

# ВЛИЯНИЕ КОНТАКТНОГО РЕЛЬСА НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ГАРМОНИК ТЯГОВОГО ТОКА В ХОДОВЫХ РЕЛЬСАХ НА МЕТРОПОЛИТЕНЕ

**КАБЕЦКИЙ Андрей Геннадьевич**, руководитель отдела Испытательного центра железнодорожной автоматики и телемеханики; e-mail: kabeckiy@ya.ru

Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург

В статье исследуется влияние контактного рельса на распределение гармоник тягового тока в ходовых рельсах из-за особенности расположения подвеса контактного рельса на линиях метрополитена. Цель данной работы заключается в теоретическом обосновании и количественной оценке влияния геометрического расположения контактного рельса на возникновение систематической асимметрии тягового тока в рельсовых нитях, достигающей при определенных условиях значений около 40 %. Разработана частотно-зависимая математическая модель для расчета параметров рельсовой линии, учитывающая скин-эффект, взаимную индукцию проводников и влияние дроссель-трансформаторов. Получено выражение комплексного коэффициента асимметрии магнитного влияния. Предложенная модель верифицирована при имитационном моделировании в среде MATLAB/Simulink. Рассчитана и показана зависимость коэффициента асимметрии тягового тока от длины рельсовой линии для широкого спектра частот. Предлагается понятие предельной длины рельсовой линии, при которой коэффициент асимметрии тягового тока не превышает нормативного значения 6 %, что будет полезно при проектировании рельсовых цепей.

**Ключевые слова:** метрополитен, коэффициент асимметрии, электромагнитная совместимость, тяговый ток, контактный рельс, рельсовая линия, магнитное влияние, имитационное моделирование

DOI: 10.20295/2412-9186-2026-12-01-41-55

## ▼ Введение

Внедрение на метрополитенах электроподвижного состава (ЭПС) с асинхронным тяговым двигателем существенно изменило электромагнитную обстановку для работы устройств автоматики и телемеханики управления движением поездов (АТДП). Тяговый ток, протекающий по рельсам при работе асинхронного тягового двигателя, содержит широкий спектр гармоник в диапазоне от сотен герц до десятков килогерц. Эти частоты совпадают с рабочими диапазонами аппаратуры АТДП, такой как рельсовые цепи (РЦ) и системы автоматической локомотивной сигнализации с автоматическим регулированием скорости (АЛС-АРС), что создает риски как мешающего, так и опасного влияния на их работу [1–4].

Ключевым параметром, определяющим уровень помех на входе приемных устройств систем АТДП, является асимметрия тягового тока, выражающаяся в неравномерном про-

текании по рельсовым нитям. В классических работах [5–7] и современных исследованиях к возникновению асимметрии относят:

- неравномерность сопротивлений рельсовых нитей;
- влияние заземляющих устройств вследствие подключения к одной из рельсовых нитей;
- магнитное влияние соседних путей через наведение электродвижущей силы (ЭДС) от тяговых токов смежных линий, которые были исследованы в работах [6, 8];
- влияние дроссель-трансформаторов (ДТ) из-за разницы параметров сопротивлений или индуктивностей полуобмоток основной обмотки ДТ [9, 10].

Несмотря на глубокую проработку указанных факторов, практика эксплуатации на линиях метрополитена показывает наличие устойчивой асимметрии даже при идеальном состоянии инфраструктуры. Это позволяет выдвинуть гипотезу о существовании детерминированного фактора, обусловленного самой

топологией системы тягового электроснабжения метрополитена.

В отличие от магистральных железных дорог, где контактный провод расположен сверху и симметрично относительно оси пути, в метрополитене используется контактный рельс [11]. Его смещение относительно ходовых рельсов создает асимметричную конфигурацию магнитных связей.

Цель данной работы заключается в теоретическом обосновании и количественной оценке влияния геометрического расположения контактного рельса на возникновение систематической асимметрии гармоник тягового тока в широком спектре частот, а также в разработке комплексной модели распределения токов.

### Математическая модель магнитного влияния контактного рельса на ходовые рельсы

Схема расположения подвеса контактного рельса и взаимные расстояния относительно ходовых рельсов представлены на рис. 1.

Для анализа распределения гармоник тягового тока используется эквивалентная схема замещения, включающая контактный рельс и два ходовых рельса для участка пути длиной  $l = 100$  м, представленная на рис. 2. Тяговый ток от источника совмещенной тяговой подстанции (СТП) по контактному рельсу  $I_{кр}$  с комплексным сопротивлением  $Z_{кр}$  через тяговое оборудование ЭПС, представленное в виде сопротивления  $R$  и среднюю точку ДТ1, втекает на исследуемый участок рельсовой линии

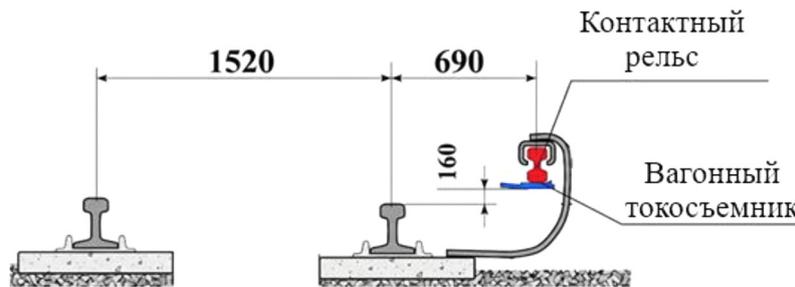


Рис. 1. Схема расположения подвеса контактного рельса на метрополитене

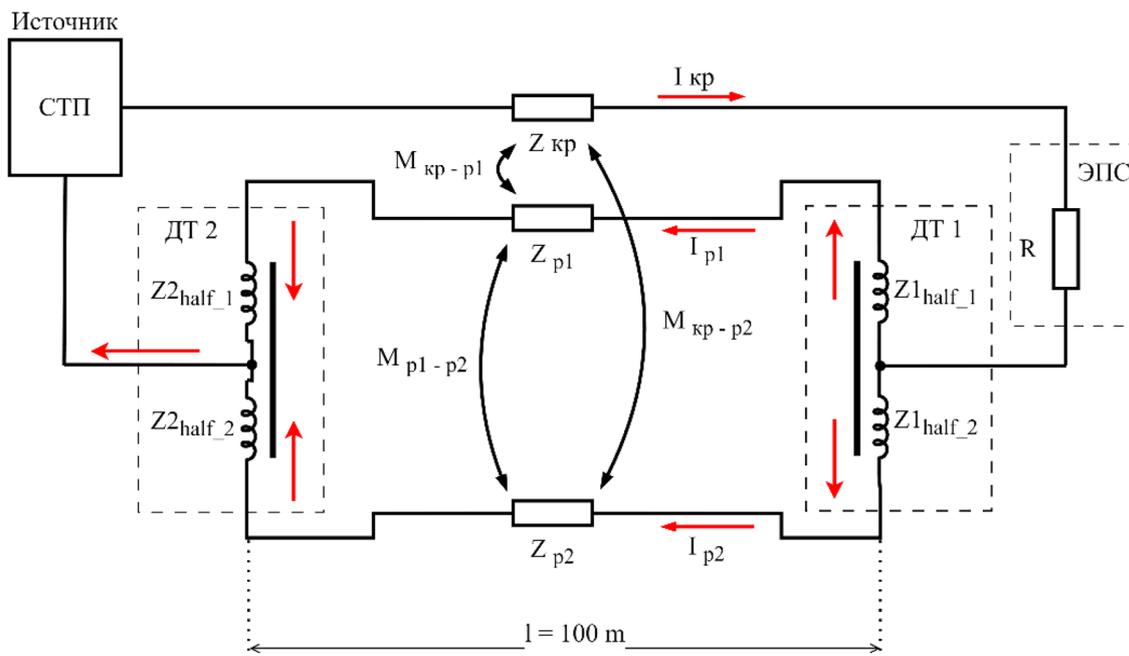


Рис. 2. Схема замещения участка рельсовой линии с указанием протекания тягового тока и взаимные влияния проводников системы

(РЛ). Распределяется по рельсовым нитям (Р1, Р2)  $I_{p1}, I_{p2}$  с комплексными сопротивлениями  $Z_{p1}, Z_{p2}$  и далее через ДТ2 возвращается к источнику. На схеме указаны взаимные индуктивности контактного рельса и ходовых рельсов  $M_{кр-p1}, M_{кр-p2}, M_{p1-p2}$ .

Частотный диапазон исследования в данной работе составляет 50 Гц — 5 кГц, в который попадают частоты работ основных устройств РЦ и АЛС-АРС, а также канонические гармоники тяговой сети постоянного тока. При исследовании приняты следующие допущения:

- квазистационарное приближение: поскольку длина электромагнитной волны для верхнего диапазона исследуемых частот многократно превышает длину участка ( $\lambda \approx 60 \text{ км} \gg l$ ), это позволяет рассматривать систему как электрическую цепь с сосредоточенными параметрами;
- рельсы при моделировании представлены как цилиндрические проводники с эквивалентным радиусом по периметру  $r_{\text{экв}}$ ;
- сталь ходовых рельсов находится в состоянии глубокого насыщения под действием постоянной составляющей тягового тока, вследствие этого магнитная проницаемость стали принята равной  $\mu_r = 100$ .

Рельсовая линия метрополитена имеет следующие технические параметры. В качестве расчетного принят рельс типа Р65 с площадью сечения  $S_{\text{рел}} = 8,265 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ . При удельном сопротивлении стали  $\rho = 0,21 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$  его активное сопротивление постоянному току составляет  $R_{DC} \approx 0,0254 \text{ Ом/км}$  [6, 8].

Для учета частотной зависимости параметров в диапазоне частот 50 Гц — 5 кГц использована классическая теория Л. Р. Неймана [12]. Активное сопротивление  $R_{ac}$  и внутренняя индуктивность  $X_{\text{вн}}$  определяются через глубину проникновения электромагнитного поля  $\delta$ , в условиях скин-эффекта<sup>1</sup> это так называемая глубина скин-слоя<sup>2</sup>. В условиях сильного

скин-эффекта внутренняя индуктивность ферромагнитного проводника численно равна его активному сопротивлению:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_0\mu_r}}, \quad R_{ac} \approx X_{\text{вн}} = \frac{l}{2\pi r_{\text{экв}}} \left( \frac{\rho}{\delta} \right),$$

где  $\omega = 2\pi f$  — угловая частота;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$  — магнитная постоянная.

Внешнее индуктивное сопротивление ходовых рельсов при междупутном расстоянии  $a = 1,520 \text{ м}$  и эквивалентным радиусом проводника  $r_{\text{экв}}$  принимает вид:

$$X_{\text{внеш}} = \frac{\omega\mu_0}{\pi} \ln \left( \frac{a}{r_{\text{экв}}} \right).$$

Полное удельное сопротивление рельсовой петли  $Z_n$  определяется как сумма активных и реактивных компонентов двух рельсовых нитей:

$$Z_n = 2R_{ac} + j(2X_{\text{вн}} + X_{\text{внеш}}), \text{ где } j = \sqrt{-1}.$$

Результаты расчета частотно-зависимых параметров рельсовой петли для рельса типа Р65 представлены в табл. 1.

Ключевым фактором, определяющим перераспределение гармоник токов, является взаимная индукция между проводниками. Взаимная индуктивность  $M_{ik}$  между  $i$ -м и  $k$ -м проводниками длиной  $l$ , расположенными на расстоянии  $d_{ik}$ , определяется на основе интеграла Неймана [13] для замкнутых контуров и адаптированного для отрезков длинных линий методом частичных индуктивностей, предложенным А. Рюли [14], а также классическими методами расчета индуктивностей линейных проводников [15].

Учитывая геометрические соотношения системы, где длина участка существенно превышает поперечные расстояния ( $l \gg d_{ik}$ ), допустимо использование логарифмической аппроксимации для длинных линий. Выражение для расчета взаимной индуктивности принимает вид:

$$M_{ik} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left( \ln \frac{2l}{d_{ik}} - 1 \right).$$

<sup>1</sup> Эффект уменьшения амплитуды электромагнитных волн по мере их проникновения вглубь проводящей среды. В результате этого эффекта, например, переменный ток высокой частоты при протекании по проводнику распределяется не равномерно по сечению, а преимущественно в поверхностном слое.

<sup>2</sup> Плотность тока максимальна у поверхности проводника. При удалении от поверхности она убывает экспоненциально и на глубине  $\delta$  становится меньше в  $e$  раз.

**Таблица 1. Частотная зависимость параметров рельсовой петли**

Частота, Гц	Глубина скин-слоя $\delta$ , мм	$R_{ас}$ , Ом·км	$X_{внеш}$ , Ом·км	$Z_n$ , Ом·км	
				$ Z_n $	$\varphi$ , °
50	3,26	0,19	0,52	0,55	70,1
75	2,66	0,23	0,72	0,76	72,5
125	2,06	0,30	1,12	1,16	75,2
175	1,74	0,35	1,50	1,54	76,9
225	1,54	0,40	1,88	1,92	78,1
275	1,39	0,44	2,25	2,30	79,0
300	1,33	0,46	2,44	2,48	79,4
325	1,28	0,48	2,62	2,66	79,7
425	1,12	0,54	3,35	3,39	80,8
475	1,06	0,58	3,71	3,76	81,2
575	0,96	0,63	4,43	4,48	81,9
600	0,94	0,65	4,61	4,65	82,0
725	0,86	0,71	5,50	5,54	82,6
775	0,83	0,73	5,85	5,90	82,8
900	0,77	0,79	6,74	6,78	83,3
1200	0,67	0,91	8,84	8,89	84,1
3348	0,40	1,53	23,64	23,69	86,3
4261	0,35	1,72	29,86	29,91	86,7

Результатом математического моделирования является вывод выражения для расчета комплексной величины взаимного импеданса или импеданса связи  $Z_{ik}$  на частоте гармоники  $\omega$  и определяется как реактивное сопротивление взаимной индуктивности:

$$Z_{ik} = j\omega M_{ik} = j\omega \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left( \ln \frac{2l}{d_{ik}} - 1 \right). \quad (1)$$

В дальнейшем выражение (1) показывает, что с ростом частоты  $\omega$  влияние геометрии

подвеса на распределение падений напряжения в системе возрастает линейно.

При существующей стандартной геометрии подвеса в метрополитене (рис. 1) возникает существенная разница взаимных импедансов. Рассчитанные значения взаимных импедансов представлены в табл. 2.

Из анализа расчетов видно, что неравенство  $Z_{кр-p1} \neq Z_{кр-p2}$  сохраняется на всем частотном диапазоне и является физической причиной возникновения асимметрии тяговых токов. Постоянный фазовый сдвиг  $\varphi = 90^\circ$  свидетельствует об индуктивном характере связи.

**Таблица 2. Взаимные импедансы между проводниками схемы замещения**

Частота, Гц	$Z_{кр-p1}$ , Ом		$Z_{кр-p2}$ , Ом		$Z_{p1-p2}$ , Ом	
	$ Z_{кр-p1} $	$\varphi$ , °	$ Z_{кр-p1} $	$\varphi$ , °	$ Z_{p1-p2} $	$\varphi$ , °
50	0,0293	90	0,0220	90	0,0244	90
75	0,0440	90	0,0330	90	0,0366	90
125	0,0733	90	0,0551	90	0,0609	90
175	0,1027	90	0,0771	90	0,0853	90
225	0,1320	90	0,0991	90	0,1097	90
275	0,1614	90	0,1211	90	0,1341	90
300	0,1760	90	0,1321	90	0,1463	90

Окончание таблицы 2

Частота, Гц	$Z_{кр-p1}$ , Ом		$Z_{кр-p2}$ , Ом		$Z_{p1-p2}$ , Ом	
	$ Z_{кр-p1} $	$\varphi, ^\circ$	$ Z_{кр-p1} $	$\varphi, ^\circ$	$ Z_{p1-p2} $	$\varphi, ^\circ$
325	0,1907	90	0,1432	90	0,1584	90
425	0,2494	90	0,1872	90	0,2072	90
475	0,2787	90	0,2092	90	0,2316	90
575	0,3374	90	0,2533	90	0,2803	90
600	0,3521	90	0,2643	90	0,2925	90
725	0,4254	90	0,3194	90	0,3535	90
775	0,4547	90	0,3414	90	0,3778	90
900	0,5281	90	0,3964	90	0,4388	90
1200	0,7041	90	0,5286	90	0,5850	90
3348	1,9645	90	1,4748	90	1,6322	90
4261	2,5002	90	1,8769	90	2,0773	90

**Распределение гармоник тягового тока по рельсовым нитям. Комплексный коэффициент асимметрии магнитного влияния**

В общем случае электромагнитные процессы описываются системой дифференциальных уравнений в частных производных. В рамках данной работы исследование и анализ производятся для установившегося режима влияния гармоник тягового тока, и для вывода уравнений предлагается использовать метод комплексных амплитуд [18]. Данный метод позволяет перейти от операций интегрирования и дифференцирования во временной области к алгебраическим операциям в частотной области.

На основании первого и второго законов Кирхгофа составим систему уравнений электрического равновесия для схемы замещения (рис. 1).

Уравнение баланса токов принимает вид:

$$I_{p1} + I_{p2} = I_{кр}, \tag{2}$$

где  $I_{кр}$  — ток в контактном рельсе;  $I_{p1}$ ,  $I_{p2}$  — токи в ближнем и дальнем ходовых рельсах соответственно.

Условие равенства падений напряжения на параллельных ветвях ходовых рельсов принимает вид:

$$\Delta U_{p1} = \Delta U_{p2}.$$

Падение напряжения в каждой рельсовой нити формируется векторной суммой трех

составляющих: собственного падения напряжения на импедансе рельса  $Z_s$ , ЭДС взаимной индукции от соседнего ходового рельса, ЭДС взаимной индукции от контактного рельса. Система уравнений падений напряжений на ходовых рельсах принимает вид:

$$\begin{cases} \Delta U_{p1} = I_{p1} Z_s + I_{p2} Z_{p1-p2} - I_{кр} Z_{кр-p1} \\ \Delta U_{p2} = I_{p2} Z_s + I_{p1} Z_{p1-p2} - I_{кр} Z_{кр-p2} \end{cases}, \tag{3}$$

где  $Z_{p1-p2}$  — взаимный импеданс между ходовыми рельсами;  $Z_{кр-p1}$ ,  $Z_{кр-p2}$  — взаимные импедансы между контактным рельсом и ходовыми рельсами P1, P2.

Приравнивая правые части системы (3) и проводя преобразования с учетом уравнения (2), получим выражение:

$$(I_{p1} - I_{p2})(Z_s - Z_{p1-p2}) = I_{кр}(Z_{кр-p1} - Z_{кр-p2}).$$

Величина  $(Z_s - Z_{p1-p2})$  представляет собой половину полного импеданса рельсовой петли  $Z_{петля} = 2(Z_s - Z_{p1-p2})$ . Итоговые выражения для токов в каждом рельсе принимают вид:

$$I_{p1,2} = \frac{I_{кр}}{2} \left( 1 \pm \frac{Z_{кр-p1} - Z_{кр-p2}}{Z_s - Z_{p1-p2}} \right). \tag{4}$$

Из уравнения (4) следует, что распределение гармоник токов определяется соотношением взаимных импедансов контактного рельса к собственному импедансу рельсовой петли.

При  $Z_{кр-p1} = Z_{кр-p2}$ , что может определяться как симметричное расположение контактного рельса относительно ходовых рельсов, асимметрия гармоник тягового тока становится равной нулю, что подтверждает корректность модели. В условиях метрополитена числитель выражения в скобках (4) всегда положителен, что и вызывает перераспределение тока в сторону ближнего рельса. Параметром, влияющим на неравномерное распределение гармоник тягового тока, является комплексный коэффициент асимметрии магнитного влияния  $K_{асym}$ , входящий в выражение (5):

$$K_{асym} = \frac{Z_{кр-p1} - Z_{кр-p2}}{Z_s - Z_{p1-p2}} \quad (5)$$

В табл. 3 представлены рассчитанные значения  $K_{асym}$  в зависимости от частоты гармоники тягового тока. Следует отметить, что приведенные расчеты выполнены для идеальной рельсовой линии без учета дроссель-трансформаторов. Данные расчеты учитывают только асимметрию взаимных импедансов проводников РЛ.

**Таблица 3. Частотная зависимость коэффициента асимметрии магнитного влияния**

Частота, Гц	$K_{асym}$	
	$ K_{асym} $	$\Phi, ^\circ$
50	0,2665	19,8
75	0,2894	17,5
125	0,3159	14,7
175	0,3317	13,1
225	0,3426	11,9
275	0,3507	11,0
300	0,3541	10,6
325	0,3571	10,3
425	0,3666	9,2
475	0,3702	8,8
575	0,3762	8,1
600	0,3775	8,0
725	0,3829	7,4
775	0,3847	7,1
900	0,3886	6,7
1200	0,3954	5,9
3348	0,4138	3,7
4261	0,4170	3,3

После анализа данных табл. 3 можно установить, что с ростом частоты модуль коэффициента асимметрии магнитного влияния возрастает и для исследуемого частотного диапазона достигает значений 0,417, или 42 %. Значение аргумента коэффициента асимметрии на низких частотах (порядка 20° на частоте 50 Гц) свидетельствует о том, что токи в рельсовых нитях имеют фазовый сдвиг относительно друг друга. Это обусловлено вкладом активной составляющей сопротивления рельсов в импеданс петли на низких частотах. С ростом частоты, по мере того как импеданс рельсовой линии приближается к чисто индуктивному характеру, фазовый сдвиг между токами нивелируется и асимметрия переходит только в амплитудную форму.

### Математическое моделирование дроссель-трансформатора

В РЦ для пропуска обратного тягового тока устанавливаются дроссель-трансформаторы (ДТ). Классическая конструкция ДТ на метрополитене (типа ДТМ-0,17) представляет собой трансформатор с ферромагнитным сердечником, который имеет основную обмотку, состоящую из двух секций (полуобмоток). В рассматриваемом случае принимаем допущение, что полуобмотки ДТ по своим техническим характеристикам абсолютно одинаковы. На рисунке показана принципиальная схема протекания тягового тока через ДТ, где  $Z_{half_1}, Z_{half_2}$  — импедансы полуобмоток ДТ ( $Z_{half_1} = Z_{half_2}$ );  $I_{p1}, I_{p2}$ , — направление протекания тягового тока через полуобмотки с выходом через среднюю точку ДТ.

Тяговый ток протекает по рельсовым нитям и далее по полуобмоткам ДТ в одном направлении — синфазно. В этом случае магнитные потоки в полуобмотках направлены встречно и компенсируются, сопротивление определяется только омическим сопротивлением медных шин и индуктивностью рассеяния. При возникновении асимметрии тягового тока, вызванной, например, влиянием контактного рельса на ходовые рельсы, полной компенсации встречных магнитных потоков в полуобмотках ДТ не происходит и возникает магнитный поток, пропорциональный разности токов. Возникающая ЭДС самоиндукции

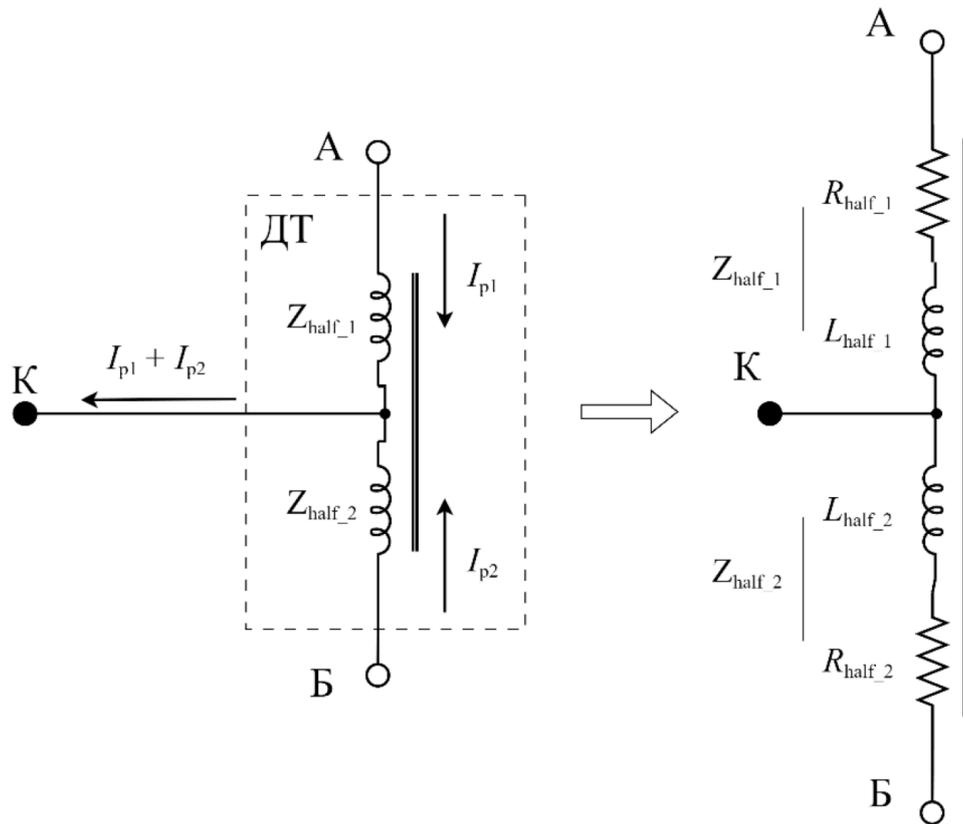


Рис. 3. Схема замещения дроссель–трансформатора

направляется на выравнивание токов в полуобмотках и соответственно в рельсах, через появление напряжения на полуобмотке, где ток был больше.

Включение ДТ в расчетную модель модифицирует выражение (5) комплексного коэффициента асимметрии:

$$K_{asym} = \frac{2(Z_{кр-p1} - Z_{кр-p2})}{Z_{петля} + 2Z_{ДТ}}, \quad (6)$$

где  $Z_{ДТ}$  — импеданс основной обмотки ДТ для тока асимметрии.

Анализ формулы (6) указывает на зависимость асимметрии тягового тока от длины исследуемого участка. На коротких участках преобладает высокое сопротивление ДТ, подавляющее ток асимметрии. На длинных участках возрастает роль наведенной ЭДС ( $Z_{кр-p1} - Z_{кр-p2}$ ), и основной вклад в значение коэффициента асимметрии вносит только геометрическое расположение контактного рельса.

### Имитационное моделирование влияния контактного рельса на ходовые рельсы MATLAB/Simulink

Для верификации разработанной аналитической модели создана имитационная модель в среде MATLAB/Simulink с использованием библиотеки Simscape Electrical [19, 20].

Для реализации имитационной модели были определены следующие блоки:

1. Блок линии передачи представляет из себя систему «контактный рельс и ходовые рельсы», которая была реализована на основе матричного блока взаимной индукции (*Mutual Inductance*) в конфигурации «3 обмотки» (рис. 4). Элементы матриц собственных индуктивностей  $L_{mat}$  и активных сопротивлений  $R_{mat}$  рассчитываются перед запуском симуляции на основе аналитических выражений раздела 1.

2. Модель ДТ на основе матричного блока взаимной индукции (*Mutual Inductance*) в конфигурации «2 обмотки». Важным аспектом является корректное представление ДТ типа ДТМ-0,17-1000. В ходе исследования

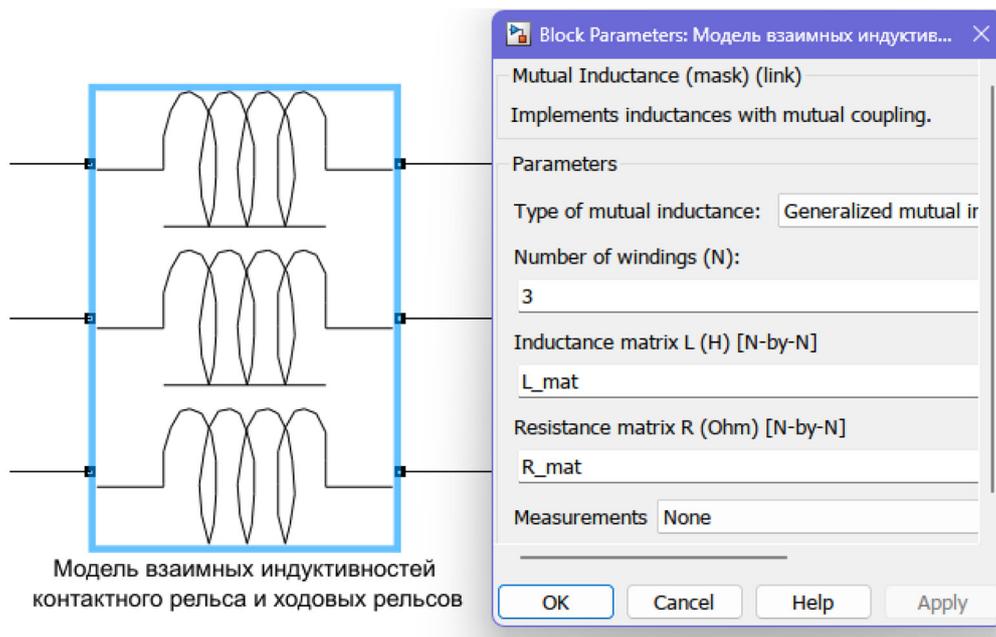


Рис. 4. Блок линии передачи. Контактный рельс и ходовые рельсы

установлено, что использование упрощенных моделей в виде двух независимых индуктивностей недопустимо, так как игнорирует сильную магнитную связь полуобмоток. В реальном ДТ коэффициент связи составляет  $k \approx 0,97$ . Параметры модели настроены на основе паспортных данных ДТМ-0,17-1000, где индуктивность полуобмотки —  $L_{half} \approx 5,4 \cdot 10^{-4}$  Гн, активное сопротивление шины —  $R_{ДТ} \approx 4,5 \cdot 10^{-4}$  Ом.

В рамках вычислительного эксперимента были определены и смоделированы три базовых сценария:

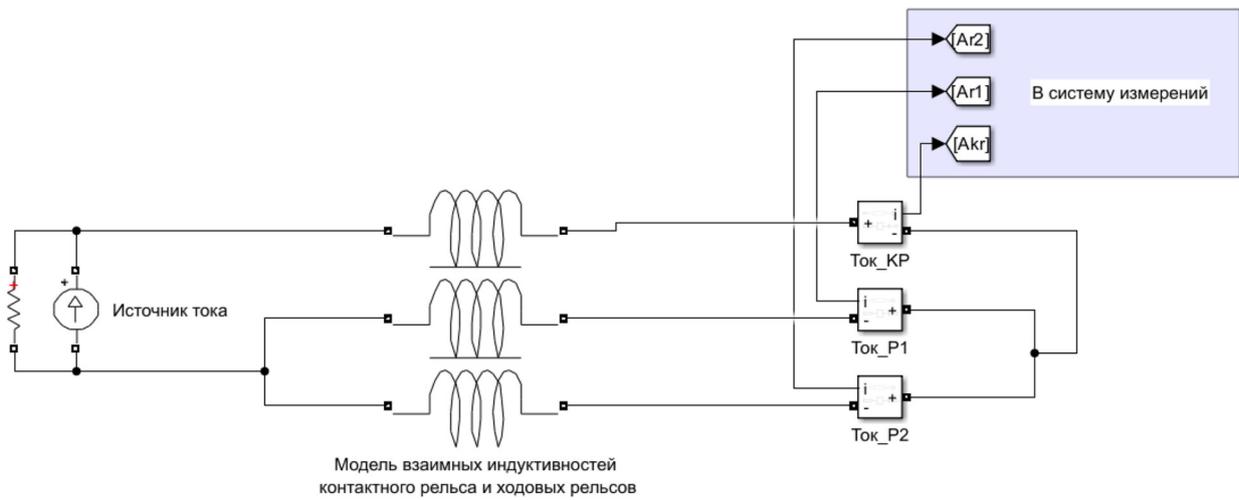
- Сценарий А — «Длинная линия». Моделируется теоретический предел асимметрии для линии без сосредоточенных элементов симметрирования, то есть без ДТ.
- Сценарий Б — «Нормальный режим». Имитация свободной РЦ, ограниченной двумя ДТ по концам.
- Сценарий В — «Шунтовой режим». Моделирование занятости блок-участка, где один ДТ заменялся сопротивлением нормативного шунта  $R_{sh} = 0,06$  Ом.

При имитационном моделировании была проведена серия вычислительных экспериментов для трех сценариев. Моделирование проводилось на токах для всех основных частот работы устройств РЦ, АЛС-АРС, а также ос-

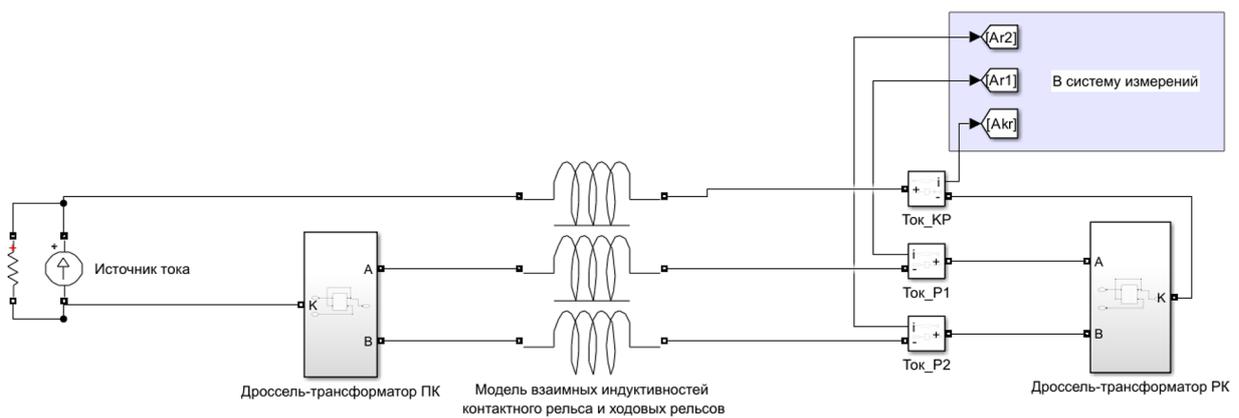
новных канонических гармоник тягового тока. Величина тока произвольная, но соизмеримая с реальными значениями гармоник сигнального и кодового токов, а также с каноническими гармониками в составе тягового тока.

На рис. 5–7 показаны схемы имитационного моделирования для различных сценариев, используемых в программе MATLAB/Simulink. Измерения токов происходит на датчиках токов каждого проводника, где Ток\_КР — измерение тока в контактном рельсе, Ток\_Р1 и Ток\_Р2 — измерение токов в ходовых рельсах соответственно. Значения токов сводятся в систему измерений, где происходит их сохранение.

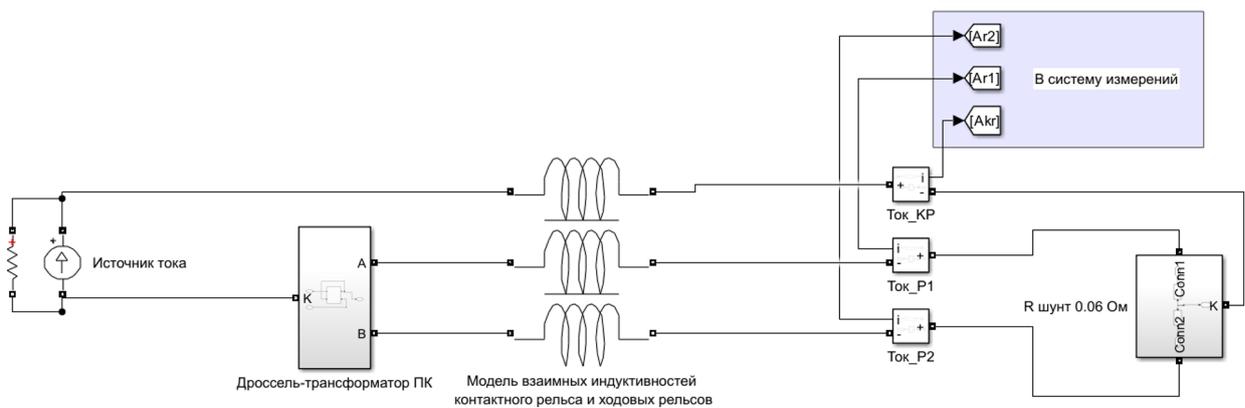
Первичные расчеты производились для базовой длины участка  $l = 100$  м схемы замещения. Анализ реальной топологии рельсовых цепей метрополитена показывает, что длина бесстыковых участков или участков, ограниченных ДТ, может варьироваться [21]. Для выявления закономерностей распределения токов в зависимости от протяженности рельсовой линии было проведено дополнительное моделирование для длины участка  $l = 300$  м. Результаты сравнительного анализа коэффициентов асимметрии тягового тока приведены в табл. 4.



**Рис. 5.** Имитационная модель по сценарию А без дроссель–трансформаторов



**Рис. 6.** Имитационная модель по сценарию Б с дроссель–трансформаторами по концам РЛ



**Рис. 7.** Имитационная модель по сценарию В с заменой одного ДТ нормативным шунтом

**Таблица 4. Частотная зависимость коэффициента асимметрии для различных сценариев моделирования**

Частота, Гц	$K_{asym}$ (при $l = 100$ м)			$K_{asym}$ (при $l = 300$ м)		
	Сценарий А	Сценарий Б	Сценарий В	Сценарий А	Сценарий Б	Сценарий В
50	0,25	0,037	0,058	0,25	0,088	0,119
425	0,36	0,039	0,069	0,36	0,096	0,151
475	0,36	0,039	0,070	0,36	0,096	0,152
575	0,37	0,039	0,070	0,37	0,096	0,153
725	0,38	0,039	0,070	0,38	0,097	0,154
775	0,38	0,039	0,070	0,38	0,097	0,154
4261	<b>0,42</b>	0,039	0,071	<b>0,42</b>	0,099	0,159
75	0,27	0,037	0,064	0,27	0,090	0,129
125	0,30	0,038	0,066	0,30	0,092	0,139
175	0,32	0,038	0,068	0,32	0,093	0,143
225	0,33	0,038	0,068	0,33	0,094	0,146
275	0,34	0,038	0,069	0,34	0,095	0,148
325	0,35	0,038	0,069	0,35	0,095	0,149
3348	<b>0,41</b>	0,039	0,071	<b>0,41</b>	0,098	0,159
300	0,35	0,038	0,069	0,35	0,095	0,148
600	0,37	0,039	0,070	0,37	0,096	0,153
900	0,39	0,039	0,070	0,39	0,097	0,155
1200	0,39	0,039	0,071	0,39	0,097	0,156

Из результатов анализа данных табл. 4 следует:

- Сценарий А — «Длинная линия». Результаты показывают высокую степень асимметрии. На частоте 3348 и 4261 Гц коэффициент асимметрии достигает 0,42, что коррелирует с аналитическим расчетом (табл. 3).
- Сценарий Б — «Нормальный режим». Зафиксировано резкое снижение коэффициента асимметрии. На всех частотах он составляет 0,04 для рельсовой линии длиной 100 м. Однако с увеличением длины исследуемого участка до 300 м наблюдается увеличение коэффициента асимметрии, что соответствует ожидаемым результатам.
- Сценарий В — «Шунтовой режим». Асимметрия находится в пределах 0,06–0,07 при длине линии 100 м.

В модели без ДТ, которая соответствует сценарию А, коэффициент асимметрии определяется геометрией подвеса контактного рельса и электромагнитными свойствами проводников, поэтому нет изменений коэффициента асимметрии при различных длинах участка. В системах с ДТ (сценарии Б и В) длина участ-

ка является критическим параметром. ДТ эффективно подавляют асимметрию тягового тока только на коротких участках. С увеличением длины участка РЛ «естественная» асимметрия начинает преобладать над импедансом ДТ. Это приводит к росту коэффициента асимметрии до 0,09–0,1 в нормальном режиме и до 0,15–0,16 в шунтовом режиме.

#### Определение предельной длины участка рельсовой линии

В современных системах АТДП наблюдается тенденция к переходу на бесстыковые РЦ, что, в свою очередь, снижает количество точек установки ДТ. Как было показано выше, с увеличением длины участка  $l$  линейно возрастает наведенная ЭДС асимметрии (числитель дроби выражения (6), в то время как импеданс ДТ ( $Z_{дт}$ ) остается неизменным. Это говорит о том, что компенсирующая асимметрию гармоник тягового тока из-за влияния контактного рельса способность ДТ ограничена. Следовательно, существует некая предельная длина участка РЛ  $l_{пред}$ , при которой коэффициент асимметрии будет превышать допустимый

порог, определенный нормативными документами, например, на уровне 6 %.

Дальнейшее исследование состоит в определении  $l_{\text{пред}}$  для основных частот спектра тягового тока при использовании штатных дроссель-трансформаторов, применяемых на линиях метрополитена, типа ДТМ-0,17-1000.

Параметры ДТ получены из паспортных данных на ДТМ-0,17-1000 [22]:

- полное сопротивление на частоте 50 Гц:  $Z_{50} = 0,17 \text{ Ом}$ ;
- активное сопротивление:  $R_{\text{ДТ}} \approx 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ Ом}$ ;
- индуктивность основной обмотки, определенной для частоты 50 Гц:

$$L_{\text{ДТ}} \approx \frac{Z_{50}}{2\pi \cdot 50} = \frac{0,17}{314} \approx 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ Гн}.$$

Импедансы ДТ для гармоник высших частот рассчитываются как индуктивное сопротивление:

$$Z_{\text{ДТ}}(\omega) \approx j\omega L_{\text{ДТ}}.$$

Для расчета воспользуемся модифицированным выражением (6) для определения коэффициента асимметрии, учитывающее суммарный импеданс сосредоточенных элементов, включенных на концах рельсовой линии  $Z_{\Sigma}$ :

$$K_{\text{асим}}(l) = \frac{2(Z_{\text{кр-р1}} - Z_{\text{кр-р2}})}{Z_{\text{петля}} + Z_{\Sigma}}.$$

Упростив  $(Z_{\text{кр-р1}} - Z_{\text{кр-р2}}) = \Delta Z_{12}$ , приняв  $K_{\text{асим}} = 0,06$  — предельно допустимое значение коэффициента асимметрии [23] и перейдя от комплексных величин к их модулям, получим выражение:

$$K_{\text{асим}} (|Z_{\text{петля}}| l_{\text{пред}} + 2|Z_{\Sigma}|) = 2|\Delta Z_{12}| l_{\text{пред}}.$$

Отсюда искомое выражение предельной длины принимает вид:

$$l_{\text{пред}} = \frac{K_{\text{асим}} |Z_{\Sigma}|}{2|\Delta Z_{12}| - K_{\text{асим}} |Z_{\text{петля}}|}. \quad (7)$$

Расчеты проводились для двух сценариев, определенных выше. Для сценария Б, где линия ограничена ДТ с обеих сторон, суммарный

импеданс определяется удвоенным сопротивлением основной обмотки ДТ:

$$Z_{\Sigma} = 2Z_{\text{ДТ}}(\omega).$$

Для сценария В, где с одной стороны линии включен ДТ, с другой — колесная пара подвижного состава, представленная в виде нормативного шунта  $R_{sh} = 0,06 \text{ Ом}$ , суммарный импеданс определяется суммой сопротивлений основной обмотки ДТ и нормативного шунта:

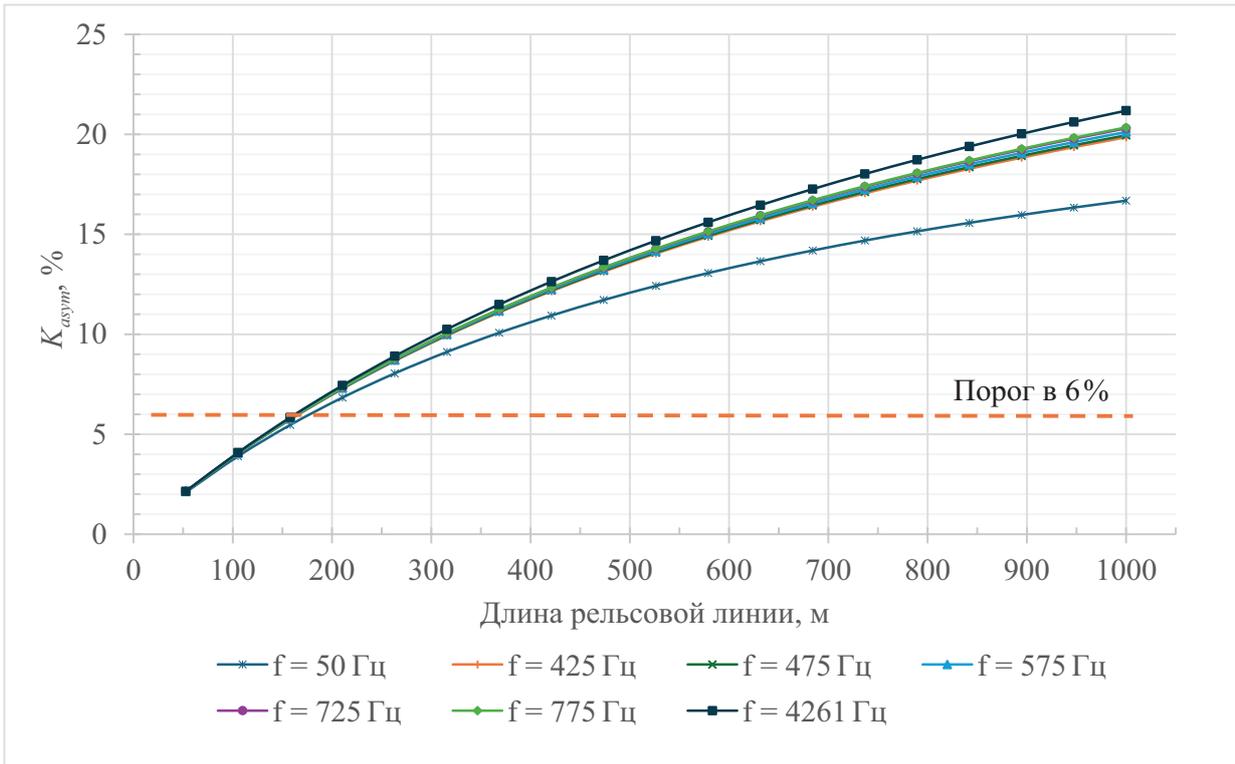
$$Z_{\Sigma} = Z_{\text{ДТ}}(\omega) + R_{sh}.$$

В программной среде MATLAB/Simulink выполнен итерационный расчет зависимости коэффициента асимметрии от длины участка  $l$  в диапазоне от 50 до 1000 м.

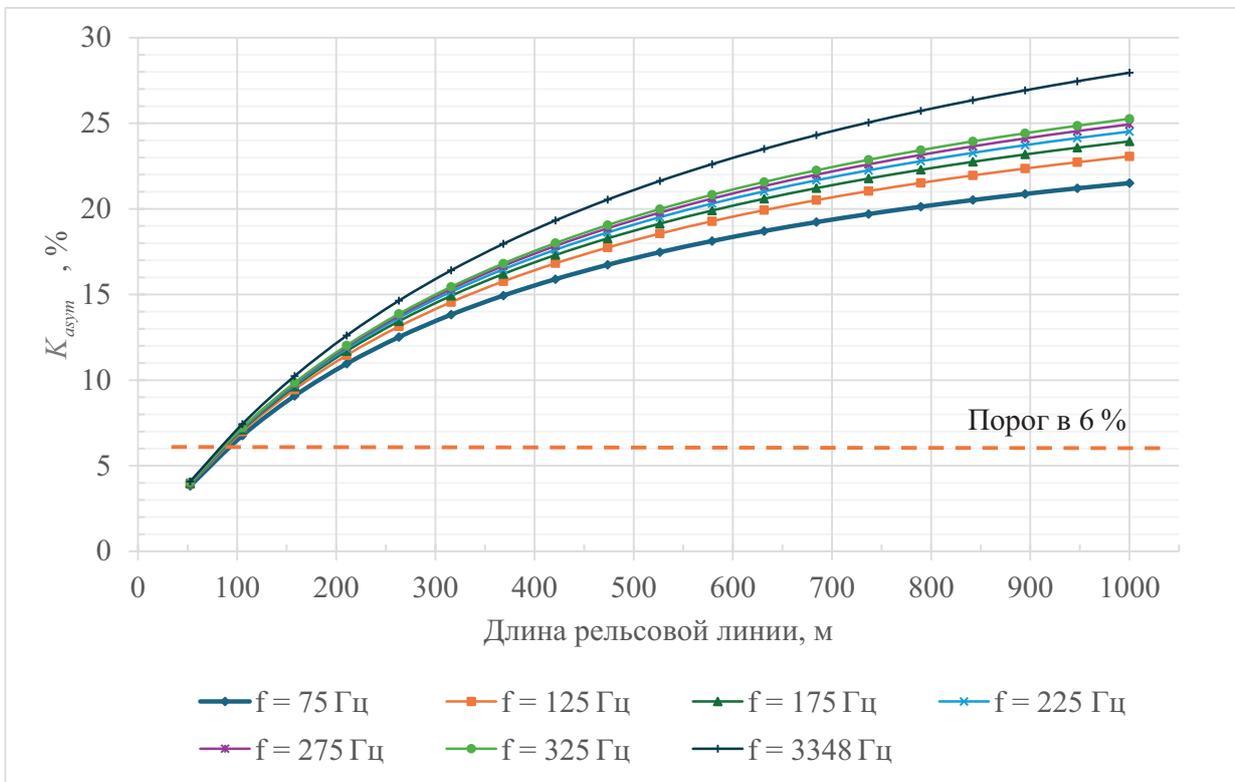
Расчет предельной длины выполнен для полного спектра частот устройств АТДП (РЦ, АЛС-АРС), а также для основных канонических гармоник тягового тока. Результаты представлены в табл. 5. На рис. 8, 9 показаны зависимости коэффициента асимметрии от длины участка рельсовой линии для различных устройств РЦ и АЛС-АРС.

**Таблица 5. Предельная длина участка РЛ, удовлетворяющая условию  $K_{\text{асим}} \leq 6\%$**

Частота, Гц	Предельная длина $l_{\text{пред}}$ , м	
	Нормальный режим	Шунтовой режим
50	178	95
425	166	83
475	166	83
575	166	83
725	165	83
775	165	83
4261	163	81
75	174	90
125	171	87
175	169	85
225	168	85
275	168	84
325	167	84
3348	163	82
300	167	84
600	166	83
900	165	82
1200	164	82



**Рис. 8.** Зависимость коэффициента асимметрии от длины участка рельсовой линии в нормальном режиме



**Рис. 9.** Зависимость коэффициента асимметрии от длины участка рельсовой линии в шунтовом режиме

Анализ данных табл. 5 и рис. 8, 9 показывает, что с увеличением частоты гармоник тягового тока или сигнального тока РЦ или АЛС-АРС наблюдается уменьшение предельной длины участка. В нормальном режиме при переходе от частоты 50 Гц к частотам тонального спектра 425–775 Гц и выше (до 4261 Гц) предельная длина участка сокращается с 178 до 163 м. Это свидетельствует о том, что токи высших гармоник более чувствительны к влиянию от расположения контактного рельса. Для шунтового режима предельная длина, при которой может сохраняться приемлемое значение коэффициента асимметрии, вовсе сокращается почти в 2 раза, при условии что подвижной состав только вступил на РЦ. При дальнейшем проследовании по РЦ коэффициент асимметрии будет уменьшаться из-за уменьшения длины рельсовой линии.

### Заключение

В статье подтверждена гипотеза о детерминированной природе асимметрии гармоник тягового тока в рельсовых нитях на линиях метрополитена. Причиной является влияние контактного рельса на ходовые рельсы, которое выражается в разнице взаимных индуктивностей между ними из-за геометрического расположения контактного рельса.

Разработана частотно-зависимая математическая модель расчета параметров рельсовой линии, учитывающая скин-эффект и взаимную индукцию проводников. Получено выражение и рассчитаны значения комплексного коэффициента асимметрии магнитного влияния.

Установлено, что дроссель-трансформаторы работают как устройства подавления асимметрии гармоник тягового тока, но их эффективность ограничена импедансом обмоток. Параметры ДТ были учтены в выражении комплексного коэффициента асимметрии, что позволило получить выражение реального распределения гармоник тягового тока в рельсовых нитях. Верификация аналитических выражений была подтверждена при помощи имитационного моделирования в среде MATLAB/Simulink.

Получена зависимость коэффициента асимметрии гармоник тягового тока от длины рельсовой линии, что позволило впервые ввести

и рассчитать параметр предельной длины при допустимом значении коэффициента асимметрии тягового тока.

Расчетным путем установлено, что для обеспечения коэффициента асимметрии не более 6% длина рельсовой линии для РЦ не должна превышать 163 м в нормальном режиме и 81 м в шунтовом режиме. При проектировании систем АТДП без изолирующих стыков предлагается учитывать данные ограничения либо предусматривать дополнительные инструменты уменьшения асимметрии магнитного влияния. ▲

### Список источников

1. Манаков, А.Д. Нормы опасного и мешающего влияния помех на устройства АЛС-АРС системы БАРС Петербургского метрополитена / А.Д. Манаков, А.А. Блюдов, А.Г. Кабецкий, А.А. Трошин // Автоматика на транспорте. — 2015. — Т. 1, № 1. — С. 28–39.
2. Кабецкий, А.Г. Нормы и методы определения электромагнитной совместимости современных систем автоматической локомотивной сигнализации и электроподвижного состава с асинхронным тяговым приводом на метрополитене / А.Г. Кабецкий, А.Д. Манаков // Автоматика на транспорте. — 2021. — Т. 7, № 4. — С. 503–521.
3. Кабецкий, А.Г. Обеспечение электромагнитной совместимости систем интервального регулирования движения поездов и подвижного состава с асинхронным тяговым двигателем на линиях Петербургского метрополитена / А.Г. Кабецкий. — Военный институт железнодорожных войск и военных сообщений имени генерала армии А.В. Хрулева, 2024. — С. 191–203.
4. Кравцов, Ю.А. Нормативы по электромагнитной совместимости подвижного состава и рельсовых цепей и методы их проверки / Ю.А. Кравцов, Е.В. Архипов, А.А. Антонов, М.Е. Бакин // Наука и техника транспорта. — 2014. — № 2. — С. 65–71.
5. Кравцов, Ю.А. Электромагнитная совместимость рельсовых цепей и электроподвижного состава с асинхронным тяговым приводом / Ю.А. Кравцов // Автоматика на транспорте. — 2015. — Т. 1, № 1. — С. 7–27.
6. Шаманов, В.И. Проблемы электромагнитной совместимости рельсовых цепей с тяговой сетью / В.И. Шаманов // Автоматика на транспорте. — 2019. — Т. 5, № 2. — С. 160–185.
7. Шаманов, В.И. Процесс формирования асимметрии тягового тока в рельсовых линиях / В.И. Шаманов // Электротехника. — 2014. — № 8. — С. 34–38.

8. Шаманов, В. И. Параметры рельсовых линий в задачах электромагнитной совместимости / В. И. Шаманов, Ю. А. Трофимов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. — 2015. — № 4 (48). — С. 196–203.
9. Манаков, А. Д. Асимметрия рельсовых цепей с реле ДСШ-2 / А. Д. Манаков, А. Г. Кабецкий, А. А. Трошин, Ю. М. Пашаев // Известия Петербургского университета путей сообщения. — 2017. — Т. 14, № 2. — С. 280–297.
10. Манаков, А. Д. Методика определения тока помех в рельсах двухниточных рельсовых цепей метрополитенов / А. Д. Манаков, В. А. Кудрявцев, А. Т. Осминин // Электротехника. — 2016. — № 5. — С. 48–52.
11. Быков, Е. И. Тяговые сети метрополитенов / Е. И. Быков, Б. В. Панин, В. Н. Пупынин. — М. : Транспорт, 1987. — 256 с.
12. Нейман, Л. Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах / Л. Р. Нейман. — Л., М. : Госэнергоиздат, 1949. — 190 с.
13. Нейман, Л. Р. Теоретические основы электротехники : в 2 т. / Л. Р. Нейман, К. С. Демирчан. — 2-е изд., стереотип. — Т. 2. — Л. : Энергия, 1975. — 408 с.
14. Ruehli, A. E. Inductance Calculations in a Complex Integrated Circuit Environment / A. E. Ruehli // IBM Journal of Research and Development. — 1972. — Т. 16, no. 5. — Pp. 470–481.
15. Rosa, E. B. The Self and Mutual Inductances of Linear Conductors / E. B. Rosa // Bulletin of the Bureau of Standards. — 1908. — Т. 4, no. 2. — Pp. 301–344.
16. Марквардт, К. Г. Электроснабжение электрифицированных железных дорог : учеб. для вузов ж.-д. трансп. / К. Г. Марквардт. — 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Транспорт, 1982. 17. Марквардт, К. Г. Справочник по электроснабжению железных дорог / К. Г. Марквардт. — Т. 1. — М. : Транспорт, 1980. — 256 с.
17. Кострикин, А. И. Введение в алгебру : в 3 ч. / А. И. Кострикин. — Ч. 1. Основы алгебры. — М. : МЦНМО, 2020. — 272 с.
18. Герман-Галкин, С. Г. MATLAB & Simulink. Проектирование мехатронных систем на ПК / С. Г. Герман-Галкин. — СПб. : Корона-Принт, 2020. — 368 с.
19. Сергиенко, А. Б. Цифровая обработка сигналов : учеб. для вузов / А. Б. Сергиенко. — СПб. : Питер, 2003. — 608 с.
20. Воронин, В. А. Рельсовые цепи на метрополитене / В. А. Воронин, А. П. Евплатова, Н. В. Куксов. — М. : Транспорт, 2001. — 143 с.
21. Сороко, В. И. Аппаратура железнодорожной автоматики и телемеханики : в 4 т. / В. И. Сороко, Ж. В. Фотькина. — М. : Планета, 2013. — Т. 1–4.
22. Аркатов, В. С. Рельсовые цепи. Анализ работы и техническое обслуживание / В. С. Аркатов, Ю. А. Кравцов, Б. М. Степенский. — М. : Транспорт, 1990. — 295 с.

*TRANSPORT AUTOMATION RESEARCH. 2026. Vol. 12, no. 1, pp. 41–55  
DOI: 10.20295/2412-9186-2026-12-01-41-55*

### The Impact of the Contact Rail on the Traction Current Harmonic Distribution in Metro Running Rails

#### Information about authors

**Kabetskiy A.**, Head of the Department of the Test Center for Railway Automation and Remote Control. E-mail: kabetskiy@ya.ru

Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, Saint Petersburg

**Abstract:** this paper investigates the impact of the contact rail on the distribution of traction current harmonics in running rails due to the specific arrangement of the contact rail in the Metro. The objective of this research is to establish a theoretical foundation and provide a quantitative evaluation of how the geometric configuration of the contact rail induces systematic asymmetry in traction currents within the rail threads, asymmetry that can reach approximately 40 % under certain conditions. To this end, a frequency-dependent mathematical model has been developed to determine the rail-line parameters, accounting for the skin effect, mutual inductance between conductors, and the influence of choke transformers. An analytical expression for the complex coefficient characterizing magnetic influence asymmetry has been obtained. The proposed model has been validated by simulation in the MATLAB/Simulink en-

vironment, was validated. The relationship between the traction-current asymmetry coefficient and rail length has been computed and demonstrated across a broad frequency range. A concept of a critical rail-line length is introduced, beyond which the traction-current asymmetry coefficient does not exceed the normative value of 6%. This result can inform and improve the design of rail traction circuits.

**Keywords:** the Metro, asymmetry coefficient, electromagnetic compatibility, traction current, contact rail, rail line, magnetic impact/influence, simulation modelling

#### References

1. Manakov, A. D. Normy opasnogo i meshayushchego vliyaniya pomekh na ustrojstva ALS-ARS sistemy BARS Peterburgskogo metropolitena / A. D. Manakov, A. A. Blyudov, A. G. Kabetskiy, A. A. Troshin // Avtomatika na Transporte. — 2015. — Т. 1, no. 1. — S. 28–39. (In Russian)
2. Kabetskiy, A. G. Normy i metody opredeleniya elektromagnitnoj sovmestimosti sovremennykh sistem avtomaticheskoy lokomotivnoj signalizatsii i elektropodvizhnogo sostava s asinkhronnym tyagovym privodom na metropolitene / A. G. Kabetskiy, A. D. Manakov // Avtomatika na Transporte. — 2021. — Т. 7, no. 4. — S. 503–521. (In Russian)
3. Kabetskiy, A. G. Obespechenie elektromagnitnoj sovmestimosti sistem interval'nogo regulirovaniya dvizheniya poezdov i podvizhnogo sostava s asinkhronnym tyagovym dvigatelem na liniyakh Peterburgskogo

- metropolitana / A. G. Kabetskij. — Voennyj institut zheleznodorozhnykh vojsk i voennykh soobshchenij imeni generala armii A. V. Khruleva, 2024. — S. 191–203. (In Russian)
4. Kravtsov, Yu. A. Normativy po elektromagnitnoj sovместimosti podvızhnogo sostava i rel'sovykh tsepej i metody ikh proverki / Yu. A. Kravtsov, E. V. Arkhipov, A. A. Antonov, M. E. Bakin // Nauka i tekhnika transporta. — 2014. — No. 2. — S. 65–71. (In Russian)
  5. Kravtsov, Yu. A. Elektromagnitnaya sovместimost' rel'sovykh tsepej i elektropodvızhnogo sostava s asinkhronnym tyagovym privodom / Yu. A. Kravtsov // Avtomatika na transporte. — 2015. — T. 1, no. 1. — S. 7–27. (In Russian)
  6. Shamanov, V. I. Problemy elektromagnitnoj sovместimosti rel'sovykh tsepej s tyagovoj set'yu / V. I. Shamanov // Avtomatika na transporte. — 2019. — T. 5, no. 2. — S. 160–185. (In Russian)
  7. Shamanov, V. I. Protsess formirovaniya asimmetrii tyagovogo toka v rel'sovykh liniyakh / V. I. Shamanov // Elektrotekhnika. — 2014. — No. 8. — S. 34–38. (In Russian)
  8. Shamanov, V. I. Parametry rel'sovykh liniy v zadachakh elektromagnitnoj sovместimosti / V. I. Shamanov, Yu. A. Trofimov // Sovremennye tekhnologii. Sistemnyj analiz. Modelirovanie. — 2015. — No. 4 (48). — S. 196–203. (In Russian)
  9. Manakov, A. D. Asimmetriya rel'sovykh tsepej s rele DSSh-2 / A. D. Manakov, A. G. Kabetskij, A. A. Troshin, Yu. M. Pashaev // Izvestiya Peterburgskogo universiteta putej soobshcheniya. — 2017. — T. 14, no. 2. — S. 280–297. (In Russian)
  10. Manakov, A. D. Metodika opredeleniya toka pomekh v rel'sakh dvukhnikhtochnykh rel'sovykh tsepej metropolitenov / A. D. Manakov, V. A. Kudryavtsev, A. T. Os'minin // Elektrotekhnika. — 2016. — No. 5. — S. 48–52. (In Russian)
  11. Bykov, E. I. Tyagovye seti metropolitenov / E. I. Bykov, B. V. Panin, V. N. Pupynin. — M.: Transport, 1987. — 256 s. (In Russian)
  12. Nejman, L. R. Poverkhnostnyj effekt v ferromagnitnykh telakh / L. R. Nejman. — L., M.: Gosenergoizdat, 1949. — 190 s. (In Russian)
  13. Nejman, L. R. Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki: v 2 t. / L. R. Nejman, K. S. Demirchan. — 2-e izd., stereotip. — T. 2. — L.: Energiya, 1975. — 408 s. (In Russian)
  14. Ruehli, A. E. Inductance Calculations in a Complex Integrated Circuit Environment / A. E. Ruehli // IBM Journal of Research and Development. — 1972. — T. 16, no. 5. — Pp. 470–481.
  15. Rosa, E. B. The Self and Mutual Inductances of Linear Conductors / E. B. Rosa // Bulletin of the Bureau of Standards. — 1908. — T. 4, no. 2. — Pp. 301–344.
  16. Markvardt, K. G. Elektrosnabzhenie elektrifitsirovannykh zheleznykh dorog: ucheb. dlya vuzov zh.-d. transp. / K. G. Markvardt. — 4-e izd., pererab. i dop. — M.: Transport, 1982. (In Russian)
  17. Markvardt, K. G. Spravochnik po elektrosnabzheniyu zheleznykh dorog / K. G. Markvardt. — T. 1. — M.: Transport, 1980. — 256 s. (In Russian)
  18. Kostrikin, A. I. Vvedenie v algebru: v 3 ch. / A. I. Kostrikin. — Ch. 1. Osnovy algebry. — M.: MTsNMO, 2020. — 272 s. (In Russian)
  19. German-Galkin, S. G. MATLAB & Simulink. Proektirovanie mekhatronnykh sistem na PK / S. G. German-Galkin. — SPb.: Korona-Print, 2020. — 368 s. (In Russian)
  20. Sergienko, A. B. Tsifrovaya obrabotka signalov: ucheb. dlya vuzov / A. B. Sergienko. — SPb.: Piter, 2003. — 608 s. (In Russian)
  21. Voronin, V. A. Rel'sovye tsepi na metropolitene / V. A. Voronin, A. P. Evpyat'eva, N. V. Kuksov. — M.: Transport, 2001. (In Russian)
  22. Soroko, V. I. Apparatura zheleznodorozhnoj avtomatiki i telemekhaniki: v 4 t. / V. I. Soroko, Zh. V. Fot'kina. — M.: Planeta, 2013. — T. 1–4. (In Russian)
  23. Arkatov, V. S. Rel'sovye tsepi. Analiz raboty i tekhnicheskoe obsluzhivanie / V. S. Arkatov, Yu. A. Kravtsov, B. M. Stepenskij. — M.: Transport, 1990. — 295 s. (In Russian)