

УДК 69.04

Определение максимальных (опорных) моментов и их зависимости в статически неопределимых стержнях при отнулевом цикле изменения температуры

П. А. Пегин, А. А. Шульгин, А. В. Павловец

Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Россия, 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., 9

Для цитирования: Пегин П. А., Шульгин А. А., Павловец А. В. Определение максимальных (опорных) моментов и их зависимости в статически неопределимых стержнях при отнулевом цикле изменения температуры // Известия Петербургского государственного университета путей сообщения. СПб.: ПГУПС, 2026. Т. 23, вып. 1. С. 198–208. DOI: 10.20295/1815-588X-2026-1-198-208

Аннотация

Цель: провести расчеты и анализ напряжений и усилий в сечениях простейших статически неопределимых стержней при циклическом изменении температуры. **Методы:** рассмотрено два типа стержней, образующих основную систему, принятую в методе перемещений. Стержень первого типа имеет жесткую заделку на одном из концов и шарнирно-подвижную опору на другом. Полным аналогом такого элемента является стержень с продольно-скользящей заделкой и неподвижным шарниром на концах. Стержень второго типа имеет на концах жесткую заделку и продольно-скользящую заделку. Названные типы стержней исследовались при отнулевом цикле изменения температуры. При этом, помимо напряжений, определялись также максимальные усилия — изгибающие моменты, чего не было в статически определимом стержне. **Результаты:** было установлено, что значения максимальных напряжений и максимальных моментов стремятся к стационарным значениям при увеличении времени цикла и уменьшении высоты сечения стержня. Максимальные сжимающие напряжения при циклических тепловых воздействиях заметно превышают их величины при установившейся температуре и достигают 35 %. **Практическая значимость:** полученные аппроксимирующие функции $k_{\sigma}(t_c, h)$, $k_M(t_c, h)$ для напряжений, моментов могут применяться для дальнейшего использования при расчете стержневых систем. Для большей точности можно воспользоваться полученными табличными значениями функции, k_M и линейной интерполяцией между этими значениями.

Ключевые слова: стержень, усилия, напряжения, температура, цикл, статика, эксперимент

Для простейших статически неопределимых стержней исследование напряжений и усилий в сечениях при циклическом изменении температуры производилось при тех же исходных данных, что и для статически определимого стержня. Были приняты те же характеристики температурных режимов и физико-механические свойства материала, рассматривались такие же виды и диапазоны изменения влияющих факторов [1, 2].

Разница заключалась в граничных условиях на концах стержней. Рассмотрено два типа стержней, которые образуют основную систему, принятую в методе перемещений. Стержень первого типа имеет жесткую заделку на одном из концов и шарнирно-подвижную опору на другом. Полным аналогом такого элемента является стержень с продольно-скользящей заделкой и неподвижным шарниром на концах. Стержень второго типа имеет на концах

жесткую заделку и продольно-скользящую заделку [3].

Названные типы стержней исследовались при отнулевом цикле изменения температуры. Помимо напряжений, определялись также максимальные усилия — изгибающие моменты, чего не было в статически определимом стержне.

Были проведены следующие исследования:

1. Получение значений максимальных (опорных) моментов M при циклическом воздействии и их сравнение с аналогичными известными моментами M_c при установившейся температуре.
2. Получение зависимостей, связывающих максимальные напряжения (моменты) при ци-

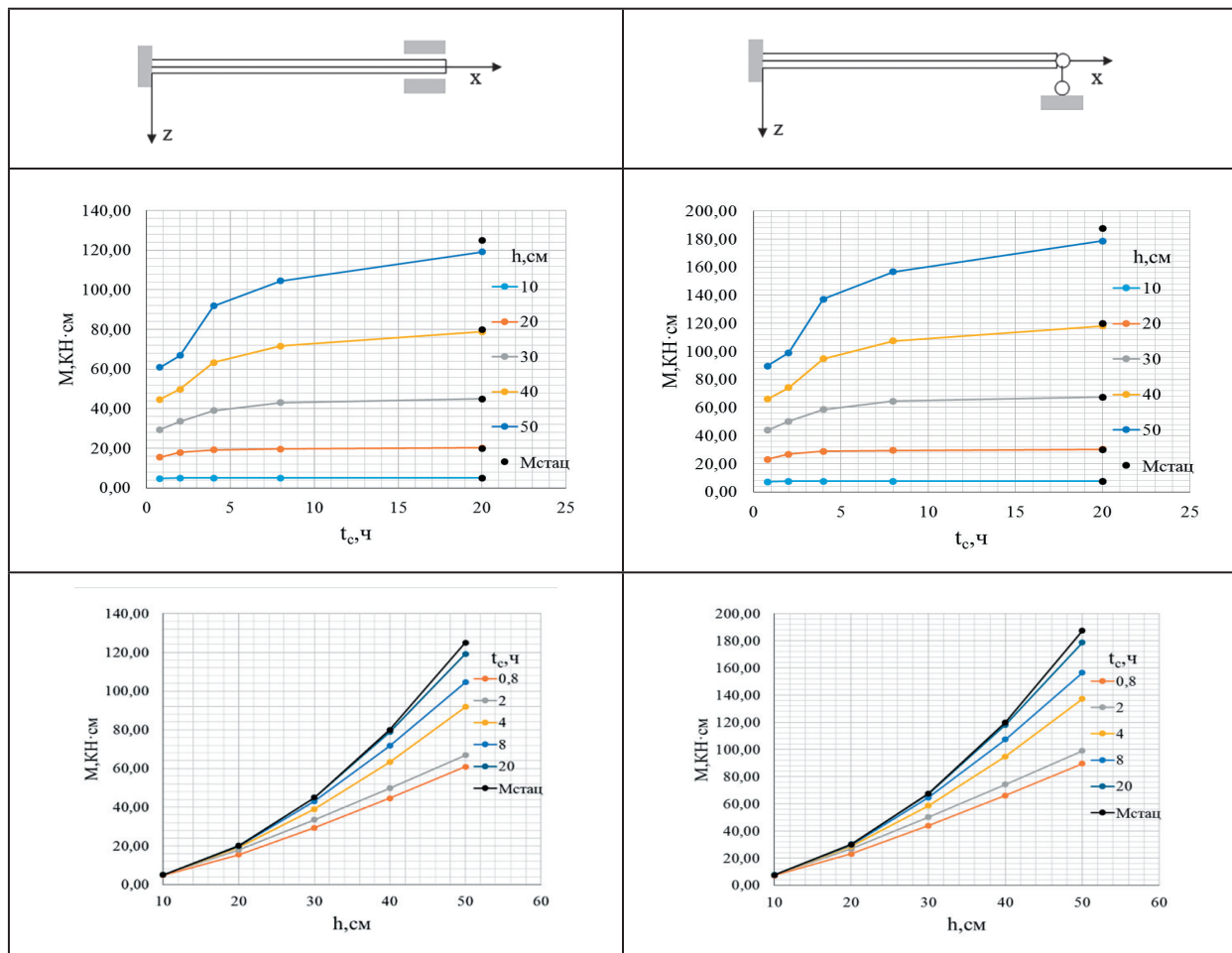
клическом воздействии с их величинами при установившейся температуре посредством числовых коэффициентов: $\sigma(t_c, h, \sigma_c) = k_\sigma \sigma_c$ и $M(t_c, h, M_c) = k_M M_c$.

Исследование зависимости опорных моментов от высоты сечения стержня h и периода цикла t_c

Изучение зависимости опорных моментов от периода цикла и высоты сечения проводилось в том же порядке, что и исследование напряжений.

Для стержней первого и второго типов графики этих зависимостей показаны в табл. 1.

ТАБЛИЦА 1. Графики максимальных моментов M (кН · см) при различных высотах сечения h и периоде цикла t_c



Как можно заметить, характер изменения моментов в обоих условиях закрепления стержня схож, значения моментов M отличаются в 1,5 раза, как и при стационарном режиме.

Максимальные опорные моменты M возрастают при увеличении высоты сечения и времени цикла.

Максимальные моменты M сравнивались с моментами при стационарном тепловом воздействии M_c , возникающими в опорах (табл. 1).

Опорный момент M_c при стационарном режиме для стержня второго типа вычислялся по известной формуле:

$$M_c = \alpha_t EI \frac{T}{h}. \quad (1)$$

Для стержня первого типа опорный момент вычислялся по формуле:

$$M_c = 1,5 \alpha_t EI \frac{T}{h}. \quad (2)$$

Значения моментов при стационарном тепловом воздействии обозначены черными точками на графиках.

Сравнивая значения M и M_c , можно заметить, что максимальные моменты при нестационарном тепловом воздействии меньше, чем при установившемся тепловом воздействии. Значения M максимально приближаются к значениям M_c при $t_c = 20$ ч.

Получение зависимостей напряжений и опорных моментов от влияющих факторов

Представляет интерес получить зависимости, выражающие максимальные напряжения и максимальные опорные моменты при циклическом изменении температуры через соответствующие известные значения при установившейся температуре [1–3].

Для этого представим искомые функции в виде зависимостей:

- для напряжений:

$$\sigma(t_c, h, \sigma_c) = k_\sigma \sigma_c; \quad (3)$$

- для моментов:

$$M(t_c, h, \sigma_c) = k_M M_c, \quad (4)$$

где числовые коэффициенты, зависящие от двух переменных (времени цикла t_c и высоты сечения h):

$$k_\sigma = k_\sigma(t_c, h); \quad (5)$$

$$k_M = k_M(t_c, h). \quad (6)$$

Значения коэффициентов k_σ и k_M , полученные из численного анализа напряжений и моментов, вычисляются для заданных точек [4–7].

Например, полученные максимальные сжимающие напряжения при $t_c = 20$ ч и $h = 50$ см составляют 4,39 МПа, при стационарном режиме напряжения — 3,00 МПа. То есть в данном случае:

$$\frac{-\sigma}{\sigma_c} = \frac{4,39}{3,00} \Rightarrow -\sigma = 1,46 \sigma_c, \quad (7)$$

или $k_{-\sigma} = 1,46$. На основе подобных вычислений составлена таблица значений коэффициентов для напряжений (табл. 2).

По табличным значениям были построены графики $k_{-\sigma}$ для максимальных сжимающих напряжений (табл. 3).

Значения коэффициентов k_M для максимальных моментов получаются аналогично: путем деления значений M на значение M_c . На этой основе формируется таблица коэффициентов k_M (табл. 4).

По табличным значениям были построены графики значений k_M для максимальных моментов (табл. 5).

Аппроксимация функций $k_\sigma(t_c, h)$ и $k_M(t_c, h)$

Аппроксимация зависимостей k_σ и k_M была проведена методом наименьших квадратов как функций двух переменных t_c и h по варианту, предложенному С. С. Лавровым [11].

ТАБЛИЦА 2. Значения коэффициентов $k_{-\sigma}$ для максимальных сжимающих напряжений $-\sigma = k_{-\sigma} \cdot -\sigma_c$

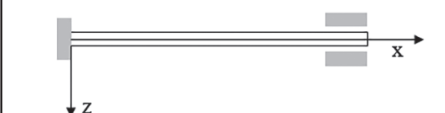

$h, \text{ см}$	$t_c, \text{ ч}$										
		0,8	2,0	4,0	8,0	20,0	0,8	2,0	4,0	8,0	20,0
10		1,46	1,24	1,12	1,03	1,00	1,26	1,14	1,07	1,02	1,00
20		1,70	1,56	1,47	1,24	1,07	1,33	1,32	1,27	1,14	1,04
30		1,78	1,70	1,63	1,44	1,21	1,33	1,36	1,33	1,25	1,12
40		1,82	1,78	1,71	1,56	1,35	1,34	1,37	1,34	1,30	1,20
50		1,84	1,82	1,76	1,64	1,46	1,35	1,37	1,34	1,32	1,27

ТАБЛИЦА 3. Графики функций $k_{-\sigma}$ для максимальных сжимающих напряжений $-\sigma$ при различных высотах сечения h и периоде цикла t_c

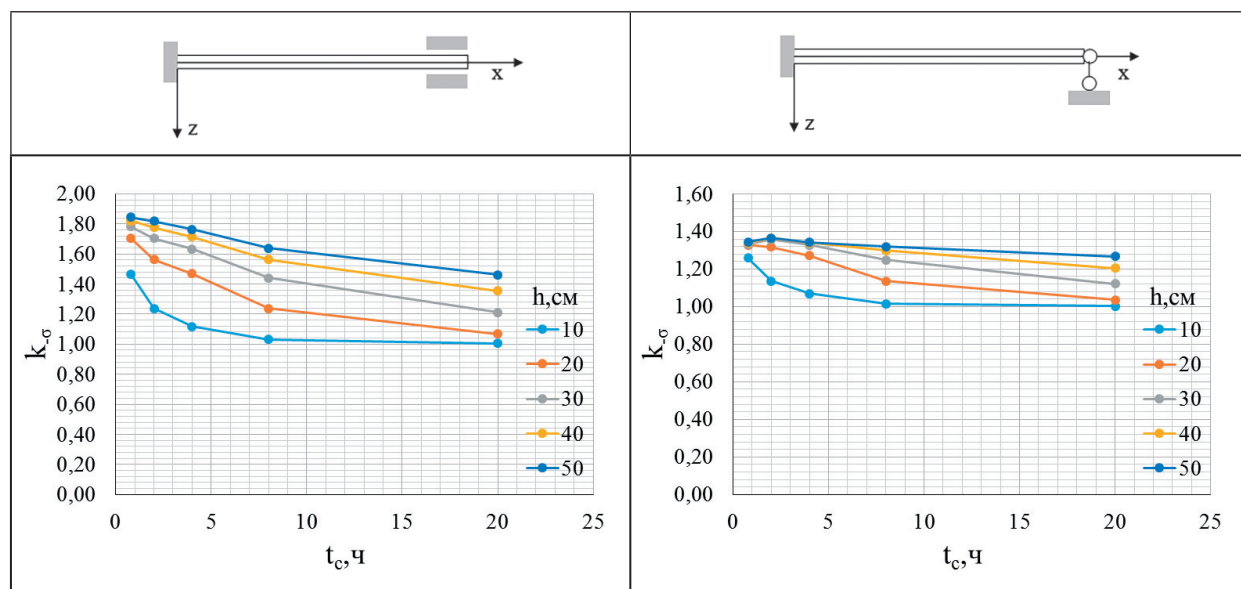


ТАБЛИЦА 4. Значения коэффициентов k_M для максимальных моментов $M = k_M \cdot M_c$



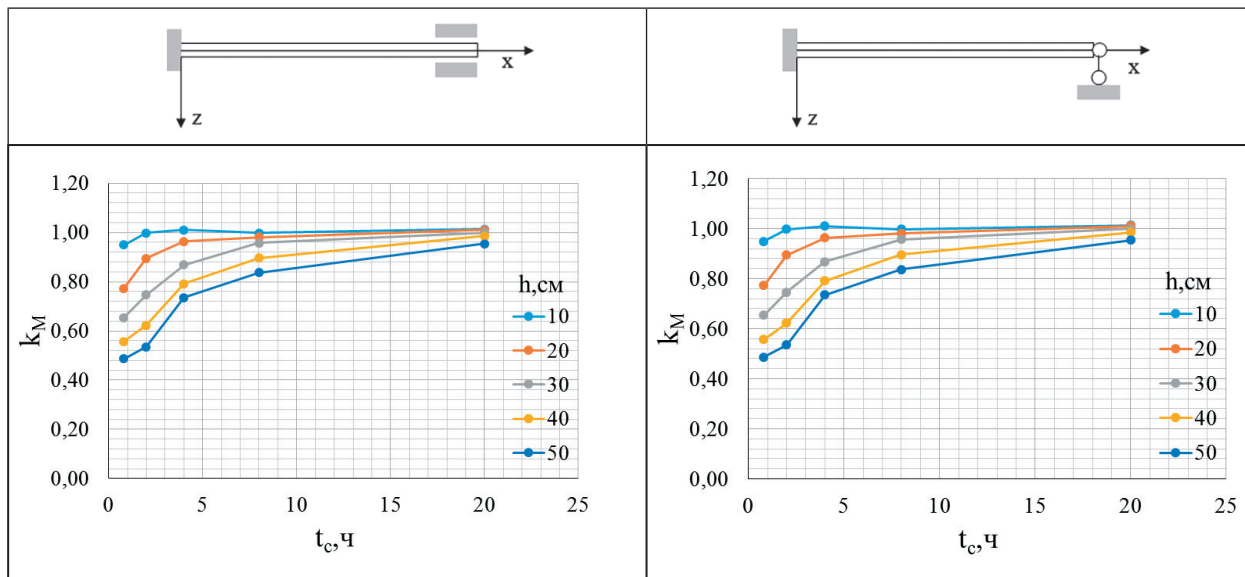
$h, \text{ см}$	$t_c, \text{ ч}$										
		0,8	2,0	4,0	8,0	20,0	0,8	2,0	4,0	8,0	20,0
10		0,95	1,00	1,01	1,00	1,01	0,95	1,00	1,01	1,00	1,01
20		0,77	0,89	0,96	0,98	1,01	0,77	0,89	0,96	0,98	1,01
30		0,65	0,74	0,87	0,96	1,00	0,65	0,74	0,87	0,96	1,00
40		0,55	0,62	0,79	0,90	0,98	0,55	0,62	0,79	0,90	0,98
50		0,48	0,53	0,73	0,84	0,95	0,48	0,53	0,73	0,84	0,95

ТАБЛИЦА 5. Графики функций k_M для максимальных моментов M при различных высотах сечения h и периоде цикла t_c



Приближенное значение для функции F будем искать в виде полинома второй степени. Для функции двух переменных он имеет вид:

$$F(x_{10} + \xi_1, x_{20} + \xi_2) = a_0 + a_1\xi_1 + a_2\xi_2 + \frac{1}{2}(a_{11}\xi_1^2 + 2a_{12}\xi_1\xi_2 + a_{22}\xi_2^2). \quad (8)$$

Здесь: F — приближаемая функция k_c или k_M ;

x_{10} и x_{20} — значения переменных параметров t_c и h в середине интервала аппроксимации:

$$x_{10} + \xi_1 = t_c \quad (9)$$

и

$$x_{20} + \xi_2 = h \quad (10) \text{ — текущие значения этих параметров;}$$

ξ_1 и ξ_2 — отклонения текущих значений от значений в середине интервала аппроксимации;

константы a_0 , a_i , a_{ij} — коэффициенты аппроксимации, которые предстоит выбрать из условия наилучшего приближения функции в заданных точках.

Получены следующие аппроксимирующие функции для максимальных сжимающих напряжений (табл. 6).

Также получены аппроксимирующие функции для максимальных моментов (табл. 7).

Сравнение графиков функций $k_c(t_c, h)$ до аппроксимации и после применения аппроксимированных функций приведено в табл. 8.

Погрешность аппроксимации для сжимающих напряжений допустимо мала и достигает 9,77 % и 6,24 % соответственно.

Сравнение графиков функций $k_M(t_c, h)$ до аппроксимации и после применения аппроксимированных функций демонстрируется в табл. 9.

Погрешность аппроксимации для сжимающих напряжений допустимо мала и достигает 6,84 % и 7,17 % соответственно.

Полученные поправочные коэффициенты в табличной форме или в форме полученной функциональной зависимости позволяют свести задачу об усилиях и напряжениях в стержнях, например, основной системе метода перемещений при циклических температурных воздействиях, к известной задаче о воздействии установившегося изменения температуры [12–15]. Коэффициенты могут

ТАБЛИЦА 6. Аппроксимирующие функции $k_{-\sigma}$ для максимальных сжимающих напряжений $-\sigma$



	
<p>Для интервала $t_{c1} = 0,8$ до $10,4$ ч.</p> $k_{-\sigma}(t_c, h) = 1,53222 + (-0,03681) \cdot \xi_1 +$ $+ 0,01317 \cdot \xi_2 + \frac{1}{2} (0,00579 \cdot \xi_1^2 +$ $+ 2 \cdot 0,00049 \cdot \xi_1 \xi_2 + (-0,00062) \cdot \xi_2^2) \quad (11)$ <p>Для интервала $t_{c2} = 10,4$ до 20 ч.</p> $k_{-\sigma}(t_c, h) = 1,64000 + (-0,01007) \cdot \xi_1 +$ $+ 0,01258 \cdot \xi_2 + \frac{1}{2} ((-0,02734) \cdot \xi_1^2 +$ $+ 2 \cdot (-0,00044) \cdot \xi_1 \xi_2 + (-0,00033) \cdot \xi_2^2) \quad (13)$	<p>Для интервала $t_{c1} = 0,8$ до $10,4$ ч.</p> $k_{-\sigma}(t_c, h) = 1,27000 + (-0,01389) \cdot \xi_1 +$ $+ 0,00558 \cdot \xi_2 + \frac{1}{2} (0,00174 \cdot \xi_1^2 +$ $+ 2 \cdot 0,00055 \cdot \xi_1 \xi_2 + (-0,00033) \cdot \xi_2^2) \quad (12)$ <p>Для интервала $t_{c2} = 10,4$ до 20 ч.</p> $k_{-\sigma}(t_c, h) = 1,30111 + (-0,00451) \cdot \xi_1 +$ $+ 0,00617 \cdot \xi_2 + \frac{1}{2} ((-0,01056) \cdot \xi_1^2 +$ $+ 2 \cdot (-0,00013) \cdot \xi_1 \xi_2 + (-0,00018) \cdot \xi_2^2) \quad (14)$

ТАБЛИЦА 7. Аппроксимирующие функции k_M для максимальных моментов M



	
<p>Для интервала $t_{c1} = 0,8$ до $10,4$ ч.</p> $k_M(t_c, h) = 0,89444 + 0,02569 \cdot \xi_1 +$ $+ (-0,00700) \cdot \xi_2 + \frac{1}{2} ((-0,00666) \cdot \xi_1^2 +$ $+ 2 \cdot 0,00083 \cdot \xi_1 \xi_2 + 0,00002 \cdot \xi_2^2) \quad (15)$ <p>Для интервала $t_{c2} = 10,4$ до 20 ч.</p> $k_M(t_c, h) = 0,77889 + 0,00382 \cdot \xi_1 +$ $+ (-0,00475) \cdot \xi_2 + \frac{1}{2} (0,01664 \cdot \xi_1^2 +$ $+ 2 \cdot 0,00026 \cdot \xi_1 \xi_2 + (-0,00004) \cdot \xi_2^2) \quad (17)$	<p>Для интервала $t_{c1} = 0,8$ до $10,4$ ч.</p> $k_M(t_c, h) = 0,89556 + 0,02604 \cdot \xi_1 +$ $+ (-0,00708) \cdot \xi_2 + \frac{1}{2} ((-0,00680) \cdot \xi_1^2 +$ $+ 2 \cdot 0,00086 \cdot \xi_1 \xi_2 + 0,00001 \cdot \xi_2^2) \quad (16)$ <p>Для интервала $t_{c2} = 10,4$ до 20 ч.</p> $k_M(t_c, h) = 0,77889 + 0,00382 \cdot \xi_1 +$ $+ (-0,00475) \cdot \xi_2 + \frac{1}{2} (0,01664 \cdot \xi_1^2 +$ $+ 2 \cdot 0,00026 \cdot \xi_1 \xi_2 + (-0,00004) \cdot \xi_2^2) \quad (18)$

ТАБЛИЦА 8. Графики функций $k_{\sigma}(t_c, h)$ для максимальных сжимающих напряжений $-\sigma$ при различных высотах сечения h и периоде цикла t_c



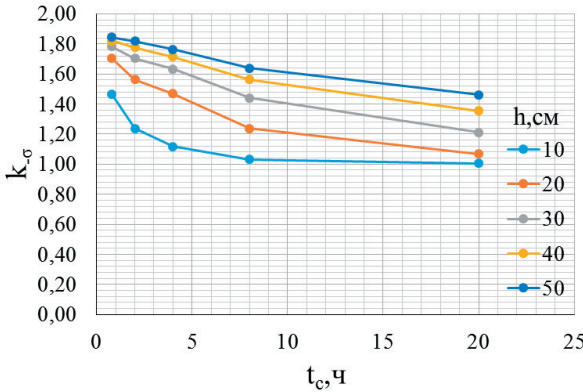
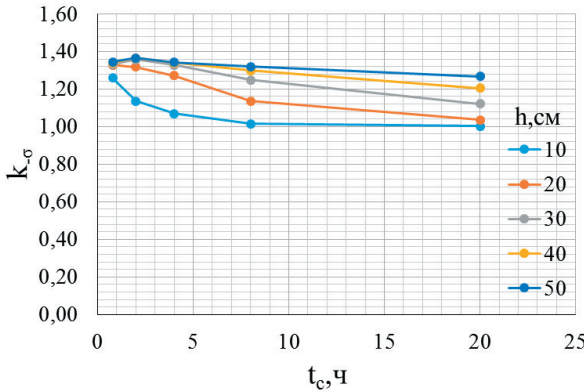
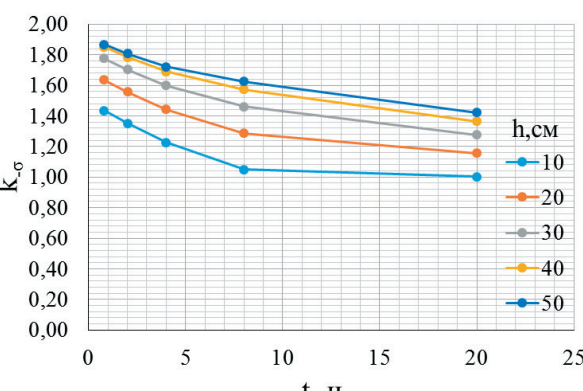
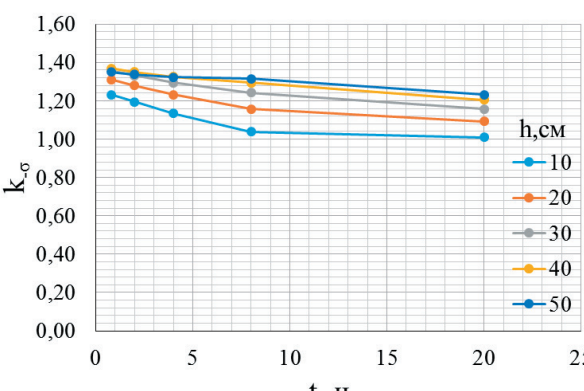


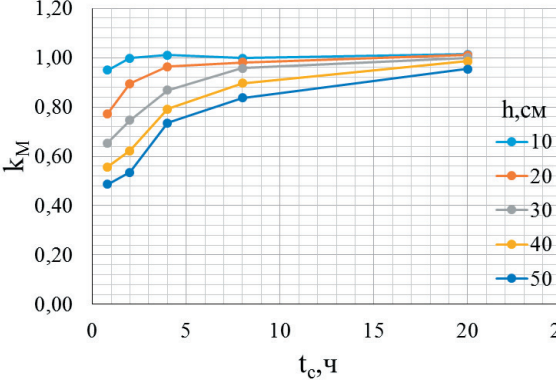
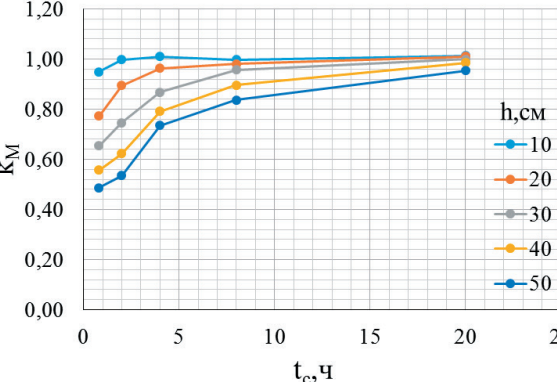
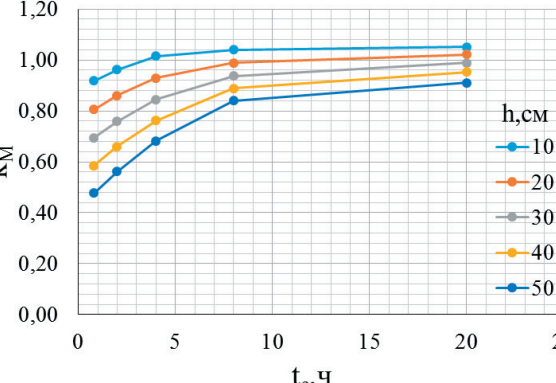
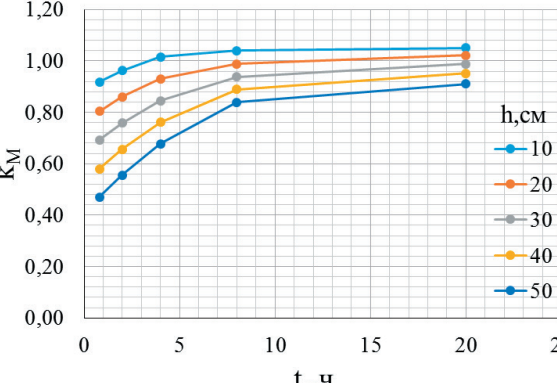
			
До аппроксимации			
			
После аппроксимации полиномом 2-й степени			
			
Максимальная погрешность аппроксимации значений $k_{-\sigma}$			
$\frac{(k_{-\sigma a} - k_{-\sigma})}{k_{-\sigma}} \cdot 100\% \quad (19)$			
9,77 %		6,24 %	

ТАБЛИЦА 9. Графики функций $k_M(t_c, h)$ для максимальных моментов M при различных высотах сечения h и периоде цикла t_c

	
<p>До аппроксимации</p>	
	
<p>После аппроксимации полиномом 2-й степени</p>	
	
<p>Максимальная погрешность аппроксимации значений k_M</p> $\frac{(k_{Ma} - k_M)}{k_M} \cdot 100\% \quad (20)$	
<p>6,84 %</p>	<p>7,17 %</p>

применяться как непосредственно к усилиям или напряжениям, так и к величине перепада температур при неравномерном нагреве. Последний подход имеет значение при расчете стержневых систем на температурные воздействия в программно-вычислительных комплексах, таких как ЛИРА-САПР.

Выводы

1. Значения максимальных напряжений $+\sigma$, $|\sigma|$ и значения максимальных моментов M стремятся к стационарным значениям M_c при увеличении времени цикла t_c и уменьшении высоты сечения стержня h .

2. Максимальные сжимающие напряжения $|\sigma|$ при циклических тепловых воздействиях заметно превышают их величины при установившейся температуре и достигают 35 %.

Полученные аппроксимирующие функции $k_\sigma(t_c, h)$, $k_M(t_c, h)$ для напряжений моментов могут применяться для дальнейшего использования при расчете стержневых систем. Для большей точности можно воспользоваться полученными табличными значениями функции k_M и линейной интерполяцией между этими значениями.

Список источников

1. Шульгин А.А. Исследование напряженного состояния упругого стержня при циклических тепловых воздействиях // Наука и инновации в технических университетах: материалы Тринадцатого Всероссийского форума студентов, аспирантов и молодых ученых. СПб., 2019. С. 27–28.

2. Pegin P.A., Shulgin A.A. Modern methods for calculating transport infrastructure objects for progressive collapse // BRICS transport. 2023. Vol. 2, iss. 3. P. 6.

3. Шульгин А.А. О некоторых особенностях напряженного состояния упругого стержня при циклическом тепловом воздействии // Современ-

ное строительство: сборник статей магистрантов и аспирантов. СПб.: СПбГАСУ, 2019. Т. 1, вып. 2. С. 334

4. Маслов Г.Н. Элементарные статические расчеты сооружений на температурные изменения // Изв. НИИ Гидротехники. 1940. № 26. С. 131–176.

5. Плещачевский Ю.М., Старовойтов Э.И., Леоненко Д.В. Механика трехслойных стержней и пластин, связанных с упругим основанием. М.: Физматлит, 2011. 560 с.

6. Соппротивление материалов с основами теории упругости и пластичности / Г. С. Варданян [и др.]. М.: Инфра-М, 2010.

7. Pegin P.A., Pavlovets A.V. Analysis of the adhesion strength of the a550 reinforcement to concrete B25, B30 and B40 // E3S Web of Conferences. 2024. T. 549. P. 01013.

8. Степин П.А. Соппротивление материалов: учеб. 12-е изд., стер. СПб.: Лань, 2012. 360 с.

9. Колесникова С.И. Методы решения основных задач уравнений математической физики: учеб. пособие. М.: МФТИ, 2015. 80 с.

10. Ильюшин А.А. Пластичность. Ч. 1. Упруго-пластические деформации. М.: Гостехиздат, 1948. 376 с.

11. Лавров С.С. Аппроксимация функций многих переменных с использованием метода наименьших квадратов // Вычислительная математика и математическая физика. 1964. Т. 4, вып. 3. С. 547–550.

12. Москвитин В.В. Циклическое нагружение элементов конструкций. М.: Наука, 1981. 344 с.

13. Елисеев В.Н., Товстоног В.А., Боровкова Т.В. Алгоритм решения обобщенной задачи нестационарной теплопроводности в телах простой геометрической формы // Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Серия: Машиностроение. 2017. № 1 (112). С. 112–128.

14. Павлов П.А. Основы инженерных расчетов элементов машин на усталостную и длительную прочность. Л.: Машиностроение, 1988. 250 с.

15. Клименко Е.С. Устойчивость сжатых неоднородных стержней с учетом физической нелинейности материала: дисс. ... канд. техн. наук. Ростов н/Д., 2011. 112 с.

16. Козельская М.Ю., Чепурненко А.С., Языев С.Б. Расчет на устойчивость сжатых полимерных стержней с учетом физической нелинейности методом конечных элементов // Научное ведомство. 2013. Вып. 3.

Дата поступления: 04.10.2025

Решение о публикации: 24.01.2026

Контактная информация:

ПЕГИН Павел Анатольевич — д-р техн. наук, доцент, заведующий кафедрой «Строительные конструкции, здания и сооружения»;

ppavel.khv@gmail.com

ШУЛЬГИН Алексей Александрович —

аспирант кафедры «Строительные конструкции, здания и сооружения»;

aleksejshulgin@gmail.com

ПАВЛОВЕЦ Алина Владимировна — магистрант

кафедры «Строительные конструкции, здания и сооружения»; alin_pavlovec2@mail.ru

Determination of maximum support moments and their dependences in statically indeterminate rods subjected to a zero-cycle temperature change

P. A. Pegin, A. A. Shulgin, A. V. Pavlovets

Emperor Alexander I Petersburg State Transport University, 9 Moskovsky pr., Saint Petersburg, 190031, Russia

For citation: *Pegin P. A., Shulgin A. A., Pavlovets A. V.* Determination of maximum support moments and their dependences in statically indeterminate rods subjected to a zero-cycle temperature change // Proceedings of Petersburg State Transport University. 2026. Vol. 23, iss. 1. Pp. 198–208. DOI: 10.20295/1815-588X-2026-1-198-208. (In Russian)

Objective: to calculate and analyze sectional stresses and internal forces in the simplest statically indeterminate rods under cyclic temperature changes. **Methods:** two configurations of rod comprising the basic system employed in the displacement method were considered. The first configuration featured one rigidly fixed end and a hinged, movable support at the opposite end; its direct analogue was a rod with a longitudinally sliding fastening at one end and a fixed hinge at the other. The second configuration involved a rigid fixed end combined with a sliding fastening at the opposite end. Both configurations were investigated under a non-zero temperature change cycle. In addition to stresses, the study determined the peak internal forces – particularly bending moments – an outcome not observed for a statically determined rod. **Results:** the magnitudes of the maximum stresses and maximum moments converge to steady-state values as cycle time increases and the rod section height decreases. Maximum compressive stresses under cyclic thermal loading substantially exceed their steady-temperature values, reaching up to 35 % above them. **Practical significance:** the derived approximation functions for moment stresses can be employed in subsequent calculations of core systems. For improved accuracy, the obtained tabulated function values and linear interpolation between them should be used.

Keywords: rod, forces, stresses, temperature, cycle, statics, experiment

References

1. Shul'gin A. A. Issledovanie napryazhennogo sostoyaniya uprugogo sterzhnya pri tsiklicheskih teplovykh vozdeystviyakh // Nauka i innovatsii v tekhnicheskikh universitetakh: materialy Trinadtsatogo Vserossijskogo foruma studentov, aspirantov i molodykh uchenykh. SPb., 2019. S. 27–28. (In Russian)
2. Pegin P.A., Shulgin A.A. Modern methods for calculating transport infrastructure objects for progressive collapse // BRICS transport. 2023. Vol. 2, iss. 3. P. 6.
3. Shul'gin A.A. O nekotorykh osobennostyakh napryazhennogo sostoyaniya uprugogo sterzhnya pri tsiklicheskom teplovom vozdeystvii // Sovremennoe stroitel'stvo: sbornik statej magistrantov i aspirantov. SPb.: SPbGASU, 2019. T. 1, vyp. 2. S. 334. (In Russian)
4. Maslov G.N. Elementarnye staticheskie raschety sooruzhenij na temperaturnye izmeneniya // Izv. NII Gidrotekhniki. 1940. No. 26. S. 131–176. (In Russian)
5. Pleskachevskij Yu. M., Starovojtov E.I., Leonenko D.V. Mekhanika trekhslojnykh sterzhnej i plastin, svyazannykh s uprugim osnovaniem. M.: Fizmatlit, 2011. 560 s. (In Russian)
6. Soprotivlenie materialov s osnovami teorii uprugosti i plastichnosti / G. S. Vardanyan [i dr.]. M.: Infra-M, 2010. (In Russian)
7. Pegin P.A., Pavlovets A.V. Analysis of the adhesion strength of the a550 reinforcement to concrete B25, B30 and B40 // E3S Web of Conferences. 2024. T. 549. P. 01013.
8. Stepin P.A. Soprotivlenie materialov: ucheb. 12-e izd., ster. SPb.: Lan', 2012. 360 s. (In Russian)
9. Kolesnikova S.I. Metody resheniya osnovnykh zadach uravnenij matematicheskoy fiziki: ucheb. posobie. M.: MFTI, 2015. 80 s. (In Russian)
10. Il'yushin A.A. Plastichnost'. Ch. 1. Uprugoplasticheskie deformatsii. M.: Gostekhizdat, 1948. 376 s. (In Russian)
11. Lavrov S.S. Approksimatsiya funktsij mnogikh peremennykh s ispol'zovaniem metoda naimen'shikh kvadratov // Vychislitel'naya matematika i matematicheskaya fizika. 1964. T. 4, vyp. 3. S. 547–550. (In Russian)
12. Moskvitin V.V. Tsiklichesкое nagruzhenie elementov konstruksij. M.: Nauka, 1981. 344 s. (In Russian)
13. Eliseev V.N., Tovstonog V.A., Borovkova T.V. Algoritm resheniya obobshchennoj zadachi nestatsionarnoj teploprovodnosti v telakh prostoij geometricheskoy formy // Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N.E. Baumana. Seriya: Mashinostroenie. 2017. No. 1 (112). S. 112–128. (In Russian)
14. Pavlov P.A. Osnovy inzhenernykh raschetov elementov mashin na ustalostnuyu i dlitel'nyuyu prochnost'. L.: Mashinostroenie, 1988. 250 s. (In Russian)
15. Klimenko E.S. Ustoichivost' szhatykh neodnorodnykh sterzhnej s uchetom fizicheskoy nelinejnosti materiala: diss. ... kand. tekhn. nauk. Rostov n/D., 2011. 112 s. (In Russian)
16. Kozel'skaya M. Yu., Chepurnenko A.S., Yazyev S.B. Raschet na ustojchivost' szhatykh polimernykh sterzhnej s uchetom fizicheskoy nelinejnosti metodom konechnykh elementov // Naukovedenie. 2013. Vyp. 3. (In Russian)

Received: 04.10.2025

Accepted: 24.01.2026

Author's information:

Pavel A. PEGIN — Dr. Sci. in Engineering, Associate Professor, Head of the Department of “Building Structures”; ppavel.khv@gmail.com

Alexey A. SHULGIN — Postgraduate Student of the Department of “Building Structures, Buildings and Facilities”; aleksejshulgin@gmail.com

Alina Vlad. PAVLOVETS — Master of the Department of Building Structures, Buildings and Structures; alin_pavlovec2@mail.ru