

МЕТОД КОНТРОЛЯ ДОСТУПНОСТИ ТРЕБУЕМЫХ НАВИГАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛОКОМОТИВНОЙ АППАРАТУРЫ СПУТНИКОВОЙ РАДИОНАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

ДЕМЬЯНОВ Владислав Владимирович, доктор технических наук, профессор кафедры «Автоматика, телемеханика и связь»¹, профессор кафедры радиофизики и радиоэлектроники²; e-mail: sword1971@yandex.ru

ЛОГИНОВ Денис Дмитриевич, аспирант кафедры «Автоматика и приборостроение»¹; e-mail: denis466216@mail.ru

¹ Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск

² Иркутский государственный университет, Иркутск

Статья посвящена разработке метода контроля доступности требуемых навигационных характеристик локомотивной аппаратуры спутниковых радионавигационных систем при движении по жестко заданной траектории. Актуальность работы обусловлена необходимостью оперативного выявления нарушений требуемых навигационных характеристик при деградации качества позиционирования объекта. Метод основан на анализе параметров эллипса рассеивания погрешности позиционирования, сопоставлении его размеров и ориентации с допустимыми границами безопасности с учетом особенностей движения на перегоне и станции. В отличие от традиционных подходов, основанных на использовании априорных оценок, предложенный индикатор формируется по текущим апостериорным оценкам погрешности позиционирования. Реализация подхода предполагает привязку текущих координат к интерполированной траектории движения на основе цифровой карты маршрута. Работоспособность метода подтверждена численным моделированием типовых сценариев деградации качества позиционирования и экспериментальными данными, полученными на подвижном объекте. Показано, что при нерегулярных воздействиях окружающих объектов инфраструктуры изменяются размеры и ориентация эллипса рассеивания, что позволяет своевременно выявлять нарушение требуемых навигационных характеристик и определять направление максимальной погрешности. Метод ориентирован на применение в бортовых системах высокоточного позиционирования железнодорожного транспорта и в системах автоматизированного управления движением поездов.

Ключевые слова: спутниковая навигация, контроль доступности, требуемые навигационные характеристики, железнодорожный транспорт, эллипс рассеивания погрешности, устройства железнодорожной автоматики и телемеханики

DOI: 10.20295/2412-9186-2026-12-01-07-25

▼ Введение

На отечественных железных дорогах активно развиваются системы автоматизированного управления движением поездов [1]. Основой функционирования таких систем является непрерывная и достоверная информация о дислокации, скорости и ускорении подвижного состава. Для получения данной информации современный подвижной состав оборудуется комплексом средств высокоточного позиционирования в составе одометрического, инерциального и лидарного датчиков навигационной информации, а также приемника сигналов спутниковых радионавигацион-

ных систем (СРНС). Комплексная обработка этой информации в вычислительном блоке локомотивной системы высокоточного позиционирования (СВП) должна обеспечить как высокую точность определения положения, скорости и ускорения, так и непрерывный поток этой информации в любых эксплуатационных условиях.

В реальности качество функционирования СВП подвижного состава существенно ограничено рядом факторов. Одометрические датчики и лидарные системы технического зрения не обеспечивают непрерывное позиционирование с высокой точностью. Одометрические

датчики могут отсчитывать относительное пройденное расстояние с высокой точностью, но для этого требуется использование опорных точек отсчета. В сложных условиях окружающей среды возможно проскальзывание и буксование, что вызывает грубые случайные погрешности счета пройденного расстояния. Лидарные датчики способны точно определять местоположение только в опорных точках пути, которые привязаны к эталонным изображениям окружающей инфраструктуры в этих точках. Инерциальные датчики избавлены от перечисленных недостатков и способны обеспечить непрерывный поток оценок о местоположении, скорости и ускорении подвижного состава. Однако принципиальным недостатком этого типа датчиков является накопление погрешности измерений в течение времени. Такую медленно меняющуюся погрешность трудно обнаружить существующими методами контроля целостности измерений и необходимо периодически корректировать с использованием других доступных источников навигационной информации [2].

Локомотивный мультисистемный приемник сигналов СРНС (ГЛОНАСС, BeiDou, GPS, Galileo, QZSS, IRNSS, SBAS) как датчик навигационной информации лишен всех перечисленных выше недостатков. Современный уровень развития технологий СРНС обеспечивает позиционирование объектов с погрешностью 1–5 м в режиме автономной навигации и менее 1 м в режиме дифференциальной или относительной навигации [3]. Поэтому в большинстве эксплуатационных ситуаций именно локомотивный навигационный приемник рассматривается как ведущий датчик навигационной информации в рамках СВП подвижного состава.

Тем не менее эксплуатация локомотивной аппаратуры СРНС показывает, что прием сигналов навигационных спутников в некоторых ситуациях затруднен или невозможен из-за влияния окружающей инфраструктуры железных дорог. Эта проблема возникает вследствие действия эффектов многолучевости или по причине экранирования сигналов части видимых спутников объектами инфраструктуры и всегда имеет принципиально разную специфику проявления на каждом конкретном

участке железных дорог [4]. Дополнительной проблемой, которая возникла в последние годы, является возникновение объектов и зон специальных интересов, которые маскируются средствами радиоэлектронной борьбы (РЭБ). Действие средств РЭБ может приводить либо к подавлению сигналов спутников, либо к появлению ложных навигационных сигналов, которые «уводят» решение навигационной задачи на десятки и сотни километров от реального местоположения [5].

Таким образом, устойчивое функционирование СВП локомотива в указанных условиях может быть достигнуто только при оперативном обнаружении аномалий в работе СРНС и за счет адаптивного комплексирования всех имеющихся датчиков навигационной информации. Именно достоверное оперативное (в режиме текущего времени) обнаружение нарушений требуемых навигационных характеристик (ТНХ) вследствие непредсказуемых воздействий на СРНС является ключевой задачей в модернизации СВП подвижного состава железных дорог. В свою очередь, решение этой задачи является основой алгоритмов адаптивного комплексирования датчиков, входящих в состав СВП локомотива, с переназначением ведущих каналов навигационной информации в зависимости от текущих условий.

Целью настоящей статьи является представление нового метода оперативного контроля доступности ТНХ с помощью локомотивной аппаратуры СРНС. Метод основан на использовании цифровой карты пути и апостериорных оценок погрешности оценивания текущих координат локомотива на плоскости с привязкой этих оценок к ординате на цифровой карте пути в текущий момент времени. Метод одинаковым образом может быть реализован как в режиме автономной, так и дифференциальной навигации в любых эксплуатационных условиях.

Метод контроля доступности ТНХ для объекта, движущегося по жестко заданной траектории

Для оценки доступности ТНХ используется параметрическое представление эллипса рассеивания погрешности определения координат на плоскости «широта – долгота» в локальной

декартовой системе координат. Границы эллипса определяются доверительной вероятностью достижения ТНХ для заданного класса решаемых задач. Каждой конкретной группе прикладных задач соответствует свой класс ТНХ, числовые характеристики которых определены в государственном радионавигационном плане или отраслевых стандартах. В табл. 1 приведен пример ТНХ для автоматизированного управления движением пригородного железнодорожного транспорта с наивысшим уровнем автоматизации УА4.

Требования к точности оценки координат определяют радиус зоны безопасности на перегоне (HAL_R) и на станции (HAL_S). Заданные ТНХ считаются доступными, если границы эллипса рассеивания погрешностей с заданной доверительной вероятностью не выходят за пределы зоны безопасности в текущей ординате пути в текущий момент времени. В свою очередь, требования к точности оценки линейной скорости и ускорения определяют сертификационные требования к бортовым средствам навигации в составе СВП [6].

Управление движением на станции и на перегоне имеет разную специфику, поэтому требуется определить зоны безопасности с учетом особенностей работы железнодорожного транспорта для задач, решаемых на перегоне и станции. При движении на перегоне основное значение имеет точная оценка длины интервала между подвижными единицами или между локомотивом и местом препятствия. Поэтому на перегоне необходимо оценивать продольную компоненту погрешности с учетом текущей ориентации большой полуоси эллипса рассеивания погрешности. Поперечная компонента погрешности на перегоне принципиального значения не имеет.

На станции требования к точности оценки продольной и поперечной компонент погрешности одинаково важны. Это вызвано тем, что на станции требуется не только точно останавливаться у платформы, но и надежно различать между собой пути в процессе автоматизированного управления движением. Поэтому условия контроля доступности заданных ТНХ для перегона (1) и для станции (2) формулируются по-разному следующим образом:

$$a \leq HAL_R \left| \gamma \in \left(-\frac{\pi}{4} \div \frac{\pi}{4} \right), \quad (1)$$

$$a \leq HAL_S \left| \gamma \in (0 \div 2\pi), \quad (2)$$

где a — радиус большой полуоси эллипса рассеивания погрешностей; γ — контрольный угол ориентации большой полуоси эллипса рассеивания; HAL_R — радиус зоны безопасности на перегоне; HAL_S — радиус зоны безопасности на станции.

В уравнении (1) угол γ дополнительно должен удовлетворять условию

$$\gamma = \beta \pm \alpha \leq \frac{\pi}{2},$$

где β — текущий курсовой угол локомотива; α — текущий угол наклона большой полуоси a . Это условие определяет сектор, в пределах которого должен контролироваться угол γ и соответствующее ему условие (1), как это проиллюстрировано на рис. 1.

Текущий курсовой угол локомотива β можно измерить (если дополнить комплект локомотивной аппаратуры СРНС триангуляционной антенной) либо подсчитать по координатам двух последовательно зафиксированных ординат A и $B(x_A, y_A)$ и (x_B, y_B) на цифровой карте пути:

Таблица 1. Пример заданных ТНХ по параметрам позиционирования объекта

Рабочая зона	Требования к точности оценки			
	координат, м	линейной скорости, см/с	ориентации продольной оси, °	доверительная вероятность
На платформе (на станции)	±0,25	≤ 10	≤ 0,1	0,63
На маршруте вне станции	±0,50	≤ 10	≤ 0,1	0,63

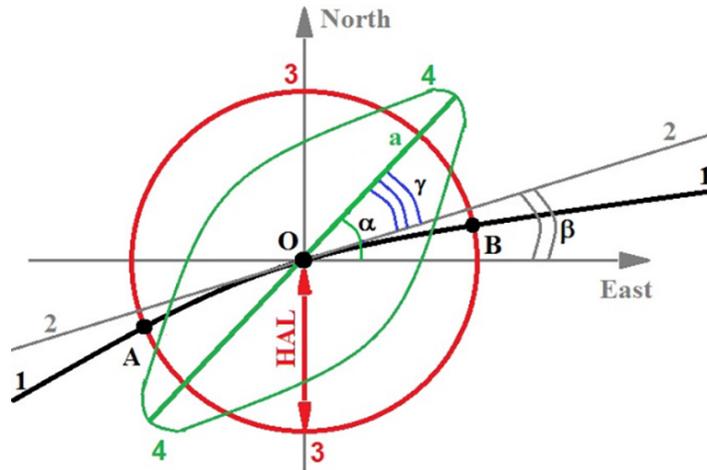


Рис. 1. К определению границ зоны безопасности в локальной декартовой системе координат: 1 — фактическая линия пути; 2 — ось курса локомотива в точке его текущего местоположения (точка O); 3 — граница зоны безопасности (HAL_R или HAL_S , обозначена красным цветом), заданная согласно ТНХ; 4 — текущие границы эллипса рассеивания погрешности при заданной доверительной вероятности

$$\beta = \arctg\left(\frac{|y_A - y_B|}{|x_A - x_B|}\right). \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctg\left(\frac{2r\sigma_y\sigma_x}{\sigma_y^2 - \sigma_x^2}\right), \quad (7)$$

Границы эллипса рассеивания погрешностей на плоскости $X-Y$ («север — восток») можно описать в параметрической форме следующим образом:

$$x(t) = m_x + \sigma_x k \cos(t), \quad (4)$$

$$y(t) = m_y + r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x(t) - m_x) + \sigma_y k \sqrt{1 - r^2} \sin(t), \quad (5)$$

где $k = -2\ln(1 - P)$ — параметр, зависимый от заданной доверительной вероятности P ; $t = 0 - 2\pi$ — параметрическая переменная; $m_x, \sigma_x, m_y, \sigma_y$ — апостериорные оценки математического ожидания и СКО погрешности определения координат dx, dy ; r — коэффициент корреляции Пирсона между текущими накопленными рядами погрешностей dx, dy .

Большую полуось эллипса рассеивания погрешности (a) и угол ее наклона (α) также можно определить в параметрической форме следующим образом:

$$a(z) = m_y + r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (z - m_x), \quad (6)$$

где z — переменная, определяющая правую и левую границы оси эллипса рассеивания погрешностей, в зависимости от заданной доверительной вероятности P [7].

Абсолютную погрешность определения координат локомотива в текущий момент времени можно оценить несколькими способами. Проще всего использовать автономную процедуру обработки текущих измерений координат x и y , которая не требует синхронизации с опорным треком движения и не использует длительное накопление измерений. Данная процедура может быть реализована следующим образом:

$$d\zeta_i = \frac{\zeta_{i+2} - 2\zeta_{i+1} + \zeta_i}{dt_{reg}^2} dt_{reg}^2, \quad (8)$$

где ζ_i — координата x или y в момент времени i ; $d\zeta_i$ — текущая погрешность оценивания координаты x или y в момент времени i ; dt_{reg} — период регистрации оценок координат [8].

При наличии опорных точек на цифровой карте пути в заданные моменты времени для расчета текущих погрешностей координат можно также использовать метод скользящего среднего:

$$d\hat{\zeta}_i = \frac{1}{\Delta N} \sum_{i=j-m}^{j+m} d\zeta_i, \quad (9)$$

где $d\zeta_i = (x_{REF,i} - x_i) \equiv (y_{REF,i} - y_i)$ — текущая абсолютная погрешность определения координаты x_i или y_i относительно соответствующего опорного значения на цифровой карте пути ($x_{REF,i}$ или $y_{REF,i}$) в момент времени i ; ΔN — ширина окна сглаживания; $m = 0,5(\Delta N - 1)$ — постоянная сглаживания.

Нужно подчеркнуть, что способ (9) требует достаточно точной синхронизации с опорным треком пути во времени, чтобы можно было эффективно использовать координаты опорных точек ($x_{REF,i}$ и $y_{REF,i}$). Кроме указанных способов, можно также непосредственно использовать апостериорные оценки невязок координат, полученные в момент времени i с выхода фильтра Калмана в навигационном вычислителе. Однако такие оценки являются результатом апостериорного оценивания с накоплением результатов на предыдущих итерациях, в которых уже могут содержаться аномалии, особенно медленно растущие, которые трудно обнаружить своевременно.

В целом выбор способа вычисления текущих погрешностей определения координат представляет собой отдельную исследовательскую задачу, которая выходит за рамки данной

статьи. В настоящей работе проведены предварительные исследования эффективности первого (8) и второго (9) способов получения текущих погрешностей координат. Для измерений использовался приемник Javad Delta 3, установленный на стационарном объекте с известными координатами (x_{REF} и y_{REF}). Сеансы навигационных наблюдений проводились по сигналам СРНС GPS и ГЛОНАСС в автономном режиме навигации. Измерения фиксировались с различными временными интервалами в течение 1 часа.

По измерениям оценивалась средняя за период наблюдений погрешность определения координат x (dL) и y (dB) относительно опорных координат (x_{REF} и y_{REF}), при этом использовались измерения координат, записанные с самой высокой частотой регистрации 25 Гц. Эти оценки приняты за «эталонные погрешности» оценивания координат точки измерений. Эти же записи координат при разной частоте их регистрации использованы для подсчета средних за период погрешностей определения координат, где текущие погрешности рассчитывались с помощью процедур (8) и (9). При использовании процедуры (9) размер окна сглаживания не менялся и во всех случаях составлял $\Delta N = 11$ отсчетов. Полученные результаты приведены в табл. 2.

ТАБЛИЦА 2. Сравнение погрешностей определения координат

GPS						
Частота регистрации	1 Гц		10 Гц		25 Гц	
	dL, м	dB, м	dL, м	dB, м	dL, м	dB, м
«Эталонная погрешность» (измерения 25 Гц)	0,2492	0,4673	0,2492	0,4673	0,2492	0,4673
2-я производная (8)	0,7795	1,3753	0,3794	0,6791	0,2428	0,4323
Скользящее среднее (9)	0,2423	0,4534	0,2421	0,4541	0,2420	0,4527
ГЛОНАСС						
Частота регистрации	1 Гц		10 Гц		25 Гц	
	dL, м	dB, м	dL, м	dB, м	dL, м	dB, м
«Эталонная погрешность» (измерения 25 Гц)	0,2543	0,5556	0,2543	0,5556	0,2543	0,5556
2-я производная	0,8000	1,3624	0,4780	0,7734	0,3142	0,5020
Скользящее среднее	0,2457	0,4928	0,2487	0,4943	0,2492	0,4936

Из табл. 2 видно, что способ скользящего среднего (9) обеспечивает стабильный и достаточно точный результат оценивания, независимо от частоты регистрации измерений. В то же время точность оценивания погрешностей с помощью автономного способа (8) принципиально зависит от частоты записи координат. По мере роста частоты записи погрешность счета способом (8) снижается, и при частоте записи 25 Гц уже обеспечивается примерно одинаковая точность расчетов в сравнении со способом скользящего среднего. Поскольку автономный способ расчета погрешностей координат не требует привязки к треку движения и накопления измерений, мы использовали именно его в нашей настоящей работе при регистрации координат объекта с частотой 25 Гц.

Практическая реализация метода контроля доступности ТНХ на жестко заданной траектории

Чтобы реализовать предложенный метод на жестко заданной траектории движения, центру эллипса рассеивания присваиваются координаты (m_x, m_y) , и эта точка переносится в текущую точку расположения локомотива с координатами $x(u(t_i)), y(u(t_i))$ на цифровой карте пути. Текущее местоположение этой точки определяется с учетом скорости, ускорения и времени движения поезда в текущий момент времени t_i следующим образом. Цифровая карта пути задана набором опорных точек с координатами (x_i, y_i) . Движение локомотива описывается начальной скоростью V_0 и мгновенным ускорением $a(t_i)$ в момент времени t_i . Чтобы определить точку расположения локомотива в произвольный момент времени, трек движения аппроксимируется гладкой кривой с помощью кубических сплайнов. При этом текущие координаты локомотива $x_i(u)$ и $y_i(u)$ вычисляются как функции от параметра относительной путевой ординаты u . Параметр $u \in [0, 1]$ задает положение на треке (0 — начало, 1 — конец трека). С учетом сказанного непрерывный трек движения может быть записан следующим образом:

$$l(u) = (x(u), y(u)), \quad (10)$$

где $x(u)$ и $y(u)$ — кубические сплайны, построенные по опорным точкам (x_i, y_i) цифровой карты пути.

Длина трека (L), заданного уравнением (10), вычисляется следующим образом:

$$L = \int_0^1 |l'(u)| du = \int_0^1 \sqrt{\left(\frac{dx(u)}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy(u)}{du}\right)^2} du. \quad (11)$$

Поскольку движение по треку носит неравномерный характер, необходимо учесть, что пройденный в момент времени t путь $s(t)$ определяется начальной скоростью и изменениями ускорения на участке пути, пройденном с момента времени $t = 0$ до текущего момента t :

$$v(t) = v_0 + \int_0^t a(\tau) d\tau, \quad (12)$$

$$s(t) = \int_0^t v(\tau) d\tau. \quad (13)$$

При этом положение объекта на треке в момент времени t определяется параметром относительной путевой ординаты $u(t)$:

$$u(t) = \frac{s(t)}{L}. \quad (14)$$

Таким образом, положение объекта на треке в момент времени t вычисляются подстановкой переменной $u(t)$ в уравнения трека (10), то есть

$$L(t) = l(u(t)) = (x(u(t)), y(u(t))). \quad (15)$$

Текущее положение локомотива с координатами $x(u(t)), y(u(t))$ на треке связано с длиной пройденного трека в момент времени t следующим образом:

$$L(t) = l\left(\frac{1}{L} \int_0^t \left(v_0 + \int_0^\tau a(\xi) d\xi\right) d\tau\right), \quad (16)$$

где ξ — элементарный период регистрации измерений ускорения; τ — время накопления измерений скорости и ускорения для периодического счета ординаты локомотива $L(t)$.

Для практического использования формулы (16) применяются скорость и ускорение

локомотива, измеренные средствами инерциальной навигационной системы или при комплексовании ее и навигационного приемника СРНС. Допустимые погрешности скорости и ускорения не должны превышать пределов, определенных ТНХ.

Проверка работоспособности метода контроля доступности ТНХ

Известно, что погрешность определения местоположения объекта по сигналам СРНС зависит от погрешности дальномерных измерений и от геометрической конфигурации навигационного созвездия [9]:

$$\Delta \mathbf{x} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \cdot \Delta \mathbf{p}, \quad (17)$$

где \mathbf{H} — матрица направляющих косинусов текущего навигационного созвездия; $\Delta \mathbf{p} = [\Delta \rho_1 \ \Delta \rho_2 \ \dots \ \Delta \rho_N]^T$ — вектор погрешностей измерения дальностей до видимых спутников; $\Delta \mathbf{x} = [\Delta x \ \Delta y \ \Delta z \ \Delta T]^T$ — вектор погрешностей определения местоположения в заданной системе координат.

Для верификации предложенного выше метода использовано моделирование, которое позволяет изменять произвольным образом геометрический фактор (состав матрицы \mathbf{H}) и состав вектора дальномерных погрешностей ($\Delta \mathbf{p}$). Для привязки эллипса рассеивания погрешностей к траектории движения локомотива использован участок реального трека железной дороги, записанный в локальной топцентрической системе координат.

Координаты спутников навигационного созвездия рассчитываются на основании эфемерид орбитальной группировки GPS. При моделировании может производиться искусственное «изъятие» части спутников из матрицы, за счет чего геометрический фактор PDOP изменяется в пределах от 1,8 до 6.

Расстояния до видимых спутников моделируются на основании уравнения наблюдений кодовой дальности [10], в котором учитываются основные виды дальномерных погрешностей в следующем составе:

$$\rho_i^{(t)} = R_i(t) + I_i(t) + T_i(t) + c(\Delta t_r(t)) + c(dt_{sv}(t)) + dm_i + e_i, \quad (18)$$

где $R_i(t)$ — геометрическое расстояние «спутник — приемник»; $I_i(t)$ — ионосферная дальномерная погрешность; $T_i(t)$ — тропосферная дальномерная погрешность; $c(\Delta t_r(t))$ — погрешность отклонения шкалы времени приемника; $c(dt_{sv}(t))$ — погрешность отклонения шкалы времени спутника; dm_i — погрешность многолучевости; e_i — шумовая погрешность измерений.

В процессе моделирования мы полагаем, что:

1) погрешность $c(\Delta t_r(t))$ входит в состав вектора $\Delta \mathbf{x}$ и компенсируется при решении навигационной задачи;

2) параметры модели погрешности $c(dt_{sv}(t))$ транслируются в навигационном сообщении и позволяют полностью компенсировать эту погрешность, поэтому в моделировании она не учитывается;

3) погрешности dm_i и e_i представлены белым гауссовским шумом с нулевым математическим ожиданием и СКО, которое определяется отношением «сигнал/шум» и зависит от угла возвышения спутника;

4) ионосферная погрешность содержит две компоненты — фоновую и вариативную;

5) тропосферная дальномерная погрешность рассчитывается с помощью стандартной модели Saastamoinen [11];

6) состав виртуального созвездия навигационных спутников для моделирования подбирается путем предварительного вычисления по известным эфемеридам. После вычислений из состава созвездия отбрасываются спутники с углами возвышения $\leq 10^\circ$ в точке расположения виртуального локомотива.

Геометрическая дальность $R_i(t)$ рассчитывается для каждого спутника в момент времени t на основании известных координат спутника и текущих координат приемника на треке движения. Модель ионосферной дальномерной погрешности имеет вид:

$$I = F(I_0 + \Delta I_{LS} + \Delta I_{MS} + \Delta I_{ITD}), \quad (19)$$

где I_0 — фоновая ионосферная погрешность, которая подсчитывается с помощью модели Klobuchar [12]; $F = 1,0 + 16,0(0,53 - el)^3$ — фактор наклона; el — угол места спутника; ΔI_{LS} , ΔI_{MS} , ΔI_{ITD} — дальномерные погрешности,

вызванные волновыми возмущениями в ионосфере крупного ΔI_{LS} , среднего ΔI_{MS} и промежуточного масштабов ΔI_{ITD} . Эти погрешности моделируются по методике, предложенной в [13], следующим образом:

$$\Delta I_{LS} = \frac{40,4}{f^2} \sum_{j=1}^3 A_j \cos(\omega_j t - \phi_j), \quad (20)$$

$$\Delta I_{MS(ITD)} = \frac{40,4}{f^2} \sum_{j=1}^3 A_j \frac{\cos(\omega_j t - \phi_j)}{(\omega_j t - \phi_j)}, \quad (21)$$

где f — несущая частота сигнала навигационного спутника; A_j — амплитуда возмущения полного электронного содержания (ПЭС) в ионосфере (в единицах TECU, 1TECU = 10^{16} м⁻²); $\omega_j = 2\pi f_j = 2\pi V_j / \lambda_j$, V_j, λ_j, ϕ_j — циклическая частота, скорость дрейфа, длина и начальная фаза волны возмущения ПЭС.

Шумовая дальномерная погрешность e_i и погрешность шумов многолучевости dm_i моделируются совместно — как случайная функция, зависящая от отношения «сигнал/шум» и угла места спутника [14]. Тепловые шумы представлены в виде белого гауссовского шума, СКО которого зависит от параметров измерителя кодовой задержки [15]:

$$\sigma_{\Delta\tau} = \Lambda \sqrt{\frac{4F_1 d^2 \Delta F_{DLL}}{10 \frac{CN_0}{10^{10}}} \left[2(1-d) + \frac{4F_2 d}{T_{COR} 10 \frac{CN_0}{10^{10}}} \right]}, \quad (22)$$

где $\Lambda = c/L_{cod}$; c — скорость света; L_{cod} — длина дальномерного кода (например, $L_{cod} = 1,023 \cdot 10^6$ — для SA кода и $10,23 \cdot 10^6$ — для P(Y) кода); F_1, F_2 — параметры, зависящие от типа коррелятора и дискриминатора кодовой задержки (при расчетах принято $F_1 = 0,5, F_2 = 1$); d — расстройка между опорными стробами дискриминатора кодовой задержки (при расчетах принято $d = 0,1$); ΔF_{DLL} — шумовая полоса контура слежения за кодовой задержкой (при расчетах принято $\Delta F_{DLL} = 0,8$ Гц); CN_0 — отношение «сигнал/шум» (дБ·Гц); T_{COR} — время накопления в корреляторе, мс (при расчетах принято $T_{COR} = 20$ мс).

Отношение «сигнал/шум» (CN_0) состоит из двух частей: основного тренда и случайной компоненты, имитирующей провал отношения

«сигнал/шум» в заданный момент времени. Основной тренд «сигнал/шум» зависит от угла места спутника:

$$CN_0(el) = a \sin(elb + c), \quad (23)$$

где a, b, c — параметры модели ($a = 51,94, b = 0,0093, c = 0,7305$ на частоте L1 GPS); el — угол места спутника, рад.

Эффекты многолучевости и дифракции на объектах инфраструктуры вызывают случайные провалы отношения «сигнал/шум» на входе измерителя кодовой задержки. Случайные провалы отношения «сигнал/шум» имитируются в виде функции включения/выключения белого гауссовского шума. При моделировании принята максимальная глубина провала 15 дБ·Вт (СКО) при среднем значении глубины провала (математическом ожидании) 5 дБ·Вт. Функция включения/выключения и регулирования длительности провалов представлена в виде последовательности треугольных импульсов:

$$S(t) = \sin\left(\frac{\Omega t}{180}\right) - \frac{1}{9} \sin\left(\frac{\Omega t}{180}\right) + \frac{1}{25} \sin\left(53 \frac{\Omega t}{180}\right) - \frac{1}{49} \sin\left(7 \frac{\Omega t}{180}\right) + \frac{1}{81} \sin\left(9 \frac{\Omega t}{180}\right), \quad (24)$$

где Ω — образующая частота, которая определяет время и продолжительность включения провалов отношения «сигнал/шум».

Эффекты полного экранирования сигналов части спутников объектами окружающей инфраструктуры проявляются в резком увеличении геометрического фактора и пропорциональном увеличении погрешности позиционирования. При моделировании возможно использовать различные варианты искусственного изъятия спутников: случайным образом или в привязке к известной карте объектов окружающей инфраструктуры.

После определения текущего созвездия навигационных спутников и моделирования дальностей до каждого из них производится решение задачи навигационно-временных определений в каждый текущий момент времени t . Численное моделирование реализовано в виде авторского программного комплекса, обеспечивающего формирование

геометрии наблюдений, моделирование дальномерных погрешностей и решение навигационной задачи итерационным методом Ньютона.

Верификация метода контроля доступности ТНХ с помощью моделирования

Для верификации предложенного метода были использованы пять типовых ситуаций (кейсов) возникновения нарушений ТНХ при движении локомотива. Для всех рассматриваемых кейсов в качестве границы допустимой погрешности позиционирования использовалось одинаковое значение $HAL = 5$ м, что соответствует типовой ширине междупутья на железнодорожных перегонах и станциях.

На рис. 2 представлены параметры геометрического фактора: HDOP — горизонтальный показатель ухудшения точности (Horizontal Dilution of Precision), VDOP — вертикальный показатель ухудшения точности (Vertical Dilution of Precision), PDOP — пространственный показатель ухудшения точности (Position Dilution of Precision), а также Nsat — количество спутников и PRN (от англ. Pseudo-Random Noise — псевдослучайный шум, уникальный идентификатор спутника).

Во всех кейсах в дальномерные погрешности каждого спутника включались две компоненты: фон и аномальные погрешности. Общие фоновые погрешности (шум, многолучевость, ионосфера), величина которых зависит от угла места спутника, были включены на всех спутниках во всех случаях. СКО шумовой погрешности составляло от 0,3 до 1,5 м, СКО многолучевости — от 0,1 до 4 м. Величина фоновой ионосферной погрешности находилась в диапазоне от 0,1 до 2,5 м. Разброс СКО указанных погрешностей между спутниками определялся углом места спутника.

Аномальная погрешность, вызванная действием многолучевости и ионосферными возмущениями, вносилась на некоторые из

спутников. Выбор уровня моделируемой погрешности и спутников обусловлен задачей определения пороговой чувствительности предлагаемого нами метода. Значения вносимой ошибки и количество спутников, на которые оказывалось воздействие, определялись экспериментально с последовательным изменением величины указанных аномальных погрешностей.

Первый кейс демонстрирует реакцию предложенного индикатора контроля ТНХ — выражения (1) и (2) — на ухудшение геометрии спутникового созвездия при неизменных фоновых дальномерных погрешностях. В данном случае проверены разные варианты исключения спутников из наблюдаемого навигационного созвездия: а) исключение трех спутников при сохранении хорошего геометрического фактора; б) выключение всех спутников, кроме пяти случайных; в) исключение всех спутников, кроме четырех случайных, с последовательным отключением каждого из оставшихся спутников на промежутке времени наблюдения между 190 и 210 с. Варианты геометрии, полученные для указанных конфигураций навигационного созвездия, проиллюстрированы на рис. 2. Наименование рисунков (а, б, в) соответствует указанным выше вариантам конфигураций навигационного созвездия.

Из представленных рисунков видно, что границы эллипса рассеивания погрешностей и угловая ориентация большой полуоси эллипса реагируют на все рассмотренные случаи, когда геометрический фактор превышает типовые значения. При этом предложенный индикатор контроля доступности ТНХ эффективно определяет не только факт превышения допустимой погрешности, но и направление максимальной погрешности (угол наклона большой полуоси эллипса рассеивания погрешностей). Это особенно важно для реализации функций автоматического управления интервальным движением поездов и в рамках реализации виртуальных сцепок.

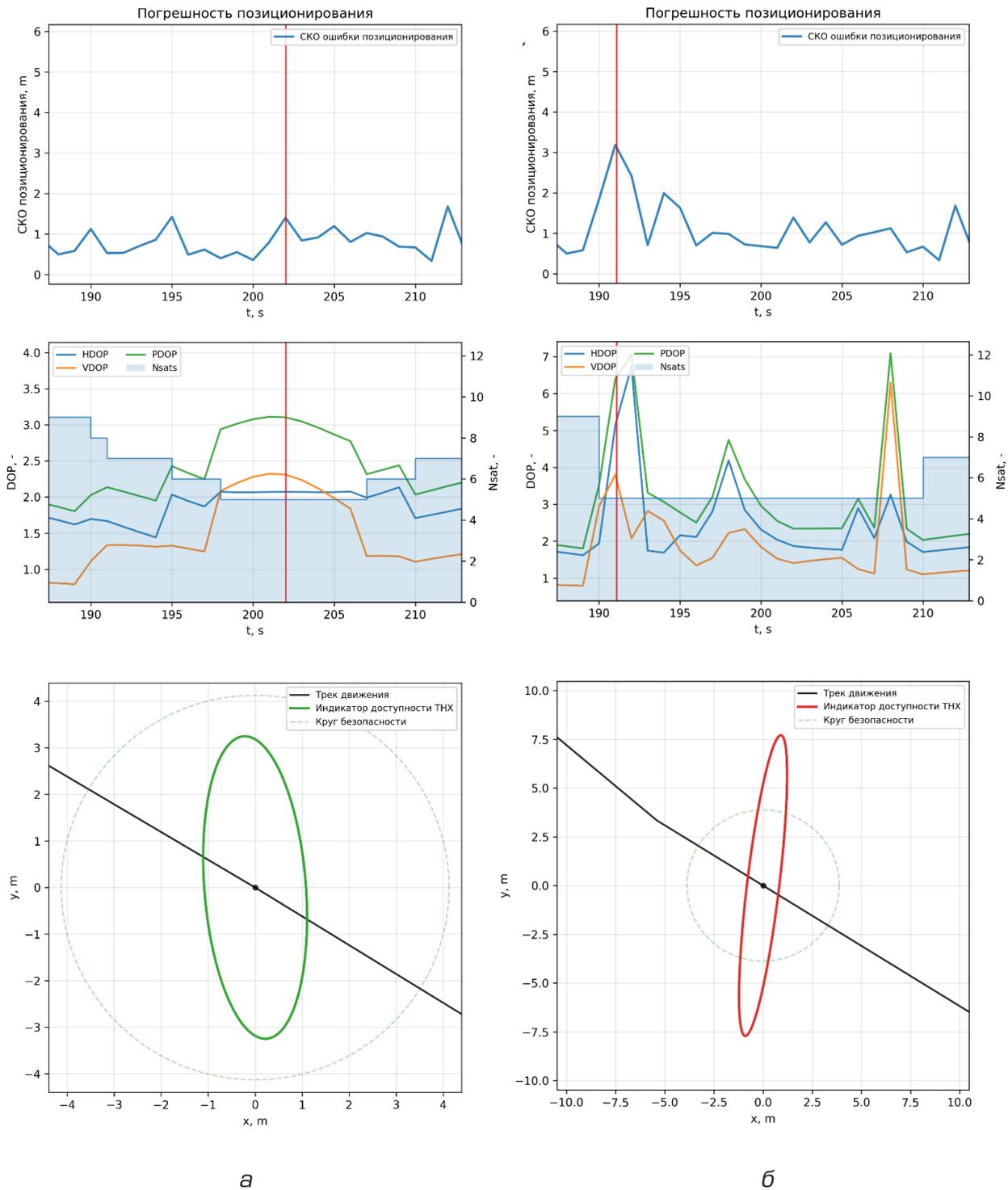


Рис. 2. Реакция индикатора контроля ТНХ на ухудшение геометрии созвездия (а, б).
 Вертикальной красной линией отмечен момент времени, для которого показаны эллипсы рассеивания

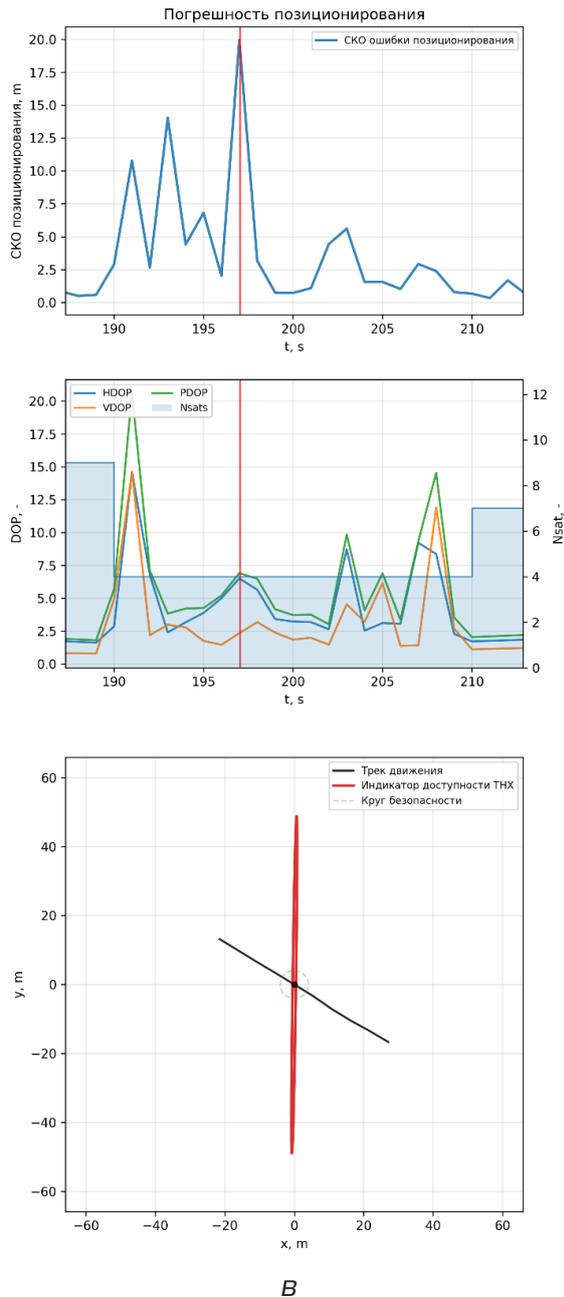


Рис. 2. Реакция индикатора контроля ТНХ на ухудшение геометрии созвездия (в). Вертикальной красной линией отмечен момент времени, для которого показаны эллипсы рассеивания

Во втором кейсе выполняется оценка реакции индикатора контроля доступности ТНХ на воздействие многолучевости. В данном случае геометрия созвездия остается неизменной. Рассмотрено два случая: а) фоновый вариант без внесения каких-либо аномальных дальномерных погрешностей; б) вводится резкое

усиление многолучевой погрешности на спутниках PRN 5 и 15 с СКО вносимой погрешности 7,5 м с учетом угла места индивидуально по спутникам. Полученные данные для указанных конфигураций навигационного созвездия проиллюстрированы на рис. 3.

Из результатов, представленных на рис. 3, видно, что предложенный индикатор контроля доступности ТНХ корректно реагирует на воздействие многолучевости. Это проявляется в изменении размеров эллипса рассеивания погрешности и ориентации его главной оси. В момент, когда влияние дальномерных искажений перестает компенсироваться геометрией созвездия, граница эллипса выходит за пределы допустимого уровня, что обеспечивает надежное выявление нарушения требуемых навигационных характеристик.

В третьем кейсе исследуется реакция индикатора контроля доступности ТНХ на аномальные ионосферные дальномерные погрешности при неизменной геометрии спутникового созвездия и при фоновом шуме и многолучевости. В рамках кейса варьируются только наличие и величина ионосферной дальномерной погрешности. Рассматриваются следующие варианты: а) фоновый вариант без внесения каких-либо погрешностей; б) вводится резкое усиление ионосферной погрешности на спутниках PRN 5 и 15 с СКО вносимой погрешности 20 м с учетом угла места индивидуально по спутникам.

Полученные данные для указанных конфигураций навигационного созвездия проиллюстрированы на рис. 4.

Из результатов, представленных на рис. 4, следует, что предложенный индикатор контроля доступности ТНХ адекватно реагирует на воздействие ионосферных погрешностей. Рост дальномерных ошибок, обусловленный изменениями ионосферных условий, приводит к увеличению размеров эллипса рассеивания и изменению ориентации его главной оси. В условиях, когда влияние ионосферных искажений перестает компенсироваться благоприятной геометрией спутникового созвездия, границы эллипса выходят за пределы допустимого уровня, что обеспечивает своевременное выявление нарушения требуемых навигационных характеристик.

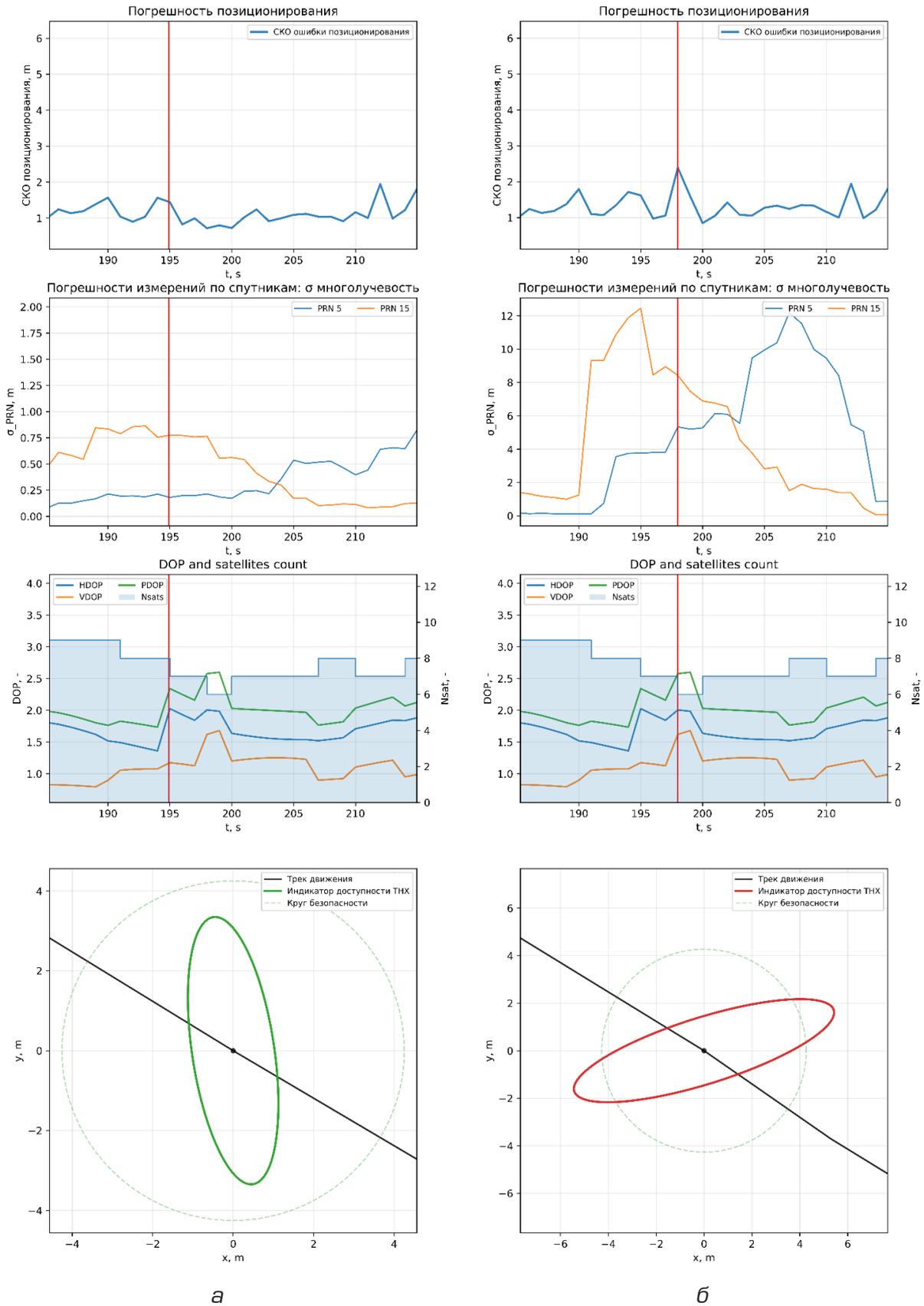


Рис. 3. Реакция индикатора контроля ТНХ на воздействие многолучевости. Вертикальной красной линией отмечен момент времени, для которого показаны эллипсы рассеивания

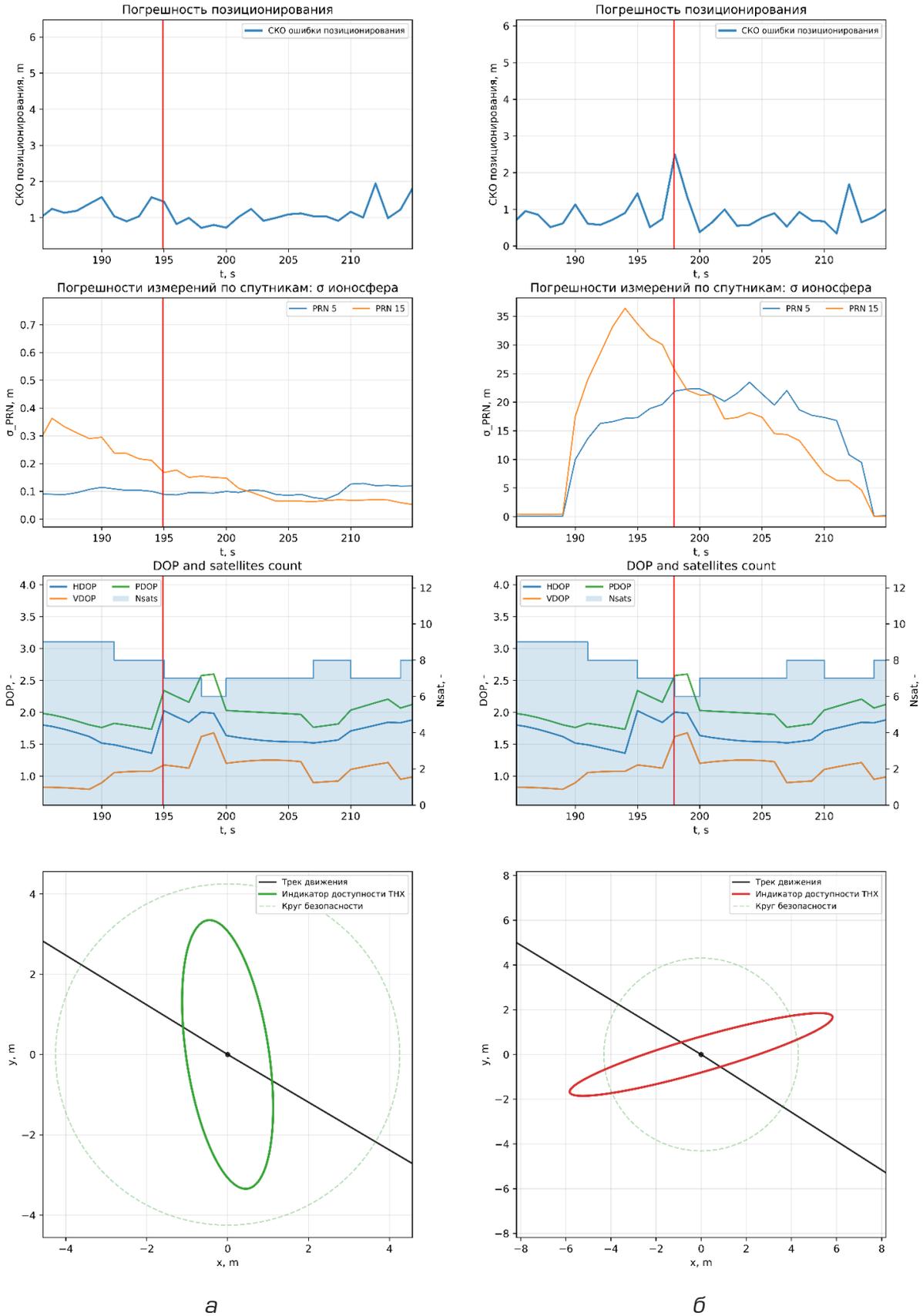


Рис. 4. Реакция индикатора контроля ТНХ на воздействие ионосферной дальномерной погрешности. Вертикальной красной линией отмечен момент времени, для которого показаны эллипсы рассеивания

В кейсе 4 исследуется чувствительность индикатора нарушения ТНХ к аномальным дальномерным погрешностям измерений при различном геометрическом факторе. Рассматриваются сценарии, в которых при благоприятной геометрии решение остается устойчивым даже при значительных дальномерных погрешностях, а при неблагоприятной геометрии аналогичные по природе, но меньшие по величине дальномерные погрешности приводят к существенной деградации решения навигационной задачи.

В рамках данного кейса анализируются следующие варианты воздействия: а) введение дополнительной дальномерной погрешности с СКО 1 м на спутниках (PRN 17,24) в интервале $t \approx 105\text{--}115$ с при неблагоприятной геометрии спутникового созвездия (PDOP менялся в пределах от 4 до 5,5); б) вводится резкое усиление ионосферной погрешности на спутниках PRN 5, 18, 22 с СКО вносимой погрешности 60 м с учетом угла места индивидуально по спутникам в интервале $t \approx 220\text{--}224$ с при благоприятной геометрии спутникового созвездия (PDOP менялся в пределах от 1,5 до 2,5). Полученные данные для указанных конфигураций навигационного созвездия проиллюстрированы на рис. 5.

Результаты, представленные на рис. 5, наглядно демонстрируют, что реакция индикатора контроля доступности ТНХ на локальные дальномерные погрешности в решающей степени определяется качеством геометрии спутникового созвездия. В условиях неблагоприятной геометрии даже одиночные или умеренные по величине дальномерные погрешности приводят к существенной деградации навигационного решения и выходу погрешности позиционирования за пределы допустимой зоны. Напротив, при благоприятной геометрии аналогичные по природе, а в ряде случаев и более значительные дальномерные погрешности оказывают значительно меньший эффект. Поведение эллипса рассеивания показывает, что при плохой геометрии одновременно увеличиваются его размеры и изменяется ориентация большой полуоси, что указывает на рост направленной погрешности позиционирования, тогда как при благоприятной геометрии ориентация эллипса остается практически неизменной. Это подтверждает высокую эффективность индикатора контроля доступности ТНХ

для условий с изменчивой геометрией созвездия, что имеет место при движении объекта вдоль сложной окружающей инфраструктуры.

В пятом кейсе исследуется реакция индикатора контроля доступности ТНХ на реальные кратковременные ухудшения условий приема навигационных сигналов, возникающие в процессе движения в условиях «городского каньона». Экспериментальные данные были получены в ходе натурных измерений с использованием одночастотного GNSS-приемника, установленного на борту автомобиля. Полученные данные для указанных конфигураций навигационного созвездия проиллюстрированы на рис. 5.

В рамках кейса рассмотрены следующие ситуации: а) проезд под виадуком, сопровождающийся кратковременным ухудшением условий приема сигналов, кратковременным срывом сопровождения части видимых спутников и резким ростом дальномерных погрешностей для некоторых спутников вследствие экранирования и переотражений сигналов; б) повторный проезд под аналогичным сооружением на другом участке траектории, приводящий к схожей ситуации; в) движение в условиях плотной высотной застройки, характеризующееся устойчивым проявлением эффектов сильной многолучевости. На рис. 6 обозначены характерные моменты времени, когда проявление перечисленных эффектов было максимальным. В моменты времени t_1 и t_3 приемник двигался в районе с невысокой застройкой, в момент t_2 — проезд вблизи высотного здания.

Результаты, представленные на рис. 6, подтверждают работоспособность предложенного индикатора контроля доступности ТНХ на реальных навигационных данных, полученных в сложных условиях приема сигналов навигационных спутников. В моменты кратковременного ухудшения условий приема сигналов, таких как проезд под инженерными сооружениями и движение в плотной городской застройке, наблюдается отчетливый рост погрешности позиционирования и увеличение размеров эллипса рассеивания, а также меняется угол его наклона. Таким образом, предложенный нами индикатор эффективно выявляет кратковременные случаи нарушения ТНХ в условиях реальных измерений.

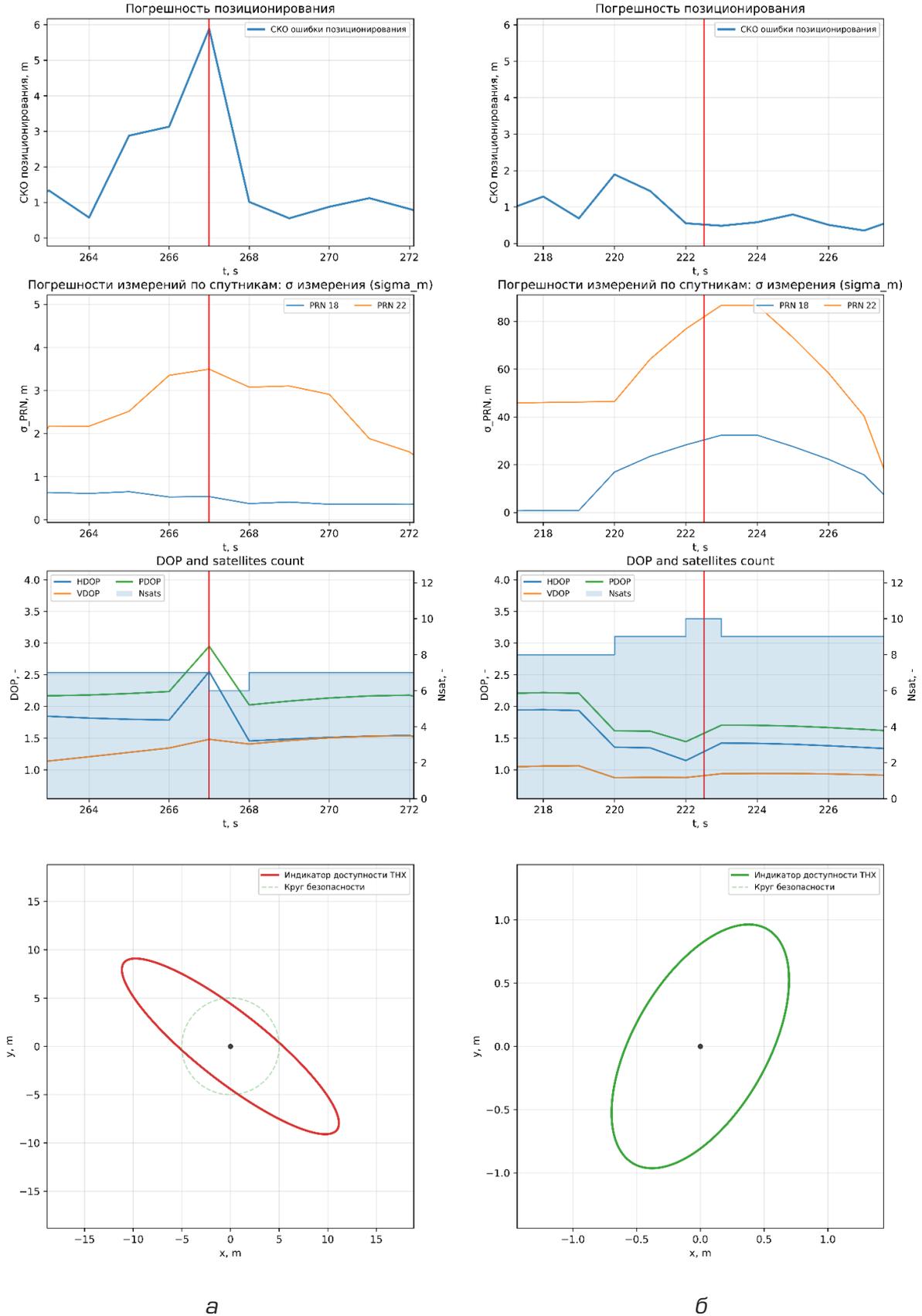


Рис. 5. Реакция индикатора контроля ТНХ на локальные погрешности псевдодалности. Вертикальной красной линией отмечен момент времени, для которого показаны эллипсы рассеивания

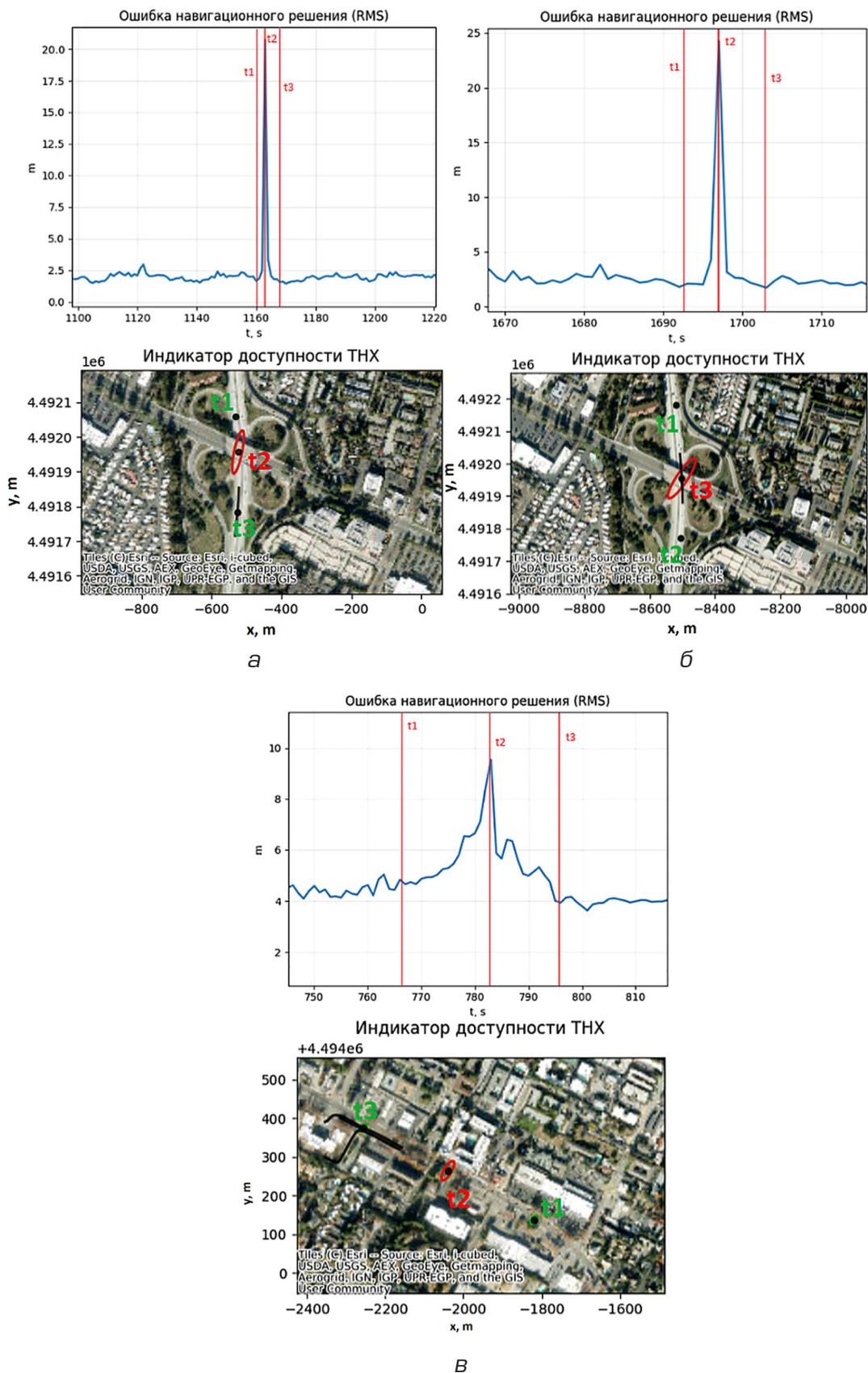


Рис. 6. Реакция индикатора контроля ТНХ в условиях реальных измерений на подвижном объекте. Вертикальной красной линией отмечен момент времени, для которого показаны эллипсы рассеивания

Заключение

В статье предложен эффективный индикатор контроля текущей доступности ТНХ при использовании навигационного приемника сигналов СРНС на борту подвижного объекта. Имеется важное отличие этого индикатора от известных вариантов, которые используются в составе программно-алгоритмического комплекса широкозонных дифференциальных систем. Для получения текущей оценки доступности ТНХ не требуется использовать скалярно-векторные поправки, которые оцениваются в наземном комплексе широкозонных дифференциальных систем и не учитывают действие нерегулярных факторов и некоррелированных погрешностей дальномерных измерений. За счет использования независимой привязки текущей координаты приемника СРНС к интерполированной траектории движения не требуется также точной оценки текущих координат движущегося объекта. С другой стороны, необходимым условием для работы предложенного индикатора контроля доступности ТНХ является наличие цифровой карты заданной траектории движения, что ограничивает область применения случаями использования на ж/д транспорте, а также при заходе воздушного судна на посадку по установленной глиссаде (с дополнением эллипса на плоскости до эллипсоида в пространстве). Однако это ограничение лежит в рамках текущего состояния развития транспортной инфраструктуры, предполагающей повсеместное внедрение цифровых карт маршрутов движения. Поэтому предложенный метод и индикатор контроля доступности ТНХ соответствуют современному тренду развития транспортных технологий.

Моделирование и результаты эксперимента подтвердили работоспособность предложенного индикатора контроля доступности ТНХ. Показано, что при типовых нерегулярных воздействиях, которые вызывают деградацию качества навигации, поведение эллипса рассеивания погрешности и угол наклона его главной полуоси достаточно чувствительно реагируют на них. За счет этого возможно оперативно обнаруживать не только факт нарушения ТНХ, но и направление максимальной погрешности, что особенно важно для реализации автомати-

ческого и беспилотного управления движением объектов по жестко заданной траектории.

Кроме этого, было подтверждено, что определяющим фактором, который вызывает деградацию точности позиционирования движущегося объекта, является резкое ухудшение геометрического фактора. Геометрический фактор, как известно, является амплификатором дальномерных погрешностей, которые транслируются в итоговый состав вектора состояния объекта. Ситуации резкого непредсказуемого ухудшения геометрического фактора являются типовыми при движении транспортных объектов в условиях «городских каньонов», а также вдоль сложных объектов окружающей инфраструктуры железных дорог. Таким образом, предложенные метод и индикатор контроля доступности ТНХ могут быть одним из инструментов для совершенствования характеристик функционирования бортовых комплексов высокоточного позиционирования объектов интеллектуального, в том числе и беспилотного транспорта, движущегося по жестко заданной траектории. ▲

Список источников

1. Зелова, М.И. О применении комплекса автоматизированного управления движением поездов в условиях высокой интенсивности движения / М.И. Зелова, А.В. Комаров // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. — 2022. — № 4 (76). — С. 92–100. — DOI: 10.26731/1813–9108.2022.4(76).92–100. — EDN WFQNPA.
2. Cao, Z.-J. Resilient GNSS/INS-Based Railway Train Localization Using Odometer/Trackmap-Enabled Jamming Discrimination / Z.-J. Cao, J. Liu, W. Jiang [et al.] // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. — 2024. — Vol. 25. — No. 12. — Pp. 19852–19872. — DOI: 10.1109/TITS.2024.3460689.
3. Mahato, S. Position Solution Quality Performance of Compact, Low-Cost, Dual-Frequency GNSS Modules / S. Mahato, M. Goswami, A. Bose // Proceedings of the URSI General Assembly and Scientific Symposium (GASS 2023), Sapporo, Japan, 19–26 Aug. 2023. — 2023. — DOI: 10.46620/URSIGASS.2023.3417.GPKR5508.
4. Kliman, A. Railway GNSS Multipath Error Modelling Approach with both Train-Side and Operational Environment Characterization / A. Kliman, F. Roessl, A. Grosch, O. García Crespillo // Proceedings of the 37th International Technical Meeting of the Satellite Division of

- The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2024), Baltimore, MD, 16–20 Sept. 2024. — 2024. — Pp. 114–126. — DOI: 10.33012/2024.19696.
5. Bi, J. Spoofing Attack Recognition for GNSS-Based Train Positioning Using a BO-LightGBM Method / J. Bi, J. Liu, B. Cai, J. Wang // *Science Progress*. — 2024. — Vol. 107. — No. 4. — Art. 00368504241272731. — DOI: 10.1177/00368504241272731. — EDN YVHWPO.
 6. Hu, Q. Multi-Sensor Information Fusion Positioning of AUKF Maglev Trains Based on Self-Corrected Weighting / Q. Hu, H. Tang, K. Fan, W. Cai // *Sensors*. — 2025. — Vol. 25. — No. 8. — Art. 2628. — DOI: 10.3390/s25082628.
 7. Kaplan, E. D. *Understanding GPS/GNSS: Principles and Applications* / E. D. Kaplan, C. Hegarty. — 3rd ed. — Boston: Artech House, 2017. — 1064 p.
 8. Shi, J. Research on an Autonomous Localization Method for Trains Based on Pulse Observation in a Tunnel Environment / J. Shi, Y. Zhang, G. Chen, Y. Si // *Sensors*. — 2024. — Vol. 24. — No. 17. — Art. 5556. — DOI: 10.3390/s24175556. — EDN JFULGT.
 9. Misra, P. *Global Positioning System: Signals, Measurements and Performance* / P. Misra, P. Enge. — 2nd ed. — Lincoln, MA: Ganga-Jamuna Press, 2006. — 569 p.
 10. Medina, D. Determination of Pseudorange Error Models and Multipath Characterization Under Signal-Degraded Scenarios / D. Medina, K. Gibson, R. Ziebold, P. Closas // *Proceedings of the 31st International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2018)*, Miami, FL, 24–28 Sept. 2018. — 2018. — Pp. 3446–3456. — DOI: 10.33012/2018.16094.
 11. Wang, M. Evaluation of Empirical Tropospheric Models Using Satellite-Tracking Tropospheric Wet Delays with Water Vapor Radiometer at Tongji, China / M. Wang, B. Li // *Sensors*. — 2016. — Vol. 16. — No. 2. — Art. 186. — DOI: 10.3390/s16020186.
 12. Yasyukevich, Y. V. Klobuchar, NeQuickG, BDGIM, GLONASS, IRI-2016, IRI-2012, IRI-Plas, NeQuick2 and GEMTEC Ionospheric Models: A Comparison in Total Electron Content and Positioning Domains / Y. V. Yasyukevich, D. Zatolokin, A. Padokhin [et al.] // *Sensors*. — 2023. — Vol. 23. — No. 10. — Art. 4773. — DOI: 10.3390/s23104773. — EDN JLFZKH.
 13. Demyanov, V. V. A Carrier Phase Hybrid Model for Adjusting the Procedures to Process Ionospheric Radio Sounding Measurements with High Temporal Resolution / V. V. Demyanov, E. I. Danilchuk, B. Zhang [et al.] // *Advances in Space Research*. — 2025. — Vol. 75. — No. 10. — Pp. 7711–7725. — DOI: 10.1016/j.asr.2025.03.001. — EDN JXSXQQ.
 14. Lau, L. A New Signal-to-Noise-Ratio Based Stochastic Model for GNSS High-Precision Carrier Phase Data Processing Algorithms in the Presence of Multipath Errors / L. Lau, P. Cross // *Proceedings of the 19th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2006)*, Fort Worth, TX, 26–29 Sept. 2006. — 2006. — Pp. 276–285.
 15. Betz, J. W. Effect of Narrowband Interference on GPS Code Tracking Accuracy / J. W. Betz // *Proceedings of the National Technical Meeting of The Institute of Navigation (ION NTM 2000)*, Anaheim, CA, 26–28 Jan. 2000. — 2000. — Pp. 16–27.

TRANSPORT AUTOMATION RESEARCH. 2026. Vol. 12, no. 1, pp. 07–25
DOI: 10.20295/2412-9186-2026-12-01-07-25

A Method for Monitoring the Availability of Required Navigation Performance for Locomotive Satellite Navigation Equipment

Information about authors

Demyanov V. V., Doctor of Science (Engineering), Professor of “Automation, Remote Control and Communications” department¹, Professor of Radiophysics and Radioelectronics department². E-mail: sword1971@yandex.ru

Loginov D. D., Postgraduate Student of “Automation and Instrumentation” department¹. E-mail: denis466216@mail.ru

¹ Irkutsk State Transport University, Irkutsk

² Irkutsk State University, Irkutsk

Abstract: this paper proposes a method for monitoring the availability of required navigation performance of locomotive satellite navigation equipment operating along a rigidly defined trajectory. The study is motivated by the necessity to detect, in real time, violations of required navigation performance when the navigation solution degrades. The method is founded on analysis of the positioning error ellipse

parameters and on comparing its size and orientation with permissible safety boundaries, while accounting for the specific characteristics of train operation on railway line sections and within stations. The proposed indicator is generated from current a posteriori estimates of positioning error, in contrast to conventional techniques that depend on a priori estimates. The approach is implemented by referencing the instantaneous coordinates to an interpolated trajectory derived from a digital track map. Numerical simulations of representative navigation-degradation scenarios together with experimental data obtained from a moving platform have confirmed the method's effectiveness. It has been demonstrated that the size and orientation of the error ellipse vary in response to anomalous disturbances, permitting rapid detection of breaches of required navigation performance and identification of the direction of maximum positioning error. The method is intended for automated train control applications and onboard high-precision positioning systems in railway transport.

Keywords: satellite navigation, availability monitoring, required navigation performance, railway transport, positioning error dispersion ellipse, railway automation and remote control devices

References

1. Zelova, M. I. O primeneni kompleksa avtomatizirovannogo upravleniya dvizheniem poezdov v usloviyakh vysokoy intensivnosti dvizheniya / M. I. Zelova,

- A. V. Komarov // *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyj analiz. Modelirovanie.* — 2022. — No. 4 (76). — S. 92–100. — DOI: 10.26731/1813-9108.2022.4(76).92-100. — EDN WFAQNPA. (In Russian)
2. Cao, Z.-J. Resilient GNSS/INS-Based Railway Train Localization Using Odometer/Trackmap-Enabled Jamming Discrimination / Z.-J. Cao, J. Liu, W. Jiang [et al.] // *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems.* — 2024. — Vol. 25. — No. 12. — Pp. 19852–19872. — DOI: 10.1109/TITS.2024.3460689.
 3. Mahato, S. Position Solution Quality Performance of Compact, Low-Cost, Dual-Frequency GNSS Modules / S. Mahato, M. Goswami, A. Bose // *Proceedings of the URSI General Assembly and Scientific Symposium (GASS 2023), Sapporo, Japan, 19–26 Aug. 2023.* — 2023. — DOI: 10.46620/URSI-GASS.2023.3417.GPKR5508.
 4. Kliman, A. Railway GNSS Multipath Error Modelling Approach with both Train-Side and Operational Environment Characterization / A. Kliman, F. Roesl, A. Grosch, O. García Crespillo // *Proceedings of the 37th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2024), Baltimore, MD, 16–20 Sept. 2024.* — 2024. — Pp. 114–126. — DOI: 10.33012/2024.19696.
 5. Bi, J. Spoofing Attack Recognition for GNSS-Based Train Positioning Using a BO-LightGBM Method / J. Bi, J. Liu, B. Cai, J. Wang // *Science Progress.* — 2024. — Vol. 107. — No. 4. — Art. 00368504241272731. — DOI: 10.1177/00368504241272731. — EDN YVHWPO.
 6. Hu, Q. Multi-Sensor Information Fusion Positioning of AUKF Maglev Trains Based on Self-Corrected Weighting / Q. Hu, H. Tang, K. Fan, W. Cai // *Sensors.* — 2025. — Vol. 25. — No. 8. — Art. 2628. — DOI: 10.3390/s25082628.
 7. Kaplan, E. D. *Understanding GPS/GNSS: Principles and Applications* / E. D. Kaplan, C. Hegarty. — 3rd ed. — Boston: Artech House, 2017. — 1064 p.
 8. Shi, J. Research on an Autonomous Localization Method for Trains Based on Pulse Observation in a Tunnel Environment / J. Shi, Y. Zhang, G. Chen, Y. Si // *Sensors.* — 2024. — Vol. 24. — No. 17. — Art. 5556. — DOI: 10.3390/s24175556. — EDN JFULGT.
 9. Misra, P. *Global Positioning System: Signals, Measurements and Performance* / P. Misra, P. Enge. — 2nd ed. — Lincoln, MA: Ganga-Jamuna Press, 2006. — 569 p.
 10. Medina, D. Determination of Pseudorange Error Models and Multipath Characterization Under Signal-Degraded Scenarios / D. Medina, K. Gibson, R. Ziebold, P. Closas // *Proceedings of the 31st International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2018), Miami, FL, 24–28 Sept. 2018.* — 2018. — Pp. 3446–3456. — DOI: 10.33012/2018.16094.
 11. Wang, M. Evaluation of Empirical Tropospheric Models Using Satellite-Tracking Tropospheric Wet Delays with Water Vapor Radiometer at Tongji, China / M. Wang, B. Li // *Sensors.* — 2016. — Vol. 16. — No. 2. — Article 186. — DOI: 10.3390/s16020186.
 12. Yasyukevich, Y. V. Klobuchar, NeQuickG, BDGIM, GLONASS, IRI-2016, IRI-2012, IRI-Plas, NeQuick2 and GEMTEC Ionospheric Models: A Comparison in Total Electron Content and Positioning Domains / Y. V. Yasyukevich, D. Zatolokin, A. Padokhin [et al.] // *Sensors.* — 2023. — Vol. 23. — No. 10. — Art. 4773. — DOI: 10.3390/s23104773. — EDN JLFZKH.
 13. Demyanov, V. V. A Carrier Phase Hybrid Model for Adjusting the Procedures to Process Ionospheric Radio Sounding Measurements with High Temporal Resolution / V. V. Demyanov, E. I. Danilchuk, B. Zhang [et al.] // *Advances in Space Research.* — 2025. — Vol. 75. — No. 10. — Pp. 7711–7725. — DOI: 10.1016/j.asr.2025.03.001. — EDN JXSXQQ.
 14. Lau, L. A New Signal-to-Noise-Ratio Based Stochastic Model for GNSS High-Precision Carrier Phase Data Processing Algorithms in the Presence of Multipath Errors / L. Lau, P. Cross // *Proceedings of the 19th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2006), Fort Worth, TX, 26–29 Sept. 2006.* — 2006. — Pp. 276–285.
 15. Betz, J. W. Effect of Narrowband Interference on GPS Code Tracking Accuracy / J. W. Betz // *Proceedings of the National Technical Meeting of The Institute of Navigation (ION NTM 2000), Anaheim, CA, 26–28 Jan. 2000.* — 2000. — Pp. 16–27.