УДК 681.5.01

СТОХАСТИЧЕСКАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ НЕЧЕТКИХ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ

СПЕРАНСКИЙ Дмитрий Васильевич, профессор, доктор технических наук, профессор кафедры «Системы управления транспортной инфраструктурой»; e-mail: speranskiy.dv@gmail.com
ЛУНЕВ Сергей Александрович, доцент, кандидат технических наук, доцент кафедры «Системы управления транспортной инфраструктурой»; e-mail: slunev@mail.ru

Российский университет транспорта (МИИТ), кафедра «Системы управления транспортной инфраструктурой», Москва

В статье рассматривается проблема синхронизации нечетких конечных автоматов, представленных математической моделью нечеткого графа. Функционирование таких автоматов носит стохастический характер. Нечеткость проявляется в необходимости выбора очередного состояния автомата из некоторого множества альтернативных состояний, появляющегося при движении автомата в процессе подачи входной последовательности. Описана концепция построения синхронизирующих последовательностей для нечеткого автомата, основанная на преобразовании его нечеткого графа в четкий. Рассмотрены две оптимизационные задачи выбора из множества всех кратчайших синхронизирующих последовательностей для заданного нечеткого автомата оптимальных по совокупности двух показателей — введенного в статье значения реализуемости синхронизирующей последовательности и ее длины.

Ключевые слова: нечеткие автоматы и графы, преобразования нечетких автоматов в четкие, методы построения, синхронизирующие последовательности для автоматов

DOI: 10.20295/2412-9186-2026-12-01-73-81

▼ Введение

Синхронизация различных дискретных устройств выполняется с использованием их математических моделей. В статье рассматриваются модели дискретных устройств с памятью, которыми являются конечные автоматы. Традиционные классические модели предполагают полное и точное описание их функционирования, а также, возможно, и иную необходимую информацию, и потому их ныне принято называть четкими.

Современная наука полагает, что наши знания не всегда соответствуют сложившимся представлениям об устройствах и допускают принципиальную возможность наличия в их описаниях некоторых «нечеткостей». Этот факт относится ныне к числу общепринятых и в действительности обусловлен естественной реальностью человеческого существования. В связи с этим возникла потребность введения новых понятий и разработки новых методов, которые в явном виде учитывают наличие упомянутых нечеткостей.

Пионерской работой в этом направлении стала статья Л. Заде [1], послужившая основой создания ныне широко известной и часто используемой в приложениях теории нечетких множеств. Вслед за ней последовали публикации самого Л. Заде и других авторов по исследованию иных типов нечетких объектов (нечетких автоматов, нечетких графов и т. п.).

Предлагаемая статья посвящена проблеме синхронизации, но применительно к нечетким дискретным конечным автоматам. Далее предполагается, что, в отличие от четких автоматов, упомянутая нечеткость связана с наличием нескольких альтернативных переходов (α-переходов) из одного состояния автомата в другое при одном и том же входном сигнале.

Функционирование нечеткого дискретного конечного автомата (ДКА) носит стохастический характер. Поясним это на примере. Пусть ДКА находится в некотором одноэлементном (каноническом) состоянии. Из него он должен перейти в одно из канонических состояний, входящих в состав альтернативного состояния, при подаче очередного входного сигнала. Стохастический (вероятностный) выбор направления перехода нечеткого ДКА в один из компонентов альтернативного состояния зависит от значения характеристической функции (степени) принадлежности ребра, связывающего соответствующие состояния. Понятно, что выбранной может оказаться любая компонента его альтернативного состояния. Каждый состоявшийся конкретный выбор продолжения траектории нечеткого ДКА после подачи очередного символа входной последовательности приводит к появлению траектории движения нечеткого ДКА, которую назовем конкретным воплощением заданной входной последовательности. Общее число таких воплощений равно числу всех альтернативных вариантов траекторий движения нечеткого ДКА. Под траекторией традиционно понимается последовательность состояний ДКА, через которые он проходит при подаче входной последовательности.

В силу стохастичности процесса функционирования нечеткого ДКА после подачи на его входы одной и той же последовательности (даже при одном и том же начальном состоянии) этот автомат может оказаться в несовпадающих финальных состояниях. По этой причине синхронизация нечеткого ДКА, понимаемая как ее полный аналог для четкого ДКА, просто не происходит. В связи с этим необходимо ввести иное определение понятия синхронизируемого нечеткого ДКА, которое влечет за собой появление некоторых новых задач, решению которых посвящена предлагаемая статья.

Исследование этих задач базируется на использовании результатов, полученных при изучении четких синхронизируемых ДКА, моделью которых является четкий граф. Основная идея получения результатов решения упомянутых задач для нечетких ДКА состоит в предварительном преобразовании заданного нечеткого автомата (по предложенному авторами алгоритму) в соответствующий четкий автомат. Условимся этот четкий автомат называть образом заданного нечеткого ДКА, а заданный нечеткий автомат будем называть прообразом. Далее исследуется возможность синхронизации образа нечеткого ДКА, требующая поиска множеств всех его синхронизирующих последовательностей (СП), а также параметров СП, включая их длины, порождаемые ими траектории движения автомата и некоторые их численные оценки.

В статье вводится понятие синхронизируемого нечеткого автомата, предлагаются критерии, по которым можно выполнять сравнение построенных для него СП, которые будем называть потенциальными СП. Из них можно осуществлять выбор оптимальных СП по принятым критериям.

Поясним содержательный смысл упомянутой потенциальности СП. Пусть входная последовательность W есть СП для четкого автомата (образа), которая синхронизирует его в состояние s. После подачи W на заданный нечеткий автомат (прообраз) в силу стохастичности его функционирования он в общем случае может оказаться в финальном состоянии, отличном от s. Однако для нечеткого автомата (прообраза) существует одно конкретное его воплощение (оно порождается траекторией, инициируемой W), которое завершается в состоянии s, то есть когда классическая синхронизация действительно будет иметь место. Сказанное фактически означает, что хотя СП W синхронизирует образ заданного ДКА по классическому определению, но подача ее на прообраз этого ДКА (из-за стохастичности его функционирования) не гарантирует его «классической» синхронизации, то есть перехода в состояние s.

Началом исследований проблемы синхронизации автоматов принято считать 1964 год — публикацию словацкого математика Яна Черни. До нашего времени был опубликован ряд обзоров по этой тематике, довольно быстро устаревавших из-за высоких темпов получения новых результатов. В 2022 году опубликован последний по времени обзор современного состояния теории синхронизации четких автоматов [2], выполненный М. В. Волковым. Этот обзор характеризуется полнотой использованного материала и качественным анализом современной ситуации. Из-за тесной связи проблемы синхронизации четких и нечетких ДКА этот обзор далее будет часто упоминаться и цитироваться.

Определения некоторых используемых понятий

Для единообразия в нашей статье постараемся сохранить обозначения и понятия, которые были приняты в [2] для четких ДКА, но также сохраняются и для нечетких. Далее полагаем, что четкий ДКА — это тройка $A = (Q, \Sigma, \delta)$, где Q — множество состояний, Σ — входной алфавит, δ — функция переходов ($\delta: Q \cdot \Sigma \to Q$). Элементы множества будем называть буквами (метками, символами).

Автомат изображается в виде графа $G(V, E)$, где V — множество вершин, E — множество ребер.

ДКА $A = (Q, \Sigma, \delta)$ представляется в виде помеченного графа с множеством вершин Q, алфавитом меток Σ и множеством ребер

$$\{q \xrightarrow{a} q' \,/\, q, q' \in Q,\ a \in \Sigma,\ \delta(q, a) = q'\}.$$

Множество всех слов из Σ обозначается как Σ^*, и функция δ распространяется на все слова Σ из Σ^*. Если $w = a_1, a_2 \ldots a_l$, где $a_i \in \Sigma$, то соответствующий переход ДКА по состояниям (траектория ДКА) понимается как

$$\delta(\ldots\delta(\delta(q_1, a_1), a_2)\ldots a_l).$$

Напомним традиционно используемое (классическое) определение синхронизируемого четкого ДКА [2]. Детерминированный конечный автомат $A = (Q, \Sigma, \delta)$ называется (классически) *синхронизируемым*, если существуют слово $W \in \Sigma^*$ и состояние $s \in Q$ такие, что $\delta(q, w) = s$ для всех $q \in Q$. В этом случае слово w называют *синхронизирующим* и говорят, что оно *синхронизирует автомат A к состоянию s*.

Далее вместо термина «слово» будем использовать как эквивалент термин «синхронизирующая последовательность» (СП), а определенную выше синхронизацию называть классической.

В статье рассматривается проблема, связанная с синхронизацией нечетких автоматов. В ней используются аналогичные понятия и термины из теории синхронизации четких автоматов. Соответствующие обозначения и понятия из теории нечетких множеств и других нечетких объектов (к примеру, графов) трактуются так, как они определены в [3].

Для нечеткого автомата A, заданного в виде нечеткого графа (так же как и любого четкого), при подаче на него входной последовательности $W = w_1, w_1, \ldots, w_k$ каждому его ребру ставится в соответствие его метка w_i (входной символ). Будем обозначать эти ребра как $e(w_i)$. Значения вероятностей принадлежности этих ребер множеству ребер графа автомата A обозначим как $ep(w_i)$ (edge probability).

Теперь, используя терминологию, введенную выше, дадим определение (потенциально) *синхронизируемого нечеткого* ДКА.

Нечеткий конечный автомат $A = (Q, \Sigma, \delta)$ называется (потенциально) *синхронизируемым*, если для его образа, то есть соответствующего ему четкого автомата, существуют последовательность $W \in \Sigma^*$ и состояние $s \in Q$ такие, что $\delta(q, W) = s$ для всех $q \in Q$.

Иначе говоря, последовательность $W \in \Sigma^*$ является синхронизирующей для образа автомата A в классической трактовке синхронизации четкого автомата.

Последовательность W назовем *синхронизирующей* и будем говорить, что она *синхронизирует автомат A к состоянию s*. Синхронизацию автомата в только что определенном смысле (в отличие от классической) будем называть потенциальной.

Введем понятие конкретной *реализации* СП $W = w_1, w_1, \ldots, w_k$ (synchronizing sequence – SS) заданного нечеткого ДКА A, которую обозначим $ISS(W)$ (implementation of the SS).

Подача на вход нечеткого автомата A СП W может порождать различные траектории его движения по состояниям, а следовательно, и по ребрам, связывающим пары состояний ребрами $e(w_i)$ нечеткого графа, помеченных входными символами w_i. Значения вероятностей принадлежности этих ребер множеству ребер графа автомата A считаются заданными.

Зная ребра $e(w_i)$ и значения вероятности $ep(w_i)$ принадлежности ребер множеству ребер нечеткого ДКА A, можно вычислить вероятность конкретного реального воплощения СП W автомата в виде порожденной СП соответствующей траектории его движения по состояниям.

Дадим теперь определение конкретной *реализации* СП $W = w_1, w_1, \ldots, w_k$. Значение вероятности конкретного реального воплощения СП $W = w_1, w_1, \ldots, w_k$ при ее подаче на вход ДКА A назовем значением *реализации* этого конкретного воплощения СП.

Понятно, что одна и та же СП $W = w_1, w_1, \ldots, w_k$ может иметь различные значения реализации, которые зависят от складывающейся траектории движения автомата A по состояниям при подаче СП на автомат.

Изложим теперь кратко способ вычисления значения реализации конкретной потенциальной СП. Пусть задана СП $W = w_1, w_1, ..., w_k$, где w_i – ребро ($i = 1, 2, ..., k$), степень принадлежности которого (вероятность) есть величина $ep(w_i)$. Подача СП на вход нечеткого ДКА есть опыт со случайным исходом, в результате которого могут появиться (или не появиться) события $e(w_1)$, $e(w_2)$, ..., $e(w_k)$, образующие упорядоченную последовательность ребер. Подача СП есть упорядоченное произведение k событий, следующих одно за другим в порядке их расположения в СП W. При этом вероятность каждого последующего события вычисляется при условии, что все предыдущие события имели место. Очевидно, что здесь необходимо использовать понятие условной вероятности зависимых событий, вычисление которой требует применения теоремы умножения вероятностей [4]. Отметим, что зависимость событий здесь вполне очевидна в силу их упорядоченности в СП, так же как и появление их в строго возрастающем порядке. Из сказанного следует, что интересующая нас вероятность должна вычисляться с использованием известной теоремы о произведении вероятности зависимых событий [4]. Таким образом, соответствующая формула для вычисления значения реализации потенциальной СП имеет следующий вид:

$$ISS(W) = ep(w_1) \cdot ep(w_2 \mid w_1) \cdot ... \cdot$$
$$\cdot\ ep(w_k \mid w_{k-1}...w_1).$$

Каждой потенциальной СП нечеткого автомата A будет соответствовать своя вероятность реального ее воплощения при движении автомата по соответствующей траектории. Реальное воплощение СП означает, что все ее входные символы подавались в порядке их следования в записи $W = w_1, w_1, ..., w_k$, а место расположения каждого ребра $q \xrightarrow{w_i} q'$, указывающего переход между состояниями по входу w_i в траектории движения нечеткого автомата, совпадает с местом расположения того же ребра при подаче СП на образ автомата A.

В теории нечетких множеств ненулевая степень принадлежности ребра трактуется только как потенциальная возможность его включения в граф. Естественно, что эта возможность тем выше, чем больше эта степень (вероятность). Однако понятно, что реальное появление некоторого ребра (с ненулевой оценкой вероятности) в составе траектории, порождаемой СП в процессе ее подачи, не обязательно произойдет.

Это аналогично ситуации в теории вероятностей, когда некоторое событие хотя и имеет ненулевую вероятность появления, но это не означает, что оно обязательно произойдет.

Модель нечеткого автомата

Известно, что для решения проблем в различных областях широко используются математические модели. Опыт показывает, что для одного и того же объекта (например, дискретного устройства) в зависимости от исследуемых проблем могут потребоваться разные модели (например, булева функция или конечный автомат). Однако одна и та же модель может оказаться вполне приемлемой и для решения нескольких различных проблем. Так, модель нечеткого автомата в виде нечеткого графа, представляемого в предложенном специальном виде, была использована авторами настоящей статьи при решении трех разных задач [5–7]. В рассматриваемой проблеме синхронизации нечетких ДКА такая модель в виде нечеткого графа также оказалась вполне приемлемой. Отметим, что особенность этой модели заключается в использовании в ней вершин двух типов (канонических и альтернативных). Это позволяет представить нечеткий граф и процесс функционирования соответствующего ему нечеткого автомата в более компактном виде. Если задаваемый нечеткий ДКА достаточно масштабен (имеет много вершин и связывающих их ребер), то предложенная нами его модель может оказаться более обозримой и удобной для восприятия и анализа.

Упомянутая модель подробно описана в [5, 7], и потому ее описание здесь не приводится для сокращения объема статьи. Напомним, что в нечетком графе, представляющем ДКА, в отличие от четкого на каждом его ребре, кроме символа, инициирующего переход, указывается также значение степени характеристической функции μ ребра (перехода), например:

$$s_i \xrightarrow{\alpha\ /\ \mu\ (s_i,\ s_j)} s_j.$$

О методах синтеза СП для четких ДКА

Предлагаемый в статье подход к построению СП для заданного нечеткого ДКА основан на преобразовании его нечеткой модели в соответствующий ей четкий граф. Что касается синтеза СП для четких автоматов, то для него разработан ряд методов. Их можно будет использовать и для нечетких автоматов, если будет показано, что множество всех СП, построенных для четкого графа (модели ДКА), полученного после выполнения предложенного нами преобразования заданного нечеткого графа ДКА в четкий, совпадает с множеством всех потенциальных СП для заданного нечеткого графа.

Понятия синхронизирующих, а также установочных и диагностических последовательностей для автомата, используемых в известной статье Э. Ф. Мура [8], принято связывать (по терминологии Мура) с «умозрительными» экспериментами. Каждый такой эксперимент состоит в подаче на вход автомата некоторой последовательности, наблюдении его выходной реакции (за исключением задачи синхронизации) и выводе заключения о его состоянии. По этой причине разработки по синтезу и изучению свойств упомянутых последовательностей принято относить к теории экспериментов с автоматами.

Одной из первых монографий по этой тематике, ныне считающейся классической, является монография А. Гилла [9]. В ней были введены понятия дерева преемников (ДП), установочного и диагностического деревьев, которые были использованы для построения соответствующих экспериментов. Используя аналог ДП, достаточно легко предложить конструкцию дерева синхронизации для построения синхронизирующих последовательностей автоматов. Конструкция ДП концептуально очень проста и оказалась эффективной для решения и иных задач теории экспериментов.

Так, идея ДП была использована в [10] для решения задачи построения трех упомянутых выше типов экспериментов с автоматами, имеющими взвешенный входной алфавит. В этом случае каждый символ входного алфавита имеет свой индивидуальный вес (целое число).

ДП, будучи важным в методологическом аспекте, имеет существенный недостаток — это громоздкая конструкция и ее построение представляет собой трудоемкий процесс. Понятно, что взвешенный входной алфавит усложняет построение соответствующих последовательностей. Поэтому для алфавита с равными весами входных символов алгоритм построения СП, естественно, упрощается.

Эффективные алгоритмы синтеза СП для четких ДКА могут быть получены с использованием условий их синхронизации. В качестве примера приведем один такой алгоритм, основанный на применении конструкции автомата подмножеств, предложенный в [11]. Приведем эти условия в той формулировке, которая дается (с соответствующим доказательством) в [2, раздел 2.1].

Предварительно введем некоторые используемые далее обозначения. Пусть $\tilde{P}(Q)$ – множество всех непустых подмножеств множества Q. Функция переходов автомата $A = <Q, \Sigma, \delta>$ расширяется до функции $\tilde{P} \cdot \Sigma \to \tilde{P}(Q)$ по правилу $\delta(P, a) := \{\delta(p, a) \mid p \in P\}$. Если Q — конечное множество, то k-элементные подмножества Q называются k-подмножествами. Тогда возникающий ДКА $\tilde{P}(A) = <P(Q), \Sigma, \delta>$ называется автоматом подмножеств автомата A. Так, например, для автомата $\tilde{A}$ на рис. 1 автомат его 2-подмножеств представлен на рис. 2.

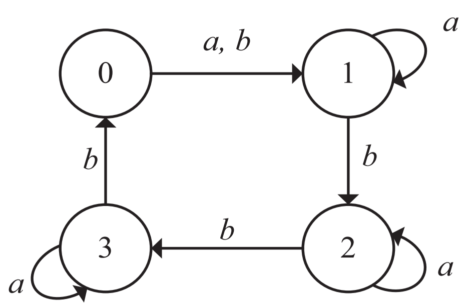

Рис. 1. Пример ДКА $\tilde{A}$

В [2, раздел 2.1] условие синхронизации заданного ДКА сформулировано следующим образом:

Предложение 2.1. ДКА $A = <Q, \Sigma, \delta>$ синхронизируем тогда и только тогда, когда для любых $q, q' \in Q$ существует слово $W \in \Sigma^*$ такое, что $\delta(q, w) = \delta(q', w)$.

(Здесь Σ^* — множество всех слов над Σ, включая пустое слово ε.)

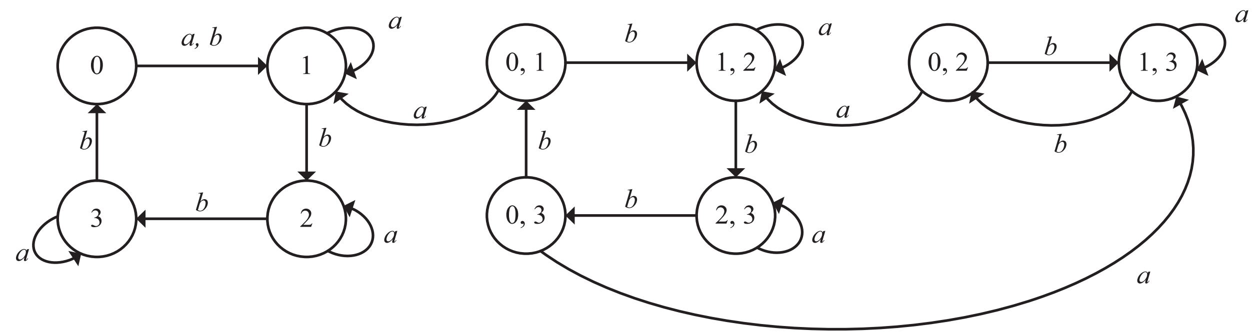

Рис. 2. Автомат 2–подмножеств для ДКА на рис.1

В [2, раздел 2.1] приведено доказательство этого условия.

Теперь, как указано в [2], условие синхронизации ДКА можно переформулировать.

Следствие 2.1. ДКА синхронизируем тогда и только тогда, когда для любого его 2-подмножества D множества его состояний найдется путь от D к 1-подмножеству.

Отсюда вытекает, что задача синхронизации четкого ДКА сводится к задаче о достижимости вершин в графе автомата подмножеств. Иначе говоря, к задаче о существовании пути в графе от состояния множества Q к одноэлементному подмножеству. Речь идет о существовании пути из 2-подмножеств D множества состояний автомата к 1-подмножеству. Упомянутый автомат имеет $n = \left(|Q|+1\right)/2$ состояний, $m = \dfrac{|Q|\cdot\left(|Q|+1\right)}{2}\cdot|\Sigma|$ ребер.

Для решения такой задачи имеются стандартные методы, к примеру, поиск в ширину. Известно [12], что он обрабатывает граф с n вершинами и m ребрами, приведенными выше, за время $O(n+m)$. Поэтому алгоритм, основанный на Следствии 2.1, проверяет ДКА на синхронизацию за время $O\left(|Q|^2\cdot|\Sigma|\right)$.

Отметим, что это значительно лучше, чем время, затрачиваемое с использованием алгоритма на основе Предложения 2.1 (с ростом числа состояний автомата эта процедура становится неэффективной).

Однако, как отмечено в [2], критерий синхронизации, установленный в работе [13], приводит к еще более эффективному алгоритму.

Таким образом, среди ныне известных алгоритмов построения СП для четких ДКА имеются вполне приемлемые для практического применения к масштабным графам.

Рассмотрим кратко один пример, показывающий полезность упомянутой выше конструкции автомата подмножеств для построения СП. Заметим, что построить СП простым подбором для ДКА на рис. 1 — не такая простая задача, однако легко проверить, что последовательность *abbbabbba* синхронизирует этот автомат в состояние 1. Заметим, что использование графа на рис. 2 для построения СП значительно упрощает задачу. В этом случае поиск СП сводится к исследованию путей в графе на рис. 2 из 2-подмножеств (их всего шесть) в одноэлементную вершину 1.

Формулировка рассматриваемых задач

В математической модели четкого графа ДКА $G(V, E)$ каждому ребру $(x, y)\in E$ сопоставляется его вес $a(x, y)$, обычно интерпретируемый как его длина. Для нечеткого графа условимся каждому ребру (x, y) ставить в соответствие упорядоченную пару чисел $(a(x, y), \mu_G(x, y))$. Первое число в паре — длина ребра, второе — степень его принадлежности множеству E графа G, которую всегда можно преобразовать в вероятность.

После введения понятия значения реализации СП для оценки каждой потенциальной СП для нечеткого ДКА с целью их сравнения между собой можно использовать два показателя — значение реализации и длину СП (для четкого ДКА используется только длина СП). Поэтому в статье рассматривается две задачи оптимизации, связанные с проблемой синхронизации нечетких автоматов.

Задача 1. Требуется в множестве всех кратчайших СП для заданного нечеткого ДКА найти такую, которая имеет максимальное значение ее реализации при минимально возможной длине.

Задача 2. Требуется в множестве всех кратчайших СП для заданного нечеткого ДКА найти такую, которая имеет минимальную длину при максимально возможном значении ее реализации.

Что касается новизны рассмотренных задач, то поиск публикаций в приведенной нами или близкой к ним постановкой задач для нечетких ДКА показал их отсутствие.

Решение сформулированных оптимизационных задач синхронизации нечетких ДКА

Идея методов решения рассматриваемых нами задач состоит в преобразовании модели заданного нечеткого графа ДКА в четкий с последующим использованием известных для них методов синтеза СП и дальнейшего сравнения полученных СП по заданным критериям.

Очевидно, что сравнение между собой имеет смысл проводить только для элементов полученного множества кратчайших по длине СП.

Описанный в [5] алгоритм преобразования нечеткого графа заключается в замещении его переходов, содержащих альтернативные вершины (α-вершины), на переходы между каноническими (одноэлементными) вершинами. Эти замещения производятся фрагментами разного вида (подграфами специального вида).

Из структуры всех используемых для замещения фрагментов очевидно, что наличие в переходе альтернативных вершин означает фактически продолжение траектории ДКА от этой вершины по разным ветвям графа за счет разветвления. Важно отметить, что в каждом используемом фрагменте обязательно представляются все варианты продолжения траектории движения ДКА от альтернативной вершины. Аналогично при переходе из нескольких вершин ДКА в одну и ту же каноническую вершину фактически происходит слияние нескольких траекторий движения ДКА в одну траекторию. Такие ситуации имеют место во всех возможных вариантах слияния. Иначе говоря, здесь будут представлены все варианты продолжения траектории ДКА при слиянии.

Напомним, что эти варианты траекторий движения ДКА в преобразованном графе потенциально могут возникать (за счет стохастичности функционирования нечеткого автомата) в процессе всех конкретных реализаций проходов (траекторий) автомата по графу заданного нечеткого ДКА при подаче на его вход различных СП.

Из изложенного выше следует справедливость следующего утверждения:

Теорема. *Множество всех СП для четкого ДКА, полученного из заданного нечеткого графа автомата предложенным алгоритмом преобразования, совпадает с множеством всех потенциальных СП для заданного нечеткого ДКА.*

Приведенная теорема представляет собой обоснование предлагаемого метода решения путем сводимости задачи построении СП для нечеткого ДКА к задаче построения СП для соответствующего ему четкого ДКА. Этот метод отличается наглядностью, простотой и почти очевидностью. Именно эти качества метода не требуют каких-либо дополнительных математических обоснований. Сформулируем простые и очевидные по логике методы решения задач, приведенных выше.

Решение задачи 1 потребует выполнения следующих этапов:

1. Для полученного после описанного выше преобразования четкого графа ДКА известными методами находится множество всех его кратчайших СП.
2. Для каждой СП этого множества вычисляются значения их реализации, и из них формируется подмножество СП с максимальным значением реализации.
3. Среди полученного подмножества СП, если оно содержит более одного элемента, выбираются СП, имеющие минимальную длину. Если их несколько, то из них произвольным образом выбирается одна, которая и является решением задачи 1.

По аналогии с решением задачи 1 очевидно и решение задачи 2. Оно также потребует выполнение трех этапов с понятным изменением на втором (формирование подмножества кратчайших по длине СП) и третьем этапе (выбор в подмножестве СП с максимальным значением реализации).

Заключение

Проблема синхронизации конечных автоматов имеет разнообразные связи со многими разделами компьютерных наук, чистой математики и важными практическими приложениями. Для синхронизации четких автоматов при наличии у них СП эта проблема решается просто подачей СП на входы автомата и не требует наблюдения откликов (выходов) автомата. Такие эксперименты с автоматами называются однородными, и в них отклики на СП используются только иногда после завершения эксперимента. Для нечетких автоматов наблюдение откликов в процессе подачи СП также не является обязательным. Однако требуется определение последнего состояния автомата после подачи СП (например, экспериментом по распознаванию состояния). Причина в том, что в силу его стохастического поведения при подаче потенциальной СП попадание автомата в ожидаемое для синхронизации состояние может и не иметь места.

Отметим, что синхронизация автоматов тесно связана с теорией кодирования при решении важной практической проблемы передачи и хранения информации. Известно, что наилучшее сжатие данных реализуется с использованием префиксного кодирования. Кроме того, такое кодирование значительно упрощает и процесс декодирования информации.

Еще одно важное приложение теории синхронизации автоматов связано с ее использованием в промышленной механике. Синхронизированные автоматы оказались востребованы при разработке механических устройств для таких операций, как автоматизация подачи деталей, их сортировки, упаковки и т. п.

В компьютерных науках синхронизирующие последовательности уже давно применяются при тестировании схем и протоколов, в задачах планирования движения роботов.

Сказанное выше подтверждает важность теории синхронизации автоматов и необходимость ее дальнейшего развития. ▲

Список источников

1. Zadeh, L. A. Fuzzy sets / L. A. Zadeh // Information and Control. — 1965. — Vol. 8, no. 3. — Pp. 338–353.
2. Волков, М. В. Синхронизация конечных автоматов / М. В. Волков // Успехи математических наук. — 2022. — Т. 77, № 5 (467). — С. 53–130.
3. Кофман, А. Введение в теорию нечетких множеств / А. Кофман. — М. : Радио и связь. — 1982. — 432 с.
4. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. — М. : Наука, 1988. — 480 с. — (Физико-математическая библиотека инженера). — EDN TBVRFB.
5. Сперанский, Д. В. Поиск состязаний сигналов в нечетких асинхронных автоматах / Д. В. Сперанский, С. А. Лунев // Автоматика на транспорте. — 2024. — Т. 10, № 2. — С. 178–189. — DOI 10.20295/2412-9186-2024-10-02-178-189. — EDN JANKXY.
6. Сперанский, Д. В. Построение множеств простых путей между двумя узлами в нечетких транспортных сетях / Д. В. Сперанский, С. А. Лунев // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. — 2025. — № 70. — С. 81–90. — DOI: 10.17223/19988605/70/8. — EDN XDTQXD.
7. Сперанский, Д. В. Построение обнаруживающих тестов для нечетких автоматов / Д. В. Сперанский, С. А. Лунев // Автоматика на транспорте. — 2025. — Т. 11, № 1. — С. 66–74. — DOI: 10.20295/2412–9186–2025–11–01–66–74. — EDN RXKGUI.
8. Мур, Э. Ф. Умозрительные эксперименты с последовательностными машинами / Э. Ф. Мур // Автоматы : сб. ст. — М., 1956. — С. 179–210.
9. Гилл, А. Введение в теорию конечных / А. Гилл. — М.: Наука, Главная редакция физ.-мат. литературы, 1966. — 272 с.
10. Сперанский, Д. В. Лекции по теории экспериментов с конечными автоматами / Д. В. Сперанский. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. — 287 с.
11. Rabin, M. O. Finite Automata and Their Decision Problems / M. O. Rabin, D. Scott // IBM J. Res. Develop. — 1959. — Vol. 3, no. 2. — Pp. 114–125.
12. Кормен, Т. Алгоритмы: построение и анализ / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест, К. Штайн. — 3-е изд. — М. : Вильямс, 2011. — 1324 с.
13. Lui, C. L. Some Memory Aspects of Finite Automata / C. L. Lui // M.I.T.Rcs. Lab. Electron. Tech. Rept. — 1963. — Vol. 411.

TRANSPORT AUTOMATION RESEARCH. 2026. Vol. 12, no. 1, pp. 73–81
DOI: 10.20295/2412-9186-2026-12-01-73-81

Stochastic Synchronization of Fuzzy Finite Automata

Information about authors
Speranskiy D. V., Dr. Sci. in Engineering, Professor of the Department of Transportation Infrastructure Management Systems. E-mail: speranskiy.dv@gmail.com
Lunev S. A., PhD in Engineering, Associate Professor of the Department of Transportation Infrastructure Management Systems. E-mail: slunev@mail.ru

Russian University of Transport (MIIT), Moscow

Abstract: this paper addresses the issue of synchronizing fuzzy finite automata, which are modelled as fuzzy graphs. The operation of such automata is intrinsically stochastic: fuzziness manifests itself in the requirement to select the subsequent state of the automation from a range of possible states that emerge during the processing of an input sequence. This research outlines a method for constructing synchronizing sequences for a fuzzy automation by converting its fuzzy graph into an equivalent crisp representation. Two optimization tasks have been formulated for selecting the best synchronizing sequences from the set of all shortest synchronizing sequences for a given fuzzy automaton, using two criteria: the length of a sequence and the proposed measure of its feasibility.

Keywords: fuzzy automata and graphs; transformations of fuzzy automata to crisp models; construction methods; synchronizing sequences for automata

References

1. Zadeh, L. A. Fuzzy sets / L. A. Zadeh // Information and Control. — 1965. — Vol. 8. — No. 3. — Pp. 338–353.
2. Volkov, M. V. Sinkhronizatsiya konechnykh avtomatov / M. V. Volkov // Uspekhi matematicheskikh nauk. — 2022. — T. 77, no. 5 (467). — S. 53–130. (In Russian)
3. Kofman, A. Vvedenie v teoriyu nechetkikh mnozhestv / A. Kofman. — M. : Radio i svyaz', 1982. — 432 s. (In Russian)
4. Venttsel', E. S. Teoriya veroyatnostej i ee inzhenernye prilozheniya / E. S. Venttsel', L. A. Ovcharov. — M. : Nauka, 1988. — 480 s. — (Fiziko-matematicheskaya biblioteka inzhenera). — EDN TBVRFB. (In Russian)
5. Speranskij, D. V. Poisk sostyazanij signalov v nechetkikh asinkhronnykh avtomatakh / D. V. Speranskij, S. A. Lunev // Avtomatika na transporte. — 2024. — T. 10, no. 2. — S. 178–189. — DOI: 10.20295/2412-9186-2024-10-02-178-189. — EDN JANKXY. (In Russian)
6. Speranskij, D. V. Postroenie mnozhestv prostykh putej mezhdu dvumya uzlami v nechetkikh transportnykh setyakh / D. V. Speranskij, S. A. Lunev // Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika. — 2025. — No. 70. — S. 81–90. — DOI: 10.17223/19988605/70/8. — EDN XDTQXD. (In Russian)
7. Speranskij, D. V. Postroenie obnaruzhivayushchikh testov dlya nechetkikh avtomatov / D. V. Speranskij, S. A. Lunev // Avtomatika na transporte. — 2025. — T. 11, no. 1. — S. 66–74. — DOI: 10.20295/2412-9186-2025-11-01-66-74. — EDN RXKGUI. (In Russian)
8. Mur, E. F. Umozritel'nye eksperimenty s posledovatel'nostnymi mashinami / E. F. Mur // Avtomaty : sb. st. — M., 1956. — S. 179–210. (In Russian)
9. Gill, A. Vvedenie v teoriyu konechnykh avtomatov / A. Gill. — M. : Nauka, Glavnaya redaktsiya fiz.-mat. literatury, 1966. — 272 s. (In Russian)
10. Speranskij, D. V. Lektsii po teorii eksperimentov s konechnymi avtomatami / D. V. Speranskij. — M. : BINOM. Laboratoriya znanij, 2010. — 287 s. (In Russian)
11. Rabin, M. O. Finite Automata and Their Decision Problems / M. O. Rabin, D. Scott // IBM J. Res. Develop. — 1959. — Vol. 3, no. 2. — Pp. 114–125.
12. Kormen, T. Algoritmy: postroenie i analiz / T. Kormen, Ch. Lejzerson, R. Rivest, K. Shtajn. — 3-e izd. — M. : Vil'yams, 2011. — 1324 s. (In Russian)
13. Lui, C. L. Some Memory Aspects of Finite Automata / C. L. Lui // M.I.T.Rcs. Lab. Electron. Tech. Rept. — 1963. — Vol. 411.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I»

ОБЪЯВЛЯЕТ НАБОР В ДОКТОРАНТУРУ

Прием документов осуществляется

с 2 февраля 2026 года по 29 мая 2026 года

по адресу: Санкт–Петербург, Московский пр., д. 9, ауд. 7–214

Об условиях приема можно узнать
на официальном сайте ФГБОУ ВО ПГУПС:
https://www.pgups.ru/

или по электронной почте: uchsov@pgups.ru