



МЕТОД СИНТЕЗА БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИХ ТЕСТЕРОВ КОМПОЗИЦИИ ДВУХ РАВНОВЕСНЫХ КОДОВ С ОРТОГОНАЛЬНЫМИ ПО ВСЕМ РАЗРЯДАМ ПАРАМИ КОМБИНАЦИЙ НА ОСНОВЕ СИММЕТРИЧНЫХ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

ЕФАНОВ Дмитрий Викторович, д-р техн. наук, профессор, действительный член Международной Академии транспорта, член Института инженеров электротехники и электроники, профессор^{1, 2, 3, 4}, ведущий научный сотрудник⁵; e-mail: TrES-4b@yandex.ru

ЕЛИНА Есения Игоревна, аспирант²; e-mail: eseniya-elina@mail.ru

НКУНГУ Томаш Мавунгу, аспирант¹; e-mail: tomasmavungo2018@gmail.com

ЛЕСКОВЕЦ Игорь Вадимович, канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой⁶; e-mail: le@bru.by

ГЕБЕЛЬ Елена Сергеевна, канд. техн. наук, доцент, доцент¹; e-mail: gebel_es@spbstu.ru

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Высшая школа управления кибер-физическими системами, Институт компьютерных наук и кибербезопасности, Санкт-Петербург

²Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Высшая школа транспорта, Институт машиностроения, материалов и транспорта, Санкт-Петербург

³Российский университет транспорта (МИИТ), кафедра «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте», Москва

⁴Ташкентский государственный транспортный университет, кафедра «Автоматика и телемеханика», Ташкент

⁵Институт проблем транспорта им. Н. С. Соломенко Российской академии наук, лаборатория проблем организации транспортных систем (лаборатория № 5), Санкт-Петербург

⁶Белорусско-Российский университет, кафедра «Транспортные и технологические машины», Могилев

Рассматривается задача совершенствования методов синтеза самопроверяемых дискретных устройств для систем автоматического управления на основе композиции двух равновесных кодов с ортогональными по всем разрядам парами комбинаций. Предложен метод синтеза быстродействующих тестеров композиции двух равновесных кодов с ортогональными по всем разрядам парами комбинаций. Он подразумевает построение тестера на основе детекторов двух равновесных кодов, построенных с применением свойств симметричных булевых функций. Установлены зависимости, позволяющие определить значения показателя сложности технической реализации тестера композиции двух равновесных кодов с ортогональными по всем разрядам парами комбинаций для любой длины кодовых слов. Приводятся некоторые свойства и особенности синтезируемых тестеров. Показано, каким образом синтезируются тестеры для композиции произвольного числа равновесных кодов на основе разработанного метода. Результаты исследования могут быть использованы при построении высоконадежных и безопасных дискретных устройств на различной элементной базе.

Ключевые слова: самопроверяемое дискретное устройство; композиция двух равновесных кодов; симметричная булева функция; синтез тестера композиции равновесных кодов; показатели эффективности тестеров.

DOI: 10.20295/2412-9186-2025-11-04-355-368

▼ Введение

Синтезу самопроверяемых дискретных устройств для систем автоматического управления посвящены тысячи публикаций ученых всего мира. Задача построения устройства, наделенного свойством обнаружения собственных неисправностей и ошибок в вычислениях в процессе функционирования, важна

по той причине, что ее решение позволяет создавать такие устройства, в которых не накапливаются неисправности, а неверно вычисленные данные своевременно фиксируются и блокируются для исключения нарушений в управляющих алгоритмах [1–3].

При синтезе самопроверяемых дискретных устройств применяются методы теории

информации и кодирования, а также булевой алгебры. Для наделения устройства свойством самопроверяемости требуется внесение избыточности по определенным правилам в его структуру либо же использование внешней схемы встроенного контроля. Например, устройство может быть реализовано с контролепригодной по тому или иному диагностическому признаку структурой и снабжено тестером для контроля этого признака [4–7]. Другим вариантом организации контроля вычислений служит способ, связанный с анализом сигналов, формируемых на выходах дискретного устройства, в схеме встроенного контроля и их дополнением и/или коррекцией для формирования контролепригодных по выбранному диагностическому признаку сигналов [8–10]. Часто применяют контроль вычислений по принадлежности кодовых слов какому-либо заранее выбранному равномерному блоковому коду и формируемых булевых функций установленному особому классу булевых функций. Можно выделить следующие хорошо известные монографии, раскрывающие основные методы построения самопроверяемых дискретных устройств [11–19].

Исследования авторов привели к изучению новых методов синтеза самопроверяемых дискретных устройств на основе особого класса равномерных блоковых кодов, формируемых при использовании сразу же двух равновесных кодов [20]. В качестве таких кодов используются равновесные коды « r из n » и « $(n - r)$ из n », или r/n и $(n - r)/n$ коды, где n — длина

кодовых слов, а $r \in \left\{1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\right\}$ — вес кодового

слова. Анализ научной литературы показал отсутствие эффективных методов синтеза тестеров для них. Многие методы, используемые для построения тестеров отдельных равновесных кодов [21–23], ввиду их особенностей не удается применять при синтезе тестеров для их композиций.

Статья посвящена методу синтеза тестеров r/n и $(n - r)/n$ кодов, предложенному авторами. В его основе лежит использование класса симметричных булевых функций [24].

1. Композиции равновесных кодов

Рассматриваемый класс равномерных блоковых кодов, основанный на использовании двух подмножеств кодовых слов различных равновесных кодов с одинаковой длиной кодовых слов, предложен в [20]. Такие коды названы композициями двух равновесных кодов. Их можно эффективно использовать при синтезе самопроверяемых дискретных устройств.

При построении композиций r/n и $(n - r)/n$ кодов существует ограничение, связанное с тем, что значения r и $(n - r)$ должны различаться как минимум на двойку. В противном случае код не будет обнаруживать некоторую долю одиночных ошибок в кодовых словах, что не позволит во многих случаях использовать его при построении самопроверяемых устройств.

Число кодовых слов в композиции двух равновесных кодов определяется суммой биномиальных коэффициентов $C_n^r + C_n^{n-r} = 2C_n^r$. Чем больше значение r , тем больше мощность множества кодовых слов композиции двух равновесных кодов, но тем больше и потенциальных ошибок в кодовых словах не будет обнаруживаться.

На рис. 1 представлен фрагмент треугольника Паскаля [25, 26], где биномиальные коэффициенты заменены на обозначения равновесных кодов и выделены все пары композиций двух равновесных кодов, которые могут быть построены для первых значений n .

Важнейшим свойством композиции r/n и $(n - r)/n$ кодов является то, что ее кодовые слова могут быть разбиты на пары ортогональных по всем разрядам комбинаций. Это свойство можно эффективно использовать при синтезе самопроверяемых дискретных устройств с контролем вычислений одновременно и по принадлежности кодовых слов выбранной композиции r/n и $(n - r)/n$ кодов, и по принадлежности формируемых в схемах встроенного контроля булевых функций классу самодвойственных [20]. Поэтому данный класс кодов крайне интересен для рассмотрения при решении задач синтеза самопроверяемых дискретных устройств.

Отметим, что на треугольнике Паскаля не выделены композиции равновесных кодов вида $0/n$ и n/n , так как множества их кодовых

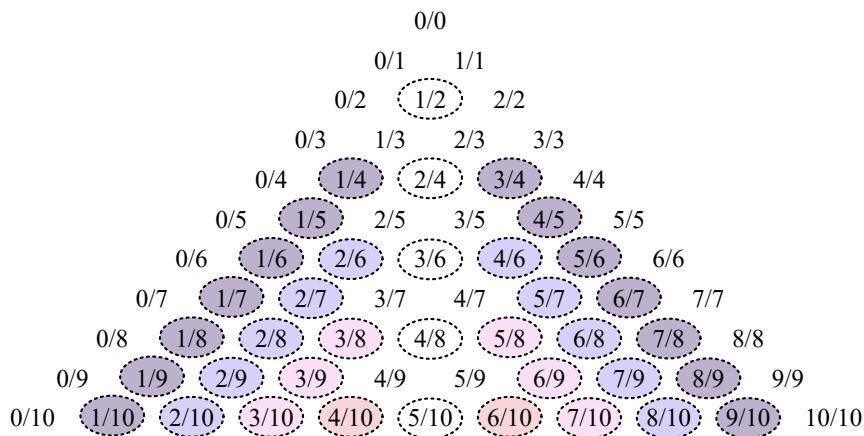


Рис. 1. Фрагмент треугольника Паскаля

слов содержат всего два кодовых слова, что не позволяет использовать такие композиции для построения самопроверяемых дискретных устройств. Кроме того, на вертикали отдельно отмечены одиночные равновесные коды, обладающие таким же свойством, как и композиции выделенных двух равновесных кодов. Их использованию при синтезе самопроверяемых дискретных устройств посвящены некоторые публикации, например [27–30].

Для изучения свойств композиций r/n и $(n-r)/n$ кодов рекомендуем обратиться к статье [20], после чего перейдем к описанию одного из методов синтеза тестеров для них.

2. Принципы синтеза тестера композиции равновесных кодов

При реализации тестера композиции r/n и $(n-r)/n$ кодов можно использовать симметричные булевые функции [31]. Симметричная булева функция $s_p(x_1, x_2, \dots, x_t)$ – это функция, значение которой не зависит от перестановки аргументов, а зависит только от количества p единичных аргументов.

Ниже приведены симметричные функции от t аргументов:

$$\begin{aligned} \tau_0 &= 1, \\ \tau_1 &= x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_t, \\ \tau_2 &= x_1 x_2 \vee x_1 x_3 \vee \dots \vee x_{t-1} x_t, \\ &\dots \\ \tau_t &= x_1 x_2 \cdot \dots \cdot x_t, \\ \tau_{t+1} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Хорошо известно такое положение [31].

Теорема 1. Любая симметричная булева функция $s_p(x_1, x_2, \dots, x_t)$ может быть представлена в виде:

$$s_p(x_1, x_2, \dots, x_t) = \tau_p \overline{\tau_{p+1}}. \quad (2)$$

Тестер композиции r/n и $(n-r)/n$ кодов может быть синтезирован следующим образом (рис. 2).

Фактически берется тестер, реализуемый на основе двух детекторов равновесных кодов вида r/n и $(n-r)/n$ – устройств r/n -DET и $(n-r)/n$ -DET. Каждый детектор имеет по одному выходу, описываемому формулой (2). На выходе устанавливается единичное значение при поступлении кодового слова, принадлежащего соответствующему коду. Если на входы поступает кодовое слово, не принадлежащее ни одному из кодов r/n и $(n-r)/n$, то на выходах фиксируется непарафазный сигнал $\langle 00 \rangle$. Комбинация $\langle 11 \rangle$, таким образом, вовсе при нормальном функционировании тестера не формируется, а появляется лишь при неисправностях самого тестера.

Тестер композиции r/n и $(n-r)/n$ кодов по структуре рис. 2 синтезируется в соответствии со следующей системой булевых функций:

$$\begin{cases} z^0(X) = s_r(X) = \tau_r \overline{\tau_{r+1}}, \\ z^1(X) = s_{n-r}(X) = \tau_{n-r} \overline{\tau_{n-r+1}}. \end{cases} \quad (3)$$

Литерой X здесь и далее обозначен вектор наборов значений аргументов.

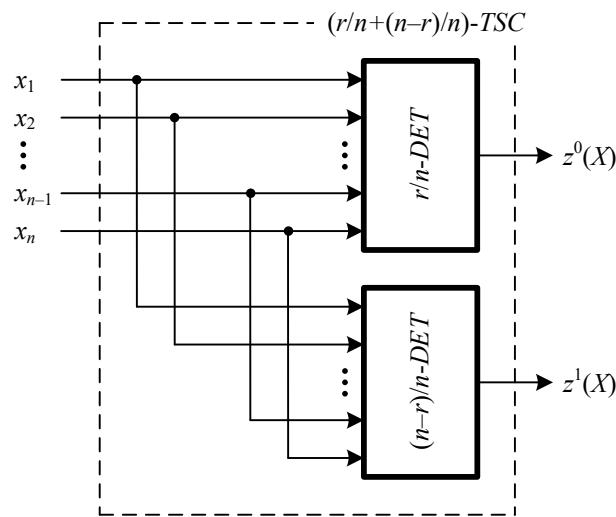


Рис. 2. Общая структура тестера композиции кодов r/n и $(n-r)/n$

Формулы (3) непосредственно следуют из формулы (2) и принципа построения тестера композиции двух равновесных кодов (см. рис. 2).

С учетом (3) тестер композиции $1/n$ и $(n-1)/n$ кодов будет иметь структуру, представленную на рис. 3, а композиции r/n и $(n-r)/n$ кодов при $r \geq 2$ — представленную на рис. 4.

Для понимания состава элементов в структурах, изображенных на рис. 3 и 4, приведем пример использования формулы (3) для формирования описания тестеров композиции равновесных кодов $1/n$ и $(n-1)/n$, а также $2/n$ и $(n-2)/n$ при $n = 6$:

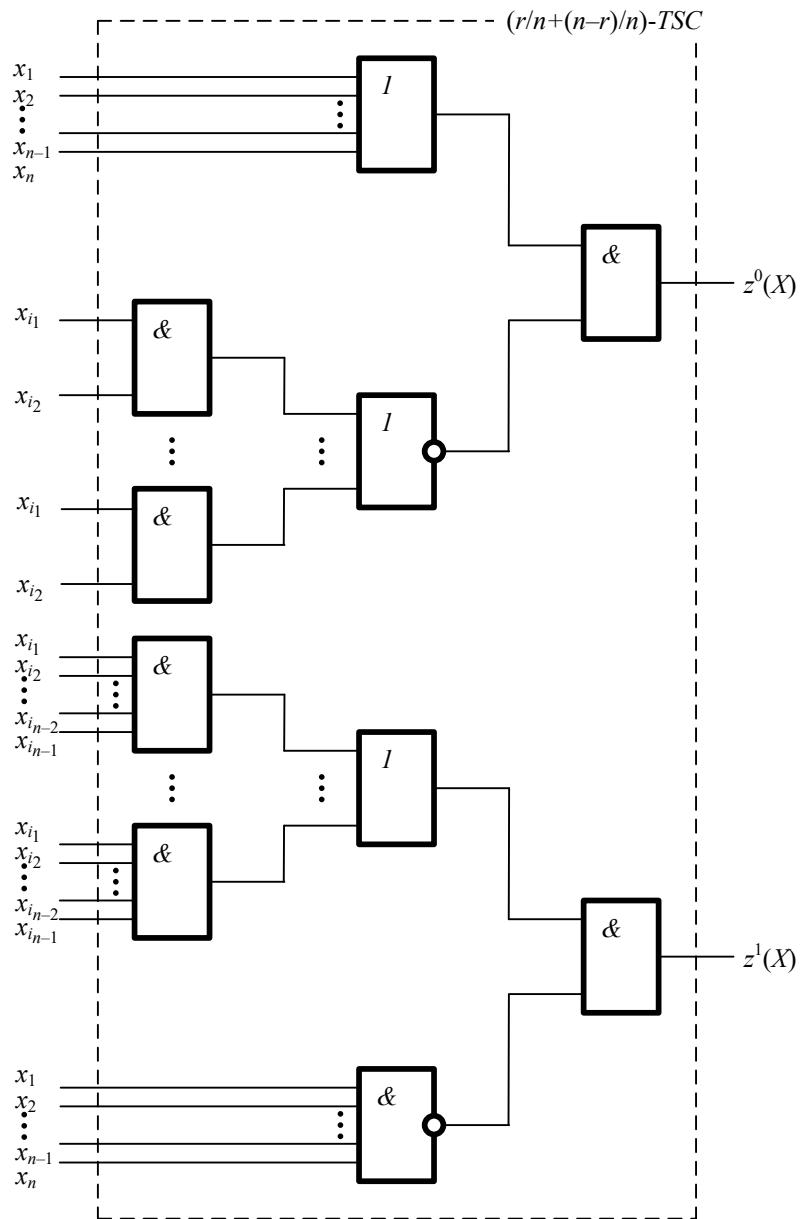


Рис. 3. Структура тестера композиции кодов $1/n$ и $(n-1)/n$, синтезированного по системе формул (3)

$$\begin{cases} z^0(X) = s_1(X) = \tau_1 \overline{\tau_2} = (x_1 \vee x_2 \vee \dots \vee x_6) \overline{x_1 x_2 \vee x_1 x_3 \vee \dots \vee x_5 x_6}, \\ z^1(X) = s_5(X) = \tau_5 \overline{\tau_6} = (x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 x_6 \vee \dots \vee x_2 x_3 x_4 x_5 x_6) \overline{x_1 x_2 \dots x_5 x_6}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} z^0(X) = s_2(X) = \tau_2 \overline{\tau_3} = (x_1 x_2 \vee x_1 x_3 \vee \dots \vee x_5 x_6) \overline{x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_4 \vee \dots \vee x_4 x_5 x_6}, \\ z^1(X) = s_4(X) = \tau_4 \overline{\tau_5} = (x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_5 \vee \dots \vee x_3 x_4 x_5 x_6) \overline{x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 x_6 \vee \dots \vee x_2 x_3 x_4 x_5 x_6}. \end{cases}$$

Читатель может обратить внимание на обозначения на входах элементов в структурах рис. 3 и 4.

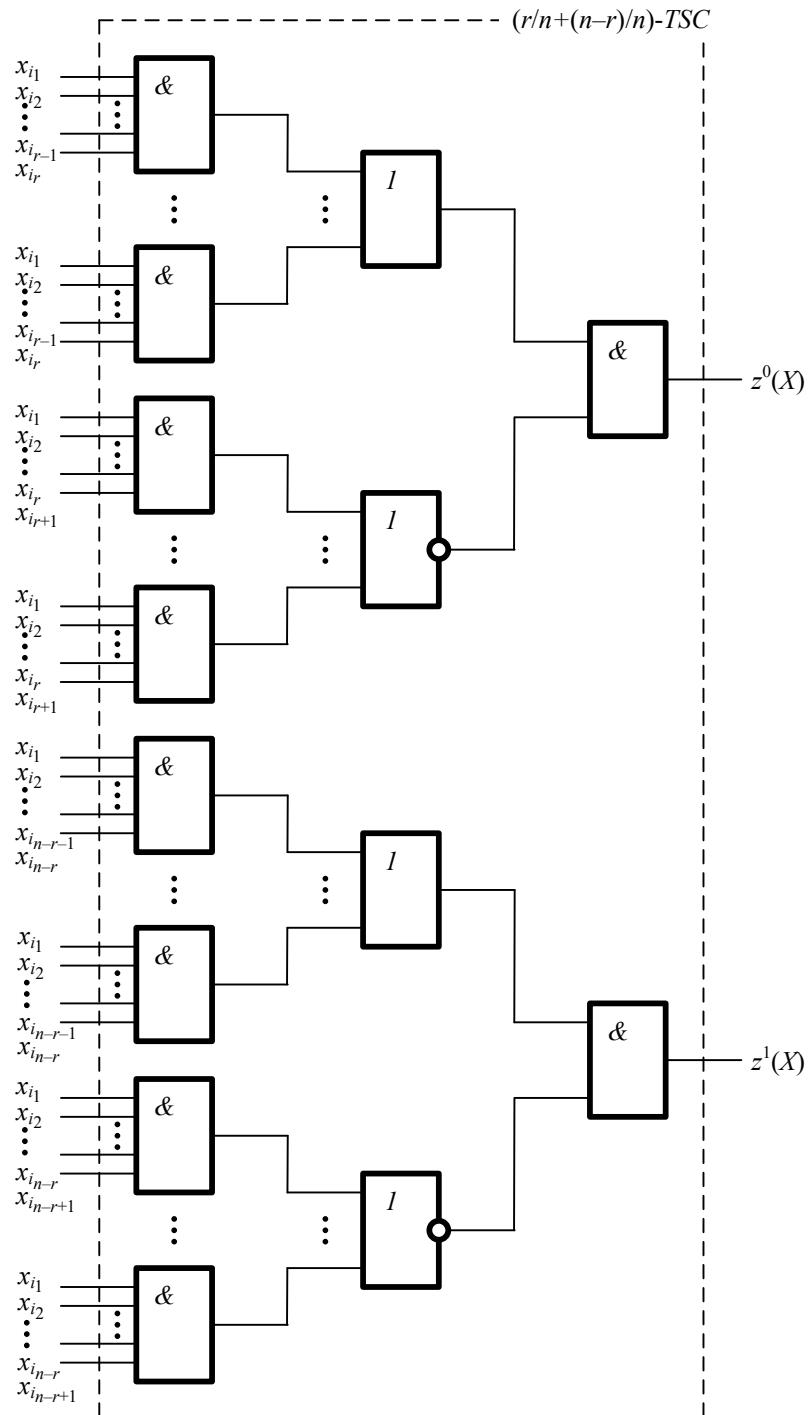


Рис. 4. Структура тестера композиции кодов r/n и $(n-r)/n$ при $r \geq 2$, синтезированного по системе формул (3)

На рис. 3 на каскаде реализации подфункции τ_2 используются двухвходовые элементы AND. Их количество равно C_n^2 , а переменные $x_{i_1}, x_{i_2} \in \{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n\}$. Аналогично на том же каскаде, но для реализации подфункции τ_5 используются $(n-1)$ -входовые элементы AND. Их количество равно C_n^{n-1} , а переменные $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_{n-2}}, x_{i_{n-1}} \in \{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n\}$.

На рис. 4 использованы аналогичные обозначения. На каскаде реализации подфункции τ_r используются r -входовые элементы AND. Их количество равно C_n^r , а переменные $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_{r-1}}, x_{i_r} \in \{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n\}$. Аналогично на том же каскаде, но для реализации функции подфункции τ_{r+1} используются $(r+1)$ -входовые элементы AND. Их количество равно C_n^{r+1} , а переменные $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_r}, x_{i_{r+1}} \in \{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n\}$. На том же каскаде для реализации подфункции τ_{n-r} используются $(n-r)$ -входовые элементы AND. Их количество равно C_n^{n-r} , а переменные $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_{n-r-1}}, x_{i_{n-r}} \in \{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n\}$. И, наконец, на том же каскаде, но для реализации подфункции τ_{n-r+1} используются $(n-r+1)$ -входовые элементы AND. Их количество равно C_n^{n-r+1} , а переменные $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_{n-r}}, x_{i_{n-r+1}} \in \{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n\}$.

Утверждение 1. Тестер, реализуемый по системе формул (3) на логических элементах с произвольным числом входов, будет иметь три уровня.

Справедливость утверждения 1 следует из анализа формул (3) и входящих в них формул (1). Утверждение 1 фактически характеризует быстродействие тестера.

3. Оценка показателя сложности технической реализации тестера композиции равновесных кодов

Определим показатель сложности технической реализации тестера, построенного по системе (3). Будем оценивать сложность по числу входов внутренних элементов.

В сомножитель τ_r в функции $z^0(X)$ входит C_n^r конъюнкций длины r . Для реализации этой части схемы тестера потребуется C_n^r r -входовых элементов AND и один C_n^r -входовой элемент OR (при условии $r \geq 2$; при $r = 1$ потребуется один C_n^r -входовой элемент OR). В сомножитель же τ_{r+1} входит C_n^{r+1}

конъюнкций длины $r+1$. Для реализации указанной части схемы тестера потребуется C_n^{r+1} $(r+1)$ -входовых элементов AND и один C_n^{r+1} -входовой элемент NOR. В сомножитель τ_{n-r} в функции $z^1(X)$ входит C_n^{n-r} конъюнкций длины $n-r$. Для реализации выделенной подсхемы тестера потребуется C_n^{n-r} $(n-r)$ -входовых элементов AND и один C_n^{n-r} -входовой элемент OR. В сомножитель τ_{n-r+1} же входит C_n^{n-r+1} конъюнкций длины $n-r+1$. Для реализации данной подсхемы тестера потребуется C_n^{n-r+1} $(n-r+1)$ -входовых элементов AND и один C_n^{n-r+1} -входовой элемент NOR (при условии $r \geq 2$; при $r = 1$ потребуется один C_n^{n-r+1} -входовой элемент NAND). Помимо обозначенных элементов потребуется два двухвходовых элемента AND для реализации логических произведений в каждой из формул из (3).

Показатель сложности при $r = 1$ можно рассчитать по формуле:

$$\begin{aligned} L_{n,1} = & C_n^1 + 3C_n^2 + ((n-1)C_n^{n-1} + C_n^{n-1}) + \\ & + nC_n^n + 4 = n + \frac{3n(n-1)}{2} + n^2 + n + 4 = \\ & = n^2 + 2n + \frac{3n(n-1)}{2} + 4 = \frac{5}{2}n^2 + \frac{n}{2} + 4. \end{aligned} \quad (4)$$

Показатель сложности при $r \geq 2$ рассчитывается по формуле:

$$\begin{aligned} L_{n,r} = & (rC_n^r + C_n^r) + ((r+1)C_n^{r+1} + C_n^{r+1}) + \\ & + ((n-r)C_n^{n-r} + C_n^{n-r}) + ((n-r+1)C_n^{n-r+1} + C_n^{n-r+1}) + \\ & + 4 = (r+1)C_n^r + (r+2)C_n^{r+1} + (n-r+1)C_n^{n-r} + \\ & + (n-r+2)C_n^{n-r+1} + 4. \end{aligned} \quad (5)$$

С учетом того, что $C_n^{n-r} = C_n^r$ и $C_n^{n-r+1} = C_n^{r-1}$, преобразуем (5):

$$L = (n+2)C_n^r + (r+2)C_n^{r+1} + (n-r+2)C_n^{r-1} + 4. \quad (6)$$

Учтем такие соотношения, легко проверяемые при вычислениях:

$$\begin{aligned} C_n^r &= \frac{n-r+1}{r} C_n^{r-1}, \\ C_n^{r+1} &= \frac{(n-r+1)(n-r)}{r(r+1)} C_n^{r-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Пользуясь (7), преобразуем (6):

$$\begin{aligned}
 L_{n,r} &= (n+2) \frac{n-r+1}{r} C_n^{r-1} + \\
 & (r+2) \frac{(n-r+1)(n-r)}{r(r+1)} C_n^{r-1} + (n-r+2) C_n^{r-1} + 4 = \\
 & = C_n^{r-1} \left((n+2) \frac{n-r+1}{r} + \frac{(r+2)(n-r+1)(n-r)}{r(r+1)} + \right. \\
 & \left. + (n-r+2) \right) + 4 = C_n^{r-1} \frac{1}{r(r+1)} \times \\
 & \times (n^2(2r+3) + n(5-2r^2) + 2) + 4. \quad (8)
 \end{aligned}$$

К примеру, при $n = 6$ и $r = 2$ формула (8) дает следующий результат:

$$\begin{aligned}
 L_{6,2} &= C_6^{2-1} \frac{1}{2(2+1)} (6^2(2 \cdot 2 + 3) + 6(5 - 2 \cdot 2^2) + \\
 & + 2) + 4 = 6 \frac{1}{6} (36 \cdot 7 - 6 \cdot 3 + 2) + 4 = 240.
 \end{aligned}$$

В табл. 1 приведены рассчитанные значения показателей сложности реализации

тестеров по формулам (4) и (8) в выбранной метрике.

Рассмотрим значения показателей сложности реализации для тестеров композиций равновесных кодов, отличающихся значением n на единицу, и определим, во сколько раз возрастает сложность тестера с ростом значения n :

$$\zeta_{n,r} = \frac{L_{n+1,r}}{L_{n,r}}. \quad (9)$$

В табл. 2 внесены рассчитанные по формуле (9) значения показателя $\zeta_{n,r}$. Для наглядности графики зависимости значения показателя $\zeta_{n,r}$ получающиеся с ростом значения n при фиксации r , представлены на рис. 5.

По данным табл. 2 и графикам рис. 5 прослеживается закономерность.

Утверждение 2. С ростом значения n вне зависимости от значения r значение показателя $\zeta_{n,r}$ приближается к единице:

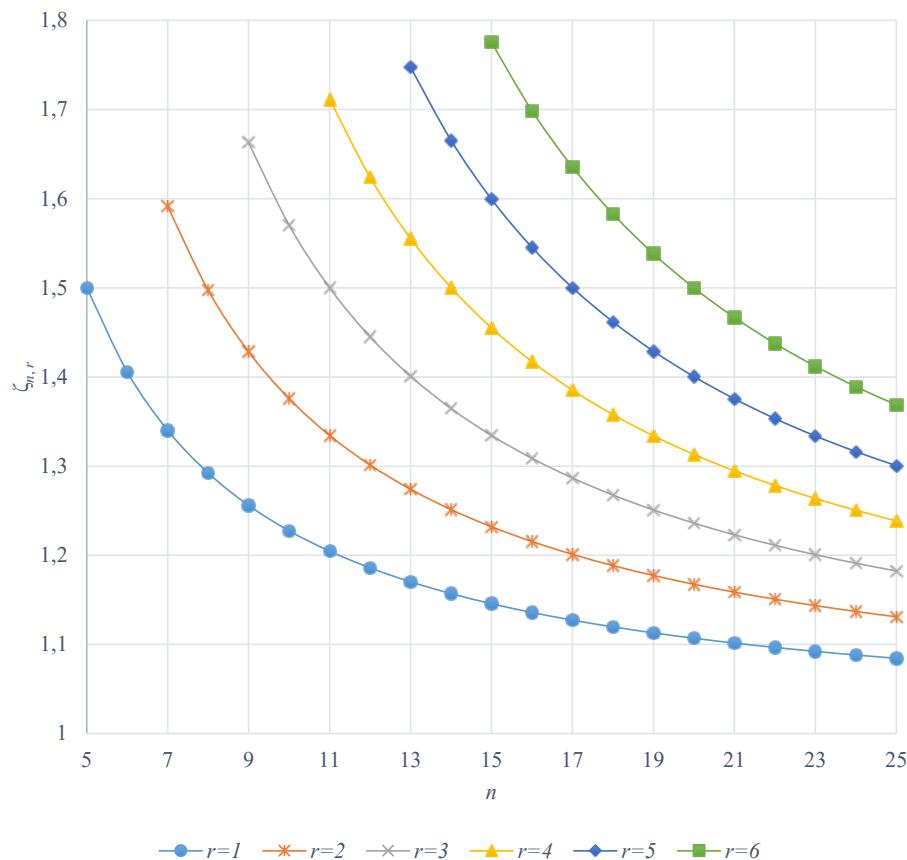
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \zeta_{n,r} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L_{n+1,r}}{L_{n,r}} = 1.$$

Таблица 1. Значения показателя сложности реализации тестеров композиций равновесных кодов r/p и $(n-r)/n$ кодов

n	r					
	1	2	3	4	5	6
4	46	—	—	—	—	—
5	69	—	—	—	—	—
6	97	240	—	—	—	—
7	130	382	—	—	—	—
8	168	572	1110	—	—	—
9	211	817	1846	—	—	—
10	259	1124	2899	4996	—	—
11	312	1500	4349	8551	—	—
12	370	1952	6285	13 886	22 015	—
13	433	2487	8805	21 597	38 471	—
14	501	3112	12 016	32 400	64 068	95 528
15	574	3834	16 034	47 142	102 470	169 602
16	652	4660	20 984	66 812	158 344	288 084
17	735	5597	27 000	92 552	237 528	471 176
18	823	6652	34 225	125 668	347 212	745 828
19	916	7832	42 811	167 641	496 132	1 147 300
20	1014	9144	52 919	220 138	694 777	1 720 948
21	1117	10 595	64 719	285 023	955 609	2 524 249
22	1225	12 192	78 390	364 368	1 293 296	3 629 080
23	1338	13 942	94 120	460 464	1 724 958	5 124 266
24	1456	15 852	112 106	575 832	2 270 426	7 118 412
25	1579	17 929	132 554	713 234	2 952 514	9 743 034

Таблица 2. Значения показателя $\zeta_{n,r}$

n	r					
	1	2	3	4	5	6
5	1,5	—	—	—	—	—
6	1,4058	—	—	—	—	—
7	1,34021	1,59167	—	—	—	—
8	1,29231	1,49738	—	—	—	—
9	1,25595	1,42832	1,66306	—	—	—
10	1,22749	1,37576	1,57042	—	—	—
11	1,20463	1,33452	1,50017	1,71157	—	—
12	1,1859	1,30133	1,44516	1,6239	—	—
13	1,17027	1,27408	1,40095	1,55531	1,74749	—
14	1,15704	1,25131	1,36468	1,50021	1,66536	—
15	1,14571	1,23201	1,33439	1,455	1,59939	1,77542
16	1,13589	1,21544	1,30872	1,41725	1,54527	1,69859
17	1,1273	1,20107	1,28669	1,38526	1,50008	1,63555
18	1,11973	1,18849	1,26759	1,35781	1,46177	1,58291
19	1,113	1,17739	1,25087	1,334	1,4289	1,53829
20	1,10699	1,16752	1,23611	1,31315	1,40039	1,5
21	1,10158	1,15868	1,22298	1,29475	1,37542	1,46678
22	1,09669	1,15073	1,21124	1,27838	1,35337	1,43769
23	1,09224	1,14354	1,20066	1,26373	1,33377	1,412
24	1,08819	1,137	1,1911	1,25055	1,31622	1,38916
25	1,08448	1,13102	1,1824	1,23861	1,30042	1,36871

Рис. 5. Значения показателя $\zeta_{n,r}$ для фиксированных значений r

Утверждение 2 доказывается с использованием (4) и (8) путем довольно простых математических выкладок.

4. О проблеме самопроверяемости

Особенностью тестеров, реализуемых по предложенному методу, является то, что при нормальном функционировании оказывается невозможным формирование тестов для некоторых внутренних точек их структур. Рассмотрим неисправности вида «константа 0» и «константа 1» на каждой из внутренних линий тестеров и определим, при каких условиях осуществляется их тестирование. Хорошо известно, например, из [32], что можно рассматривать не все контрольные точки на линиях схем, а только одну из эквивалентных и все импликантные наиболее удаленных точек от выходных каскадов схем. Методика выделения таких точек описана в [33] (см. стр. 191 данного источника). Однако здесь мы рассмотрим общие вопросы тестируемости элементов в структурах тестеров и покажем, за счет каких особенностей тестеров не получается формировать все комбинации проверяющего теста для их структур.

Теорема 2. Для полной проверки тестера композиции кодов $1/n$ и $(n-1)/n$ необходимо помимо множества кодовых слов, принадлежащих данной композиции, использовать также кодовые комбинации $<00\dots00>$ и $<11\dots11>$.

Доказательство. Рассмотрим структуру тестера, приведенную на рис. 3. Обратим внимание на логический элемент OR, реализующий подфункцию τ_1 . Неисправности вида «константа 0» на его входах тестируются при подаче на входы комбинаций, входящих во множество кодовых слов $1/n$ кода. Однако неисправности вида «константа 1» требуют подачи на входы вектора вида $<00\dots00>$. Этот вектор не входит ни в одно из множеств кодовых слов $1/n$ и $(n-1)/n$ кодов. Эта же особенность говорит о том, что не удается тестировать неисправности вида «константа 1» на входах и выходе этого элемента, так как требуется сформировать нулевое значение, а при нормальном функционировании на входы тестера поступают лишь комбинации из множеств кодовых слов $1/n$ и $(n-1)/n$ кодов. Проблему тестируемости неисправностей

на входах элемента можно было бы решить использованием нескольких элементов OR с меньшим числом входов, однако все равно неисправность вида «константа 1» в точке выхода последнего элемента OR проверить не удастся.

Описанной выше проблемы нет для элемента NOR, реализующего подфункцию τ_2 . При нормальном функционировании поступление кодовых слов равновесного кода $1/n$ обращает в ноль значения на выходах каждого элемента AND предыдущего каскада, а поступление кодовых слов $(n-1)/n$ кода приводит к обращению части значений на выходах элемента AND в единицу, а части — в ноль. Используется полное множество кодовых слов $(n-1)/n$ кода, что позволяет сформировать нули и единицы для каждого из элементов AND.

Во второй подсхеме при реализации функции τ_{n-1} рассматриваемой проблемы нет, так как в нули обращаются все выходы элементов AND предыдущего элементу OR каскада при подаче на входы комбинаций из множества кодовых слов кода $1/n$. Но появляется проблема тестирования неисправностей на линиях до и после элемента NAND, реализующего функцию τ_n . Невозможно подать комбинацию $<11\dots11>$, что не дает возможности тестирования неисправностей вида «константа 0» на выходах и выходах элемента. ■

Аналогичные рассуждения касаются и структуры тестера композиции кодов r/n и $(n-r)/n$.

Теорема 3. Для полной проверки тестера композиции кодов r/n и $(n-r)/n$ необходимо помимо множества кодовых слов, принадлежащих данной композиции, использовать также кодовую комбинацию $<00\dots00>$.

Доказательство. Оно аналогично доказательству теоремы 3. Анализ структуры рис. 4 в части реализации подфункций τ_r и τ_{r+1} также говорит о необходимости использования для ее полной проверки тестовой комбинации $<00\dots00>$. Однако нет проблем с тестируемостью элементов во второй подсхеме реализации подфункций τ_{n-r} и τ_{n-r+1} , поскольку нулевые значения на каждом из элементов AND предыдущего каскада к элементам OR и NOR формируются при подаче на входы кодовых слов кода r/n . ■

Практическим выводом является то, что тестеры, синтезируемые по предложенному методу, не являются полностью самопроверямыми и при их использовании существует ограничение в виде необходимости кратковременного отключения их от работы с целью подачи на входы недостающих комбинаций для полной проверки. Однако такая проблема отпадает при высоконадежной реализации структур тестеров, например по методам [34, 35] или на элементах с высокими показателями надежности.

5. Тестеры других композиций равновесных кодов

В [20] отмечается, что помимо рассматриваемых композиций равновесных кодов могут быть образованы и другие композиции из четного числа равновесных кодов для заданного значения n . Такие коды можно построить для $n \geq 8$. При построении тестеров для них также можно использовать свойства симметричных булевых функций.

Для синтеза тестеров композиций четного числа равновесных кодов требуется разбить множество кодовых слов на два непересекающихся подмножества

$$\Omega = \Omega^1 \cup \Omega^2, \quad \Omega^1 \cap \Omega^2 = \emptyset, \quad (10)$$

и для каждого из них построить детектор.

Удобно разбиение делать по подмножествам кодовых слов отдельных равновесных кодов. На рис. 6 изображена обобщенная структура тестеров композиций четырех равновесных кодов. Кодовые слова кодов вида r_1/n и r_2/n образуют подмножество Ω^1 , а кодов вида $(n-r_1)/n$ и $(n-r_2)/n$ — подмножество Ω^2 . Выходы детекторов кодов вида r_1/n и r_2/n , а также кодов вида $(n-r_1)/n$ и $(n-r_2)/n$ объединяются на входах двухходовых элементов OR. Их выходы являются контрольными выходами $z^0(X)$ и $z^1(X)$ тестера.

Тестер композиции r_1/n , r_2/n , $(n-r_1)/n$ и $(n-r_2)/n$ кодов реализуется по следующим формулам:

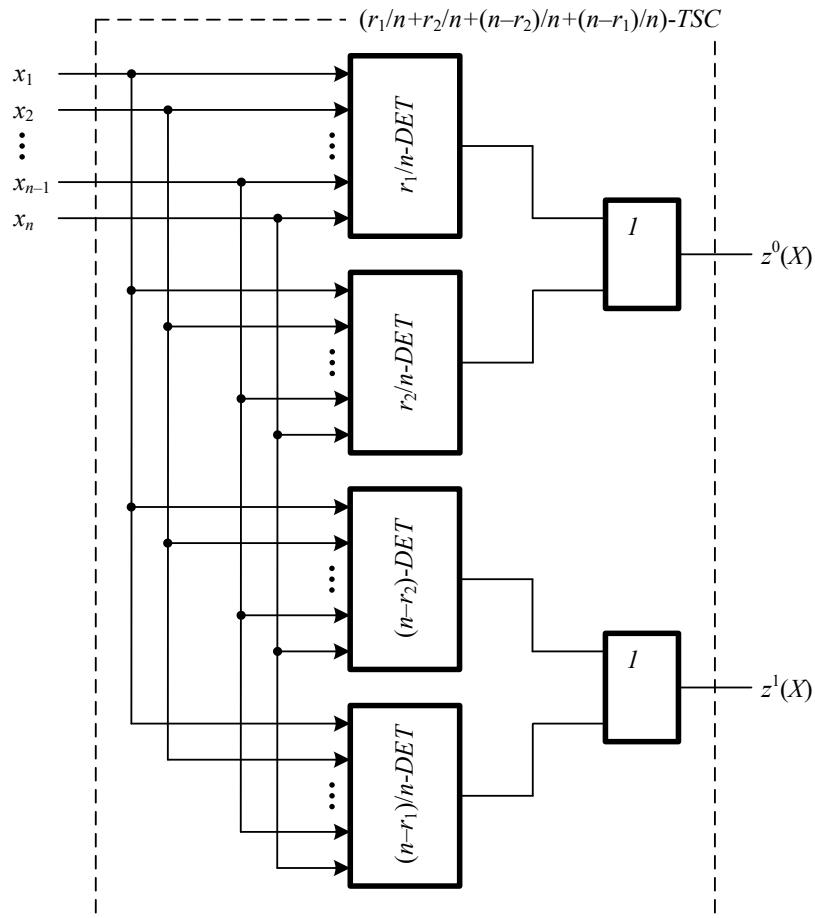


Рис. 6. Структура тестеров композиций четырех равновесных кодов

$$\begin{cases} z^0(X) = s_{r_1}(X) \vee s_{r_2}(X) = \tau_{r_1} \overline{\tau_{r_1+1}} \vee \tau_{r_2} \overline{\tau_{r_2+1}}, \\ z^1(X) = s_{n-r_1}(X) \vee s_{n-r_2}(X) = \tau_{n-r_1} \overline{\tau_{n-r_1+1}} \vee \tau_{n-r_2} \overline{\tau_{n-r_2+1}}. \end{cases} \quad (11)$$

Отметим, что реализация тестера по формулам (11) приводит к тому, что показатели реализации подсхем вычисления значений функций $z^0(X)$ и $z^1(X)$ становятся равными. Структура тестера схожа со структурой сбалансированного древовидного графа.

Утверждение 3. Тестер, реализуемый по системе формул (11) на логических элементах с произвольным числом входов, будет иметь четыре уровня.

В самом деле, в соответствии со структурой рис. 2 и утверждением 1 подсхемы реализации детекторов кодов вида r_1/n и r_2/n , а также кодов вида $(n - r_1)/n$ и $(n - r_2)/n$ будут иметь три уровня. На четвертом уровне расположены двухвходовые элементы OR.

Можно обобщить формулы (11) для использования с композицией произвольного, но четного количества равновесных кодов:

$$\begin{cases} z^0(X) = s_{r_1}(X) \vee s_{r_2}(X) \vee \dots \vee s_{r_k}(X) = \\ = \tau_{r_1} \overline{\tau_{r_1+1}} \vee \tau_{r_2} \overline{\tau_{r_2+1}} \vee \dots \vee \tau_{r_k} \overline{\tau_{r_k+1}}, \\ z^1(X) = s_{n-r_1}(X) \vee s_{n-r_2}(X) \vee \dots \vee s_{n-r_k}(X) = \\ = \tau_{n-r_1} \overline{\tau_{n-r_1+1}} \vee \tau_{n-r_2} \overline{\tau_{n-r_2+1}} \vee \dots \vee \tau_{n-r_k} \overline{\tau_{n-r_k+1}}. \end{cases} \quad (12)$$

Утверждение 4. Тестер, реализуемый по системе формул (12) на логических элементах с произвольным числом входов, будет иметь четыре уровня.

Обоснование утверждения 4 непосредственно следует из утверждения 3 и системы (12), где реализуется выражение вида «дизъюнкция конъюнкций».

Аналогично формулам (4) и (8) можно получить выражения, характеризующие показатель сложности технической реализации структур тестеров произвольного четного числа равновесных кодов. Однако с ростом количества равновесных кодов в композиции существенно усложняются и сами формулы расчета. Например, для четырех кодов имеем следующую формулу с биномиальными коэффициентами:

$$\begin{aligned} L_{n, r_1, r_2} = & (n+2) \sum_{i=0}^{i=2} C_n^{r+i} + \\ & + (r+4) C_n^{r+3} + (n-r+2) C_n^{r-1} + 8. \end{aligned} \quad (13)$$

Преобразование формулы (13) к аналогичному (8) виду приводит к появлению сложных коэффициентов в виде дробей.

Отметим также, что для композиций с произвольным количеством равновесных кодов также можно применить разработанный авторами метод синтеза тестеров, но с учетом выражения (10). При этом свойства структуры тестеров могут поменяться в зависимости от того, кодовые слова каких равновесных кодов будут входить во множества Ω^1 и Ω^2 .

Заключение

Предложенный метод синтеза тестеров композиций равновесных кодов позволяет реализовать целое семейство их структур для использования при синтезе дискретных устройств. Однако особенностью тестеров оказывается то, что при использовании множества кодовых слов, принадлежащих композиции двух равновесных кодов, не удается формировать тестовые комбинации для всех внутренних точек их схем. Поэтому тестеры, синтезируемые по предложенному методу, можно использовать в самопроверяемых реализациях либо пристестово-функциональном диагностировании при периодическом прогоне кодовых слов $<00\dots00>$ и $<11\dots11>$ для тестеров композиции $1/n$ и $(n-1)/n$ и кодового слова $<00\dots00>$ для тестеров композиций r/n и $(n-r)/n$ при $r \geq 2$, не принадлежащих рассматриваемым композициям, с кратковременным отключением тестера от работы в специально отведенные временные интервалы, либо же при реализации на высоконадежной элементной базе с низкими показателями интенсивности отказов.

Тестеры композиций двух равновесных кодов с ортогональными по всем разрядам комбинациями, синтезированные по предложенному авторами методу, оказываются быстродействующими и содержат всего три уровня элементов. Установленные же в статье зависимости позволяют оценить показатели сложности их реализации для произвольных значений n и r и выбрать требуемый тестер в каждом конкретном случае синтеза

дискретного устройства. Например, для устройства с большим количеством выходов могут использоваться схемы встроенного контроля по двум и более группам выходов, синтезированные с использованием композиций равновесных кодов с меньшими значениями числа разрядов, являющиеся более простыми. Вопросы схемотехнического применения тестеров при синтезе самопроверяемых дискретных устройств выходят за рамки настоящей статьи и требуют отдельных исследований.

Поскольку подходы к синтезу тестеров композиций равновесных кодов остаются недостаточно исследованными, предложенный метод позволяет частично закрыть этот пробел и использовать его для построения схем детектирования кодовых слов. Дальнейшие исследования авторов могут быть сосредоточены на разработке теории синтеза тестеров композиций произвольного числа равновесных кодов. Здесь интересными могут оказаться реализации в виде полиномиального представления булевых функций с различной полярностью [24], вычисляемых на выходах тестеров, что может позволить сократить значения показателей сложности их технической реализации, а также обеспечить простоту в тестируемости в процессе эксплуатации.

Исследование финансируется Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках соглашения № 075-15-2025-674 от 20 августа 2025 года. ▲

Список источников

- Сапожников В. В. Методы построения безопасных микроэлектронных систем железнодорожной автоматики / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Х. А. Христов, Д. В. Гавзов; под ред. Вл. В. Сапожникова. — М.: Транспорт, 1995. — 272 с.
- Fujiwara E. Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications / E. Fujiwara. — John Wiley & Sons, 2006. — 720 р.
- Дрозд А. В. Рабочее диагностирование безопасных информационно-управляющих систем / А. В. Дрозд, В. С. Харченко, С. Г. Антощук, Ю. В. Дрозд и др. — Харьков: Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», 2012. — 614 с.
- Гессель М. Исследование комбинационных самопроверяемых устройств с независимыми и монотонно независимыми выходами / М. Гессель, А. А. Морозов, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников // Автоматика и телемеханика. — 1997. — № 2. — С. 180–193.
- Saposhnikov V. V. A New Design Method for Self-Checking Unidirectional Combinational Circuits / V. V. Saposhnikov, A. Morosov, Vl. V. Saposhnikov, M. Göessel // Journal of Electronic Testing: Theory and Applications. — 1998. — Vol. 12. — Iss. 1–2. — Pp. 41–53. — DOI: 10.1023/A:1008257118423.
- Morosow A. Self-Checking Combinational Circuits with Unidirectionally Independent Outputs / A. Morosow, V. V. Sapozhnikov, Vl. V. Sapozhnikov, M. Goessel // VLSI Design. — 1998. — Vol. 5. — Iss. 4. — Pp. 333–345. — DOI: 10.1155/1998/20389.
- Efanov D. V. Organization of a Fully Self-Checking Structure of a Combinational Device Based on Searching for Groups of Symmetrically Independent Outputs / D. V. Efanov, V. V. Sapozhnikov, Vl. V. Sapozhnikov // Automatic Control and Computer Sciences. — 2020. — Vol. 54. — Iss. 4. — Pp. 279 – 290. — DOI: 10.3103/S0146411620040045.
- Слабаков Е. В. Построение полностью самопроверяемых комбинационных устройств с использованием равновесных кодов / Е. В. Слабаков, Е. С. Согомонян // Автоматика и телемеханика. — 1980. — № 9. — С. 173–181.
- Сапожников В. В. Организация функционального контроля комбинационных схем методом логического дополнения / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, А. В. Дмитриев, А. В. Морозов и др. // Электронное моделирование. — 2002. — Т. 24. — № 6. — С. 52–66.
- Гессель М. Логическое дополнение — новый метод контроля комбинационных схем / М. Гессель, А. В. Морозов, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников // Автоматика и телемеханика. — 2003. — № 1. — С. 167–176.
- Сапожников В. В. Дискретные автоматы с обнаружением отказов / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников. — Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отделение, 1984. — 112 с.
- Согомонян Е. С. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы / Е. С. Согомонян, Е. В. Слабаков. — М.: Радио и связь, 1989. — 208 с.
- Сапожников В. В. Самодвойственные дискретные устройства / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, М. Гессель. — СПб.: Энергоатомиздат (Санкт-Петербургское отделение), 2001. — 331 с.
- Сапожников В. В. Синтез самодвойственных дискретных систем / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Р. Ш. Валиев. — СПб.: Элмор, 2006. — 220 с.
- Göessel M. New Methods of Concurrent Checking: Edition 1 / M. Göessel, V. Ocheretny, E. Sogomonyan, D. Marienfeld. — Dordrecht: Springer Science + Business Media B.V., 2008. — 184 p.
- Сапожников В. В. Коды Хэмминга в системах функционального контроля логических устройств / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Ефанов. — СПб.: Наука, 2018. — 151 с.
- Сапожников В. В. Коды с суммированием для систем технического диагностирования. Т. 1: Классические коды Бергера и их модификации / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Ефанов. — М.: Наука, 2020. — 383 с.
- Сапожников В. В. Коды с суммированием для систем технического диагностирования. Т. 2: Взвешенные коды с суммированием / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Ефанов. — М.: Наука, 2021. — 455 с.

19. Ефанов Д. В. Методы синтеза самопроверяемых дискретных устройств. — М.: ЛЕНАНД, 2025. — 268 с.
20. Ефанов Д. В. Композиции двух равновесных кодов с ортогональными по всем разрядам комбинациями для синтеза самопроверяемых дискретных устройств / Д. В. Ефанов // Проблемы управления. — 2025. — № 3. — С. 49–62.
21. Сапожников В. В. Самопроверяемые тестеры для равновесных кодов / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников // Автоматика и телемеханика. — 1992. — № 3. — С. 3–35.
22. Сапожников В. В. Самопроверяемые дискретные устройства / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников. — СПб.: Энергоатомиздат, 1992. — 224 с.
23. Piestrak S. J. Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. — Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995. — 111 p.
24. Супрун В. П. Основы теории булевых функций. — М.: ЛЕНАНД, 2017. — 208 с.
25. Деза Е. Фигурные числа / Е. Деза, М. Деза; пер. с англ. — М.: МЦНМО, 2015. — 350 с.
26. Грэхем Р. Л. Конкретная математика. Математические основы информатики / Р. Л. Грэхем, Д. Э. Кнут, О. Паташник; пер. с англ.; 2-е изд. — М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2017. — 784 с.
27. Ефанов Д. В. Обнаружение неисправностей в комбинационных схемах на основе самодвойственного дополнения до равновесных кодов / Д. В. Ефанов, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Пивоваров // Труды Института системного программирования РАН. — 2019. — Т. 31. — № 1. — С. 115–132. — DOI: 10.15514/ISPRAS-2019-31(1)-8.
28. Efanov D. Self-Dual Complement Method up to Constant-Weight Codes for Arrangement of Combinational Logical Circuits Concurrent Error-Detection Systems / D. Efanov, V. Sapozhnikov, Vl. Sapozhnikov, G. Osadchy et al. // Proceedings of the 17th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTs'2019), Batumi, Georgia, September 13–16, 2019. — Pp. 136–143. — DOI: 10.1109/EWDTs.2019.8884398.
29. Ефанов Д. В. Метод функционального контроля комбинационных логических устройств на основе самодвойственного дополнения до равновесных кодов / Д. В. Ефанов, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Пивоваров // Электронное моделирование. — 2020. — Т. 42. — № 3. — С. 27–52. — DOI: 10.15407/emodel.42.03.027.
30. Efanov D. V. The Hybrid Structure of a Self-Dual Built-In Control Circuit for Combinational Devices with Pre-Compression of Signals and Checking of Calculations by Two Diagnostic Parameters / D. V. Efanov, D. V. Pivovarov // Proceedings of the 19th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTs'2021), Batumi, Georgia, September 10–13, 2021. — Pp. 200–206. — DOI: 10.1109/EWDTs52692.2021.9581019.
31. Поспелов Д. А. Логические методы анализа и синтеза схем / Д. А. Поспелов. — М.: Энергия, 1968. — 328 с.
32. Василенко М. Н. О сокращении списка одиночных неисправностей при построении тестов комбинационных схем / М. Н. Василенко, В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников // Автоматика и телемеханика. — 1974. — № 8. — С. 139–145.
33. Сапожников В. В. Основы теории надежности и технической диагностики / В. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Д. В. Ефанов. — Санкт-Петербург: Издательство «Лань», 2019. — 588 с.
34. Тюрин С. Ф. Методы обеспечения надежности элементов ПЛИС путем многовариантного резервирования с использованием логико-топологической модификации на транзисторном уровне / С. Ф. Тюрин, М. С. Никитин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. — 2025. — № 54. — С. 282–301. — DOI: 10.15593/2224-9397/2025.2.13.
35. Тюрин С. Ф. Многовариантное резервирование с использованием логико-топологических особенностей транзисторных схем / С. Ф. Тюрин, М. С. Никитин, Ю. А. Степченков, Ю. Г. Дьяченко // Информатика и ее применения. — 2025. — Т. 19. — № 3. — С. 55–66.

TRANSPORT AUTOMATION RESEARCH, 2025, Vol. 11, No. 4, pp. 355–368
DOI: 10.20295/2412-9186-2025-11-04-355-368

Design Method of High-Speed Checkers for Two Constant-Weight Codes with Orthogonal Combinations Across All Bits Using the Symmetric Boolean Functions

Information about authors

Efanov D. V., Doctor of Engineering, Professor, IEEE Member, Full Member of International Transport Academy, Professor^{1,2,3,4}, Leading Researcher⁵.

E-mail: TrES-4b@yandex.ru

Yelina Ye. I., Postgraduate Student². E-mail: eseniya-elina@gmail.ru

Ncungo T. M., Postgraduate Student¹. E-mail: tomasmavungo2018@gmail.com

Leskovets I. V., PhD in Engineering, Associate Professor, Head of the Department⁶.
E-mail: le@bru.by

Gebel E. S., PhD in Engineering, Associate Professor¹. E-mail: gebel_es@spbstu.ru

¹Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Higher School of Cyberphysical Systems & Control, Institute of Computer Science and Cybersecurity, Saint Petersburg

²Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, Higher School of Transport, Mechanical Engineering, Material and Transport Institute, Saint Petersburg

³Russian University of Transport (MIIT), Department of Automation, Remote Control and Communication on Railway Transport, Moscow

⁴Tashkent State Transport University, Department of Automation and Remote Control, Tashkent

⁵Institute of Transport Problems named after N. S. Solomenko of the Russian Academy of Sciences, Laboratory of Problems of Organization of Transport Systems (Laboratory No. 5), Saint Petersburg

⁶Belarusian-Russian University, Department of Transport and Technological Machines, Mogilev

Abstract: This paper aims to enhance the design method for self-checking discrete devices used in automatic control systems, based on the composition of two constant-weight codes with orthogonal combinations across all bits. A method has been proposed for design high-speed checkers for the composition of constant-weight codes with orthogonal combinations across all bits. This approach entails the construction of checkers based on detectors of the two constant-weight codes, utilizing the properties of symmetric Boolean functions. Dependencies have been established that enable the determination of the complexity indicator for the technical implementation of the checker, applicable to any length of code words. Some properties and characteristics of the synthesized testers are presented. The technique for synthesizing testers for a composition of an arbitrary number of constant-weight codes is demonstrated. The findings of this research can be applied in the development of highly reliable and safe discrete devices using various element bases.

Keywords: self-checking discrete device; composition of two constant-weight codes; symmetric Boolean function; design of the composition of constant-weight codes; checker efficiency index.

References

1. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Khristov Kh. A., Gavzov D. V. *Metody postroeniya bezopasnykh mikroelektronnykh sistem zheleznozorozhnoy avtomatiki* [Methods for constructing safe microelectronic systems of railway automation]; ed. by Vl. V. Sapozhnikov. Moscow: Transport Publ., 1995. 272 p. (In Russian)
2. Fujiwara E. *Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications*. John Wiley & Sons, 2006, 720 p.
3. Drozd A. V., Kharchenko V. S., Antoshchuk S. G., Drozd Yu. V. et al. *Rabochee diagnostirovaniye bezopasnykh informatsionno-upravlyayushchikh sistem* [Operational diagnostics of safe information and control systems]; ed. by A. V. Drozd and V. S. Kharchenko. Kharkiv: Natsional'nyy aerokosmicheskiy universitet im. N. E. Zhukovskogo "KhAI" Publ., 2012. 614 p. (In Russian)
4. Gessel' M., Morozov A. A., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. *Issledovaniye kombinatsionnykh samoprovaryaemykh ustroystv s nezavisimymi i monotonno nezavisimymi vkhodami* [Research of combinational self-checking devices with independent and monotonically independent outputs]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control]. 1997, Iss. 2, pp. 180–193. (In Russian)
5. Saposhnikov V. V., Morosov A., Saposhnikov Vl. V., Gössel M. A New Design Method for Self-Checking Unidirectional Combinational Circuits. *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, 1998, vol. 12, Iss. 1–2, pp. 41–53. DOI: 10.1023/A:1008257118423.
6. Morosov A., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Goessel M. Self-Checking Combinational Circuits with Unidirectionally Independent Outputs. *VLSI Design*, 1998, vol. 5, Iss. 4, pp. 333–345. DOI: 10.1155/1998/20389.
7. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. Organization of a Fully Self-Checking Structure of a Combinational Device Based on Searching for Groups of Symmetrically Independent Outputs. *Automatic Control and Computer Sciences*, 2020, vol. 54, Iss. 4, pp. 279–290. DOI: 10.3103/S0146411620040045.
8. Slabakov E. V., Sogomonyan E. S. Postroenie polnost'yu samoprovaryaemykh kombinatsionnykh ustroystv s ispol'zovaniem ravnovesnykh kodov [Construction of fully self-checking combinational devices using balanced codes]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control]. 1980, Iss. 9, pp. 173–181. (In Russian)
9. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Dmitriev A. V., Morozov A. V. et al. Organizatsiya funktsional'nogo kontrolya kombinatsionnykh skhem metodom logicheskogo dopolneniya [Organization of functional control of combinational circuits by the method of logical complement]. *Elektronnoe Modelirovaniye* [Electronic Modeling]. 2002, vol. 24, Iss. 6, pp. 52–66. (In Russian)
10. Gessel' M., Morozov A. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. Logicheskoe dopolnenie — novyy metod kontrolya kombinatsionnykh skhem [Logical complement — a new method for checking combinational circuits]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control]. 2003, Iss. 1, pp. 167–176. (In Russian)
11. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. *Diskretnye avtomaty s obnaruzheniem otkazov* [Discrete automata with fault detection]. Leningrad: Energoatomizdat Publ., 1984, 112 p. (In Russian)
12. Sogomonyan E. S., Slabakov E. V. *Samoprovaryaemye ustroystva i otkazoustoychivye sistemy* [Self-checking devices and fault-tolerant systems]. Moscow: Radio i Svyaz' Publ., 1989. 208 p. (In Russian)
13. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Gessel' M. *Samodvoystvennye diskretnye ustroystva* [Self-dual discrete devices]. Saint Petersburg: Energoatomizdat Publ., 2001, 331 p. (In Russian)
14. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Valiev R. Sh. *Sintez samodvoystvennykh diskretnykh sistem* [Design of self-dual discrete systems]. Saint Petersburg: Elmor Publ., 2006, 220 p. (In Russian)
15. Gössel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. *New Methods of Concurrent Checking*. Edition 1. Dordrecht: Springer Science + Business Media B. V., 2008, 184 p.
16. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Efanov D. V. *Kody Khamminga v sistemakh funktsional'nogo kontrolya logicheskikh ustroystv* [Hamming codes in functional control systems of logic devices]. Saint Petersburg: Nauka Publ., 2018, 151 p. (In Russian)
17. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Efanov D. V. *Kody s summirovaniem dlya sistem tekhnicheskogo diagnostirovaniya. T. 1: Klassicheskie kody Bergera i ikh modifikatsii* [Sum codes for technical diagnostic systems. Vol. 1: Classical Berger codes and their modifications]. Moscow: Nauka Publ., 2020, 383 p. (In Russian)
18. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Efanov D. V. *Kody s summirovaniem dlya sistem tekhnicheskogo diagnostirovaniya. T. 2: Vzveshennye kody s summirovaniem* [Sum codes for technical diagnostic systems. Vol. 2: Weighted sum codes]. Moscow: Nauka Publ., 2021, 455 p. (In Russian)
19. Efanov D. V. *Metody sinteza samoprovaryaemykh diskretnykh ustroystv* [Design methods of self-checking discrete devices]. Moscow: LENAND Publ., 2025, 268 p. (In Russian)
20. Efanov D. V. *Kompozitsii dvukh ravnovesnykh kodov s ortogonal'nymi po vsem razryadam kombinatsiyami dlya sinteza samoprovaryaemykh diskretnykh ustroystv* [Compositions of two balanced codes with orthogonal combinations in all bits for synthesis of self-checking discrete devices]. *Problemy upravleniya* [Control Sciences]. 2025, Iss. 3, pp. 49–62. (In Russian)
21. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. *Samoprovaryaemye testery dlya ravnovesnykh kodov* [Self-checking testers for balanced codes]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control]. 1992, Iss. 3, pp. 3–35. (In Russian)
22. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. *Samoprovaryaemye diskretnye ustroystva* [Self-checking discrete devices]. Saint Petersburg: Energoatomizdat Publ., 1992, 224 p. (In Russian)
23. Piestrak S. J. *Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes*. Wroclaw: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wroclawskiej, 1995, 111 p.
24. Suprun V. P. *Osnovy teorii bulevykh funktsiy* [Fundamentals of Boolean function theory]. Moscow: LENAND Publ., 2017, 208 p. (In Russian)
25. Deza E., Deza M. *Figurnye chisla* [Figurate numbers]; transl. from English. Moscow: MTsNMO Publ., 2015, 350 p. (In Russian)
26. Grekhem R. L., Knut D. E., Patashnik O. *Konkretnaya matematika. Matematicheskie osnovy informatiki* [Concrete mathematics. Mathematical foundations of computer science]; transl. from English; 2nd ed. Moscow: I.D. Vil'yams Publ., 2017, 784 p. (In Russian)
27. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Pivovarov D. V. *Obnaruzhenie neispravnostey v kombinatsionnykh skhemakh na osnove samodvoystvennogo dopolneniya do ravnovesnykh kodov* [Detection of faults in combinational circuits based on self-dual complement to balanced codes]. *Trudy Instituta sistemnogo programmirovaniya RAN* [Proceedings of the Institute for System Programming of the RAS]. 2019, vol. 31, Iss. 1, pp. 115–132. DOI: 10.15514/ISPRAS-2019-31(1)-8. (In Russian)
28. Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl., Osadchy G. et al. Self-Dual Complement Method up to Constant-Weight Codes for Arrangement of Combinational Logical Circuits Concurrent Error-Detection Systems. *Proceedings of the 17th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTs'2019)*, Batumi, Georgia, September 13–16, 2019, pp. 136–143. DOI: 10.1109/EWDTs.2019.8884398.
29. Efanov D. V., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Pivovarov D. V. Metod funktsional'nogo kontrolya kombinatsionnykh logicheskikh ustroystv na osnove samodvoystvennogo dopolneniya do ravnovesnykh kodov [Method of functional control of combinational logic devices based on self-dual complement to balanced codes]. *Elektronnoe modelirovaniye* [Electronic Modeling]. 2020, vol. 42, Iss. 3, pp. 27–52. DOI: 10.15407/emed.42.03.027. (In Russian)
30. Efanov D. V., Pivovarov D. V. The Hybrid Structure of a Self-Dual Built-In Control Circuit for Combinational Devices with Pre-Compression of Signals and Checking of Calculations by Two Diagnostic Parameters. *Proceedings of the 19th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTs'2021)*, Batumi, Georgia, September 10–13, 2021, pp. 200–206. DOI: 10.1109/EWDTs52692.2021.9581019.
31. Pospelov D. A. *Logicheskie metody analiza i sinteza skhem* [Logical methods of circuit analysis and synthesis]. Moscow: Energiya Publ., 1968, 328 p. (In Russian)
32. Vasilenko M. N., Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V. O sokrashchenii spiska odinochnykh neispravnostey pri postroenii testov kombinatsionnykh skhem [On reducing the list of single faults when constructing tests for combinational circuits]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control]. 1974, Iss. 8, pp. 139–145. (In Russian)
33. Sapozhnikov V. V., Sapozhnikov Vl. V., Efanov D. V. *Osnovy teorii nadezhnosti i tekhnicheskoy diagnostiki* [Fundamentals of reliability theory and technical diagnostics]. Saint Petersburg: Lan' Publ., 2019, 588 p. (In Russian)
34. Tyurin S. F., Nikitin M. S. Metody obespecheniya nadezhnosti elementov PLIS putem mnogovariantnogo rezervirovaniya s ispol'zovaniem logiko-topologicheskoy modifikatsii na tranzistornom urovne [Methods for ensuring the reliability of FPGA elements through multi-variant redundancy using logic-topological modification at the transistor level]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Elektrotekhnika, informatsionnye tekhnologii, sistemy upravleniya* [Bulletin of Perm National Research Polytechnic University. Electrical Engineering, Information Technologies, Control Systems]. 2025, Iss. 54, pp. 282–301. DOI: 10.15593/2224-9397/2025.2.13. (In Russian)
35. Tyurin S. F., Nikitin M. S., Stepchenkov Yu. A., D'yachenko Yu. G. Mnogovariantnoe rezervirovaniye s ispol'zovaniem logiko-topologicheskikh osobennostey tranzistornykh skhem [Multi-variant redundancy using logic-topological features of transistor circuits]. *Informatika i ee primeneniya* [Informatics and Its Applications]. 2025, vol. 19, Iss. 3, pp. 55–66. (In Russian)