулярном механизмах теплообмена между водой и стенками трубопровода. Выполнено сравнение эффективности этих механизмов и показано, что конвективный механизм является основным при охлаждении воды. Получены явные выражения для разности средней температуры воды в трубопроводе и на его внутренней поверхности. Показано, что процесс образования льда на внутренней поверхности трубопровода начинается еще до того, как весь объем воды остынет до температуры фазового перехода. Получена формула для расчета средней температуры воды, при которой начинается внутреннее обмерзание трубопровода. Для характерных значений параметров водовода выполнены численные расчеты этой температуры в широком диапазоне значений температуры окружающей среды. **Практическая значимость:** полученные результаты позволяют сформулировать адекватную математическую модель процесса охлаждения водовода с теплоизоляцией. Использование такой модели позволяет рассчитать динамику охлаждения воды и время до момента начала образования льда на внутренней поверхности трубопровода.

**Ключевые слова:** надземный водовод, конвективный и молекулярный механизмы теплообмена, коэффициент теплопередачи, математическая модель, граничное условие

## Введение

При эксплуатации надземных водоводов в условиях отрицательных температур наружного воздуха возникает опасность замерзания в них воды и разрушения трубопровода. В связи с большой практической значимостью этого вопроса изучению процессов, протекающих при охлаждении и замерзании воды в трубопроводе, посвящено большое число работ [1–6]. Наиболее опасна в отношении замерзания ситуация, возникающая после прекращения движения воды в трубопроводе. Однако даже в этом случае процессы, протекающие при охлаждении воды, крайне сложны для математического описания. Это связано с тем, что этот процесс сопровождается возникновением естественной конвекции, для описания которой необходимо привлекать систему уравнений гидромеханики. Аналитическое решение задачи в этом случае невозможно, а численные расчеты выполнены только для некоторых частных случаев [1, 7]. По этой причине для расчетов охлаждения воды в трубопроводах в большинстве случаев используют упрощенные модели, в которых не учитывается естественная конвекция воды. При этом для моделирования динамики радиальных профилей температуры в неподвижной жидкости чаще всего применяется нестационарное уравнение теплопроводности [3]. В некоторых работах используется дополнительное предположение о том, что температура воды в процессе охлаждения одинакова во всех точках поперечного сечения трубопровода [6].

В настоящей работе формулируется математическая модель охлаждения воды в трубопроводе, учитывающая естественную конвекцию воды. Анализируются роли молекулярного и конвективного механизмов в охлаждении воды в трубопроводе с теплоизоляцией. Отдельно рассматривается вопрос о средней температуре воды, при которой начинается образование льда на внутренней поверхности трубопровода.

## Уравнения модели

В работе предполагается, что водовод представляет собой заполненную водой трубу с внутренним радиусом  $R_1$ , толщиной стенок  $\Delta R$ , покрытую снаружи слоем теплоизоляции толщиной  $\delta$ . В работах [8, 9] для процесса охлаждения водовода в случае прекращения движения в нем воды были сформулированы и обоснованы дифференциальные уравнения квазистационарной модели средних температур:

$$\rho_1 c_1 \frac{dT_1}{dt} = \frac{2}{R_1} \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} \Big|_{r=R_1}, \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial T_2}{\partial r} = 0, \quad R_1 < r < R_2, \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial T_3}{\partial r} = 0, \quad R_2 < r < R_3. \quad (3)$$

Здесь  $T_1(t)$  — средняя по объему температура воды в трубопроводе;  $T_2(r, t)$  — температура стенки трубы,  $T_3(r, t)$  — температура теплоизолятора;  $\rho_1, c_1$  — плотность и удельная теплоемкость воды;  $\lambda_2$  — теплопроводность материала стенки трубы;  $R_2 = R_1 + \Delta R$  — внешний радиус трубы;  $\Delta R$  — толщина стенок трубы;  $R_3 = R_2 + \delta$  — внешний радиус водовода;  $\delta$  — толщина слоя теплоизолятора.

При записи начальных условий для задачи (1–3) необходимо учесть, что время установления нового распределения температуры в стенке трубы и в слое теплоизолятора при изменении температуры внешней среды существенно меньше времени остывания воды [8, 9]. Это означает, что время остывания воды слабо зависит от начального распределения температуры в слоях водовода. По этой причине в настоящей работе считается, что в исходном состоянии температура воды, стенок трубы и теплоизолятора одинакова и равна заданному значению  $T_0$ :

$$T_1(0) = T_2(r, 0) = T_3(r, 0) = T_0. \quad (4)$$

В начальный момент времени  $t = 0$  температура внешней среды мгновенно понижается до значения  $T_{ex}$  меньшего, чем температура фазового перехода «вода — лед»  $T_{ph}$ . Далее, в процессе остывания водовода, величина  $T_{ex}$  считается постоянной. При записи граничных условий к уравнениям (2–3) при  $r = R_2$  используются условия равенства температур и потоков тепла на границе трубопровода и слоя теплоизолятора:

$$T_2(R_2, t) = T_3(R_2, t), \quad (5)$$

$$\lambda_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial r} \right|_{r=R_2} = \lambda_3 \left. \frac{\partial T_3}{\partial r} \right|_{r=R_2}, \quad (6)$$

а на внутренней поверхности трубы при  $r = R_1$  и внешней поверхности водовода при  $r = R_3$  используется закон Ньютона:

$$-\lambda_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial r} \right|_{r=R_1} = \alpha_1 (T_1(t) - T_2(R_1, t)), \quad (7)$$

$$-\lambda_3 \left. \frac{\partial T_3}{\partial r} \right|_{r=R_3} = \alpha_3 (T_3(R_3, t) - T_{ex}). \quad (8)$$

Здесь  $\alpha_1 = \lambda_1 Nu_1 / 2R_1$ ,  $\alpha_3 = \lambda_a Nu_3 / 2R_3$  — коэффициенты теплоотдачи;  $Nu_1$  и  $Nu_3$  — критерии подобия Нуссельта;  $\lambda_a$  и  $\lambda_3$  — коэффициенты теплопроводности воздуха и материала теплоизолятора соответственно. При вычислении значений  $Nu_3$  в (8) использовались соотношения, приведенные в [3].

Уравнения (1–3) с условиями (4–8) составляют модель охлаждения водовода в квазистационарном приближении. В этом приближении уравнение (1) можно свести к уравнению относительно одной неизвестной величины  $T_1(t)$ . С этой целью решим уравнения (2–3) с условиями (5–8) относительно  $T_2$  и  $T_3$  и подставим полученные выражения в правую часть (1). Тогда получим следующее уравнение:

$$\frac{dT_1}{dt} = -C(T_1 - T_{ex}), \quad (9)$$

где

$$C = \frac{2\lambda_3}{\rho_1 c_1 R_1^2 \Delta},$$

$$\Delta = \ln\left(\frac{R_3}{R_2}\right) + \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) + \frac{2\lambda_3}{\lambda_1 Nu_1} + \frac{2\lambda_3}{\lambda_a Nu_3}.$$

Кроме того, решение уравнений (2–3) позволяет найти разность между средней температурой воды  $T_1$  и температурой внутренней поверхности трубопровода в процессе охлаждения водовода:

$$T_1(t) - T_2(R_1, t) = a(T_1 - T_{ex}), \quad (10)$$

где  $a = 2\lambda_3 / (\lambda_1 Nu_1 \Delta)$ . В частности, подставляя в (10) вместо  $T_2$  температуру фазового перехода  $T_{ph}$ , можно найти значение средней температуры воды  $T_1^*$  в момент, когда начинается образование льда на внутренней поверхности трубы:

$$T_1^* - T_{ph} = \frac{a}{1-a}(T_{ph} - T_{ex}). \quad (11)$$

### Анализ механизмов теплообмена внутри трубопровода

Для описания конвективного теплообмена при естественной (свободной) конвекции воды в горизонтальном трубопроводе использовались значения чисел Нуссельта  $Nu_C$  из работы [10]:

$$Nu_C = 1,215 Ra^{0,21}, \quad (12)$$

$$Ra = \frac{8R_1^3 g \beta_1(T_1)}{a_1 \nu_1} (T_1 - T_2(R_1)). \quad (13)$$

Здесь  $Ra$  — число Рэлея,  $g$  — ускорение свободного падения,  $a_1$  и  $\nu_1$  — температуропроводность и кинематическая вязкость,  $\beta_1(T_1)$  — коэффициент объемного расширения воды при температуре  $T_1$ . Подставляя в (13) выражение (10), получаем для водовода с теплоизоляцией:

$$Nu_C = 1,904 \left[ \frac{g\lambda_3\beta_1(T_1)R_1^3(T_1 - T_{ex})}{a_1\nu_1\lambda_1\Delta} \right]^{0,174}. \quad (14)$$

Отметим здесь, что число  $Nu_C$  в (14), а вместе с ним и скорость охлаждения воды в (1) и (9) обращаются в ноль при температуре 4 °С. В то же время скорость охлаждения не может быть меньше, чем в случае неподвижной воды, когда реализуется чисто молекулярный механизм теплообмена. Найдем число Нуссельта для такого случая. Охлаждение неподвижной воды в трубопроводе за счет теплопроводности происходит очевидно медленнее, чем при конвективном механизме. Поэтому квазистационарное приближение справедливо и в этом случае. Математическая модель охлаждения водовода при отсутствии конвекции в трубопроводе включает в себя по-прежнему уравнения (2–3) и, кроме того, нестационарное уравнение теплопроводности для температуры неподвижной воды  $T_w(r, t)$ :

$$\frac{\partial T_w}{\partial t} = a_1 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial T_w}{\partial r}. \quad (15)$$

Начальное и граничные условия (4–6), (8) сохраняются, а вместо (7) для воды используется традиционное условие:

$$\left. \frac{\partial T_w}{\partial r} \right|_{r=0} = 0. \quad (16)$$

Решение уравнений (2–3) с условиями (5–6), (8) и, кроме того, с учетом непрерывности температуры и теплового потока на внутренней поверхности трубы позволяет получить второе граничное условие для  $T_w$ :

$$-\lambda_1 \left. \frac{\partial T_w}{\partial r} \right|_{r=R_1} = \alpha_w (T_w(R_1, t) - T_{ex}), \quad (17)$$

где  $\alpha_w = \lambda_3/(R_1\Delta_0)$  и

$$\Delta_0 = \ln \left( \frac{R_3}{R_2} \right) + \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \ln \left( \frac{R_2}{R_1} \right) + \frac{2\lambda_3}{\lambda_a Nu_3}.$$

Подробное решение уравнения теплопроводности (15) с условиями (16–17) для температуры воды  $T_w(r, t)$  и ее среднего по объему значения  $T_1(t)$  приведено в [11]. Использование этого решения позволяет получить формулу для числа Нуссельта в случае охлаждения неподвижной воды за счет теплопроводности:

$$Nu_T(t) = \frac{-\lambda_1 (\partial T_w / \partial r)|_{R_1}}{(\lambda_1 / 2R_1)[T_1(t) - T_w(R_1, t)]} = 2Bi \frac{\sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(-\mu_n^2 a_1 t / R_1^2)}{\sum_{n=1}^{\infty} (B_n - A_n) \exp(-\mu_n^2 a_1 t / R_1^2)}. \quad (18)$$

Здесь  $Bi = \alpha_w R_1 / \lambda_1 = \lambda_3 / (\lambda_1 \Delta_0)$  — число Био;  $A_n = 2Bi / (\mu_n^2 + Bi^2)$ ,  $B_n = 2Bi A_n / \mu_n^2$ ;  $\mu_n$  — корни уравнения  $J_0(\mu)Bi = \mu J_1(\mu)$ , где  $J_0$  и  $J_1$  — функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка соответственно. Отметим, что коэффициенты  $A_n$  и  $B_n$  в (18) быстро уменьшаются с возрастанием  $n$ , поэтому при вычислениях учитывались только первые пять членов ряда.

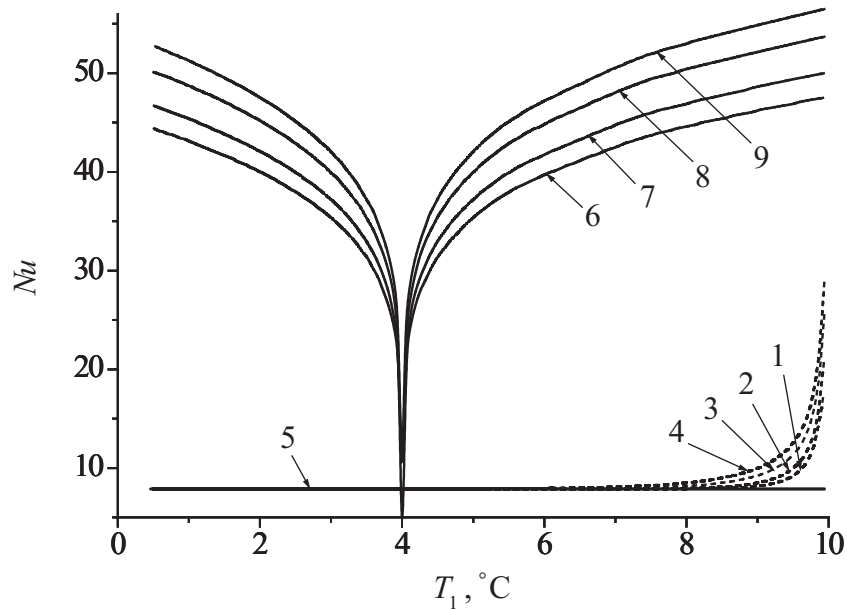
Числа Нуссельта  $Nu_C$  и  $Nu_T$  характеризуют интенсивность теплопередачи от воды к стенке при конвективном и молекулярном механизмах переноса теплоты соответственно. Для сравнения этих чисел подставим в (18) решение [11] для  $T_w(r, t)$  и  $T_1(t)$ , соответствующее начальному значению температуры  $T_0 = 10$  °С. Все расчеты в настоящей работе выполнены для характерных значений геометрических параметров водовода  $R_1 = 20$  см,  $\Delta R = 1$  см,  $\delta = 10$  см и стандартных значений [12] теплофизических параметров воды, стальной трубы, сухого воздуха и теплоизолятора (минеральной ваты). Результаты вычислений чисел Нуссельта по формулам (14) и (18) приведены на рис. 1. Прежде всего отметим, что число  $Nu_T$  быстро изменяется только в самом начале процесса охлаждения воды. Затем, в течение всего времени охлаждения, его значение остается практически постоянным и определяется первым членом в рядах (18):

$$Nu_T^{(1)} = \frac{2Bi\mu_1^2}{2Bi - \mu_1^2}. \quad (19)$$

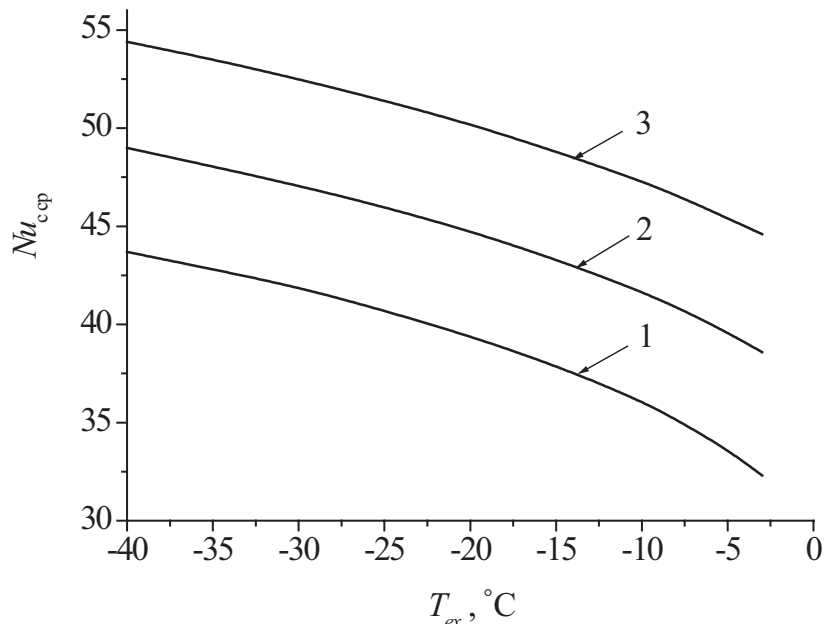
Здесь  $\mu_1$  — наименьший корень уравнения  $J_0(\mu)Bi = \mu J_1(\mu)$ . При охлаждении водовода во всех интересных для практики случаях число Био заключено в интервале значений  $0,1 < Bi < 1,0$ . При этом число Нуссельта в (19) практически не изменяется и с погрешностью, не превышающей 3%, можно считать его постоянным и равным 7,7. Как видно из рис. 1, значения  $Nu_C$  в 5–7 раз превышают значения  $Nu_T$  при всех значениях температуры воды и температуры окружающей среды, характерных для эксплуатации водовода, кроме значений  $T_1$ , близких к 4 °С. Это означает, что в процессе охлаждения воды конвективный механизм теплообмена играет определяющую роль. По этой причине в расчетах можно полагать  $Nu_1 = Nu_C$ .

Благодаря неоднородному распределению температуры воды в трубопроводе даже при средней температуре  $T_1 = 4$  °С значения объемного коэффициента расширения воды  $\beta_1$  в большей части объема отличны от нуля и конвекция не прекращается. Отметим также, что величина  $C$  в (9), описывающая скорость охлаждения воды, слабо зависит от чисел Нуссельта  $Nu_1$  и  $Nu_3$ , а сами эти числа слабо зависят

от температуры  $T_1$ . Это позволяет вместо выражения (14) для  $Nu_C$  использовать его среднее значение  $\overline{Nu}_C$  по интервалу температуры от  $T_0$  до  $T_{ph}$ . Величину  $C$  в этом случае можно считать постоянной, что позволяет решить уравнение (9) явно. Результаты расчетов  $\overline{Nu}_C$  приведены на рис. 2.



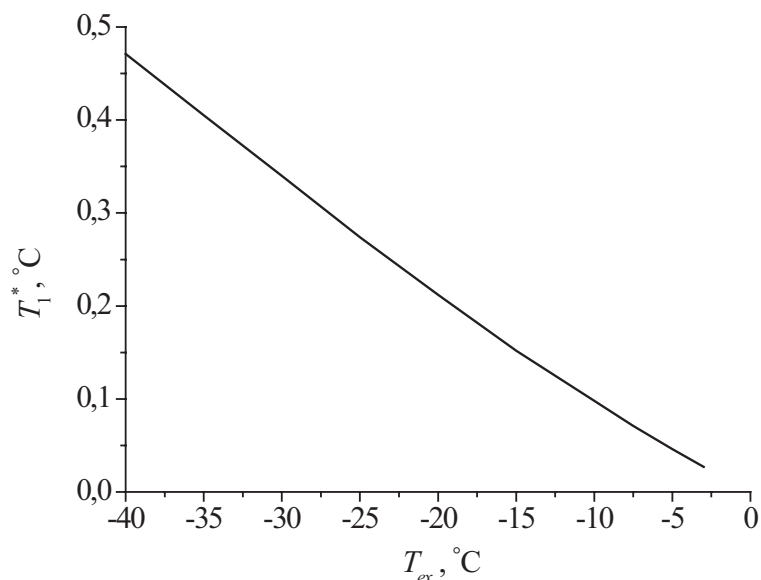
**Рис. 1.** Зависимость чисел Нуссельта  $Nu_T$  (кривые 1–4) и  $Nu_C$  (кривые 6–9) от средней температуры воды  $T_1$  при различных значениях температуры окружающей среды  $T_{ex}$ : 1 и 6 —  $-5$  °C, 2 и 7 —  $-10$  °C, 3 и 8 —  $-20$  °C, 4 и 9 —  $-30$  °C, 5 — расчет  $Nu_T$  по формуле (19)



**Рис. 2.** Зависимость среднего числа Нуссельта  $\overline{Nu}_C$  от температуры окружающей среды  $T_{ex}$  при различных значениях начальной температуры  $T_0$ : 1 —  $-5$  °C, 2 —  $-10$  °C, 3 —  $-15$  °C

### Расчет температуры воды $T_1^*$ в момент начала замерзания

Для характерных значений параметров водовода выполним здесь расчет значения средней по объему температуры воды  $T_1^*$  в момент, когда начинается образование льда на внутренней поверхности трубы. С этой целью воспользуемся средним числом Нуссельта  $\overline{Nu}_c$  для интервала значений температуры воды 0–5 °С (линия 1 на рис. 2). Результаты вычислений  $T_1^*$  приведены на рис. 3. Хорошо видно, что процесс замерзания воды начинается еще до того, как весь ее объем остынет до температуры фазового перехода  $T_{ph}$ . Вместе с тем отметим, что значения температуры  $T_1^*$ , соответствующей началу замерзания, составляют доли градуса, так что в большинстве случаев можно рассчитывать время охлаждения воды, пренебрегая временем охлаждения  $\Delta t^*$  от значения температуры  $T_1^*$  до  $T_{ph}$  и полагая  $T_1^* = T_{ph}$ . Тем более можно пренебрегать величиной  $\Delta t^*$  при расчете времени промерзания водовода, поскольку количество теплоты  $Q_c$ , выделяющееся при охлаждении воды, существенно меньше, чем количество теплоты, выделяющееся при ее замерзании  $Q_f$ :  $Q_c/Q_f = c_1(T_1^* - T_{ph})/q < 0,013$ , где  $q$  — удельная теплота плавления льда. Отметим здесь также, что чем больше радиус трубопровода и толще слой теплоизоляции, тем меньше будет разница между значениями средней температуры воды  $T_1^*$  и температурой замерзания  $T_{ph}$ .



**Рис. 3.** Зависимость средней температуры воды  $T_1^*$  от температуры окружающей среды  $T_{ex}$  в момент времени, когда начинается образование льда на внутренней поверхности трубы

### Заключение

В настоящей работе выполнен анализ тепловых процессов, протекающих в надземном водоводе с теплоизоляцией после прекращения подачи по нему воды. С этой целью сформулирована математическая модель охлаждения водовода и выполнено сравнение скоростей молекулярного и конвективного механизмов охлаждения воды.

Получены аналитические выражения для чисел Нуссельта, соответствующих этим механизмам охлаждения. Показано, что во всех режимах работы водовода определяющую роль играет конвективный механизм. Показано также, что скорость охлаждения воды определяется средними значениями конвективного числа Нуссельта по интервалу температур от  $T_0$  до  $T_{ph}$ , в котором происходит охлаждение воды. Средние значения этих чисел вычислены для трех характерных для рассматриваемой задачи интервалов значений температуры воды. Показано, что процесс замерзания воды начинается еще до того, как весь ее объем остынет до температуры фазового перехода  $T_{ph}$ . Найдена формула для средней температуры воды в трубопроводе  $T_1^*$ , при которой начинается образование льда на внутренней поверхности трубы. Значения  $T_1^*$  вычислены для широкого диапазона температур наружной среды. Показано, что значения этой температуры составляют доли градуса Цельсия.

### Список источников

1. Gilpin R. R. Cooling of a horizontal cylinder of water through its maximum density point at 4 °C // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1975. Vol. 18. Pp. 1307–1315.
2. Solving the problem of pipeline freezing with respect to external heat exchange / N. Parfentyeva [et al.] // *Mechanika*. 2015. Vol. 21 (5). Pp. 393–396. DOI: 10.5755/j01.mech.21.5.11411.
3. Mathematical simulation of the freezing time of water in small diameter pipes / A. McDonald [et al.] // *Applied Thermal Engineering*. 2014. Vol. 73 (1). Pp. 142–153. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2014.07.046.
4. Терехов Л. Д., Твардовская Н. В., Твардовская Е. А. Внутреннее обледенение водоводов в зимний период // III Бетанкуровский международный инженерный форум: сборник трудов (Санкт-Петербург, 2–3 декабря 2021 года). СПб.: ФГБОУ ВО ПГУПС, 2021. Т. 2. С. 161–164.
5. Terekhov L. D., Tvardovskaya N. V. Dynamics of internal pipeline icing in winter period when bringing it to freezing // *Lecture Notes in Networks and Systems*. 2022. Vol. 402. Pp. 871–879. DOI: 10.1007/978-3-030-96380-4\_95.
6. Температурный режим в магистральных стальных трубопроводах горячего водоснабжения при нарушениях циркуляции / Д. Н. Китаев [и др.] // *Известия вузов. Строительство*. 2017. № 3 (699). С. 62–68.
7. Alawadhi E. M. Phase change process with free convection in a circular enclosure: numerical simulations // *Computers & Fluids*. 2004. Vol. 33 (10). Pp. 1335–1348. DOI: 10.1016/j.compfluid.2003.11.002.
8. Лапшин В. Ф. Расчет времени охлаждения надземного водовода с теплоизоляцией в условиях отрицательных температур // *Известия Петербургского университета путей сообщения*. 2024. Т. 21, вып. 1. С. 103–112. DOI: 10.20295/1815-588X-2024-01-103-112.
9. Lapshin V. F. Simulation of cooling of aboveground water pipeline with heat insulation // *E3S Web of Conferences*. 2024. Vol. 583. P. 02022. DOI: 10.1051/e3sconf/202458302022.
10. Martynenko O. G., Khramtsov P. P. Free-convective heat transfer. Berlin, Heidelberg: Springer, 2005. 518 p. DOI: 10.1007/3-540-28498-2.

11. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.
12. Физические величины: справочник / под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.

Дата поступления: 05.12.2025

Решение о публикации: 04.03.2026

#### Контактная информация:

ЛАПШИН Владимир Федорович — д-р физ.-мат. наук, профессор; lapshinvf@mail.ru

## Analysis of heat transfer dynamics within surface-mounted insulated cooled water pipeline

**V. F. Lapshin**

Emperor Alexander I Petersburg State Transport University, 9 Moskovsky pr., Saint Petersburg, 190031, Russia

**For citation:** *Lapshin V. F. Analysis of heat transfer dynamics within surface-mounted insulated cooled water pipeline // Bulletin of scientific research results, 2026, iss. 1, pp. 185–195. DOI: 10.20295/2223-9987-2026-1-185-195. (In Russian)*

#### Abstract

**Objective:** to determine the comparative contributions of convective and molecular heat-transfer mechanisms between the fluid and the pipeline walls during the cooling of an above-ground thermally insulated water pipeline subjected to subzero ambient environmental temperatures. To obtain analytical expressions that correlate the Nusselt numbers with the mean bulk temperature of the fluid undergoing cooling and the physical parameters of the pipeline's infrastructure. Furthermore, the study proposes the adoption of Nusselt numbers, averaged across the specific thermal range of the cooling phase, as the definitive metrics for quantifying the cooling rate. **Methods:** a mathematical model of the water-pipeline cooling process was performed based on hydromechanics and thermal conductivity equations. The analytical resolution of this model employed a quasi-stationary approximation. This methodological approach is predicated on the physical observation that the thermal decay of the water mass occurs on a significantly longer time scale than the rapid thermal equilibration within the pipe material and its insulating layers. Numerical calculations were carried out to represent typical operational and environmental parameters. **Results:** analytical expressions for Nusselt numbers under convective and molecular mechanisms of heat transfer between the water and the pipeline walls have been obtained. The efficiency of these mechanisms has been compared, showing that the convective mechanism is the dominant mechanism of cooling water. Explicit expressions have been derived for the difference between the average water temperature in the pipeline and the temperature of its inner surface. It has been demonstrated that ice nucleation on the inner surface of the pipeline initiates prior to the entire water volume reaching the phase-transition temperature. A predictive formula has been developed to calculate the average water temperature at which this internal icing commences. Numerical calculations applied to this formula over a broad spectrum of ambient temperatures provided further validation for typical pipeline configurations. **Practical significance:** the obtained results permit the formulation of a high-fidelity mathematical model describing the thermal behavior of insulated hydraulic systems. The use of such a model enables precise calculation of cooling dynamics, specifically allowing operators to determine the critical time window available before the onset of ice formation on the pipeline walls.

**Keywords:** surface-mounted water pipeline, convective and molecular heat exchange mechanisms, heat transfer coefficient, mathematical model, boundary condition

## References

1. Gilpin R. R. Cooling of a horizontal cylinder of water through its maximum density point at 4 °C // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 1975. Vol. 18. Pp. 1307–1315.
2. Solving the problem of pipeline freezing with respect to external heat exchange / N. Parfenyeva [et al.] // *Mechanika*. 2015. Vol. 21 (5). Pp. 393–396. DOI: 10.5755/j01.mech.21.5.11411.
3. Mathematical simulation of the freezing time of water in small diameter pipes / A. McDonald [et al.] // *Applied Thermal Engineering*. 2014. Vol. 73 (1). Pp. 142–153. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2014.07.046.
4. Terekhov L. D., Tvardovskaya N. V., Tvardovskaya E. A. Vnutrennee obledenenie vodovodov v zimnij period // III Betankurovskij mezhdunarodnyj inzhenernyj forum: sbornik trudov (Sankt-Peterburg, 2–3 dekabrya 2021 goda). SPb.: FGBOU VO PGUPS, 2021. T. 2. S. 161–164. (In Russian)
5. Terekhov L. D., Tvardovskaya N. V. Dynamics of internal pipeline icing in winter period when bringing it to freezing // *Lecture Notes in Networks and Systems*. 2022. Vol. 402. Pp. 871–879. DOI: 10.1007/978-3-030-96380-4\_95.
6. Temperaturnyj rezhim v magistral'nykh stal'nykh truboprovodakh goryachego vodosnabzheniya pri narusheniyakh tsirkulyatsii / D. N. Kitaev [i dr.] // *Izvestiya vuzov. Stroitel'stvo*. 2017. No. 3 (699). S. 62–68. (In Russian)
7. Alawadhi E. M. Phase change process with free convection in a circular enclosure: numerical simulations // *Computers & Fluids*. 2004. Vol. 33 (10). Pp. 1335–1348. DOI: 10.1016/j.compfluid.2003.11.002. (In Russian)
8. Lapshin V. F. Raschet vremeni okhlazhdeniya nadzemnogo vodovoda s teploizolyatsiej v usloviyakh otritsatel'nykh temperatur // *Izvestiya Peterburgskogo universiteta putej soobshcheniya*. 2024. T. 21, vyp. 1. S. 103–112. (In Russian) DOI: 10.20295/1815-588X-2024-01-103–112.
9. Lapshin V. F. Simulation of cooling of aboveground water pipeline with heat insulation // *E3S Web of Conferences*. 2024. Vol. 583. P. 02022. DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202458302022>.
10. Martynenko O. G., Khramtsov P. P. Free-convective heat transfer. Berlin, Heidelberg: Springer, 2005. 518 p. DOI: 10.1007/3-540-28498-2.
11. Lykov A. V. Teoriya teploprovodnosti. M.: Vysshaya shkola, 1967. 600 s. (In Russian)
12. Fizicheskie velichiny: spravochnik / pod red. I. S. Grigor'eva, E. Z. Mejlikhova. M.: Energoatomizdat, 1991. 1232 s. (In Russian)

Received: 05.12.2025

Accepted: 04.03.2026

## Author's information:

Vladimir F. LAPSHIN — Dr. Sci. of Physics and Mathematics, Professor; [lapshinvf@mail.ru](mailto:lapshinvf@mail.ru)