

УДК 624.6.012.45

## Методы прогнозирования долгосрочного поведения преднапряженных железобетонных мостов

Р. А. Авхимович<sup>1, 2</sup>, С. В. Чижов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Россия, 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., 9

<sup>2</sup> АО «Институт Гипростроймост – Санкт-Петербург», Россия, 197198, Санкт-Петербург, ул. Яблочкова, 7

**Для цитирования:** Авхимович Р. А., Чижов С. В. Методы прогнозирования долгосрочного поведения преднапряженных железобетонных мостов // Известия Петербургского университета путей сообщения. СПб.: ПГУПС, 2024. Т. 21, вып. 3. С. 729–743. DOI: 10.20295/1815-588X-2024-03-729-743

### Аннотация

**Цель:** провести анализ причин долгосрочных деформаций пролетных строений из преднапряженного железобетона и проблем, связанных с их прогнозированием. Выполнить краткий обзор существующих методов прогнозирования долгосрочного поведения преднапряженных железобетонных мостов. Актуальность проблемы обусловлена необходимостью обеспечения надежности и долговечности этих конструкций, которые широко применяются в современном мостостроении. Статья направлена на выявление факторов, влияющих на развитие долгосрочных деформаций, и разработку подходов к их точному прогнозированию. **Методы:** рассмотрение долгосрочных деформаций пролетных строений преднапряженных железобетонных мостов и проблем, связанных с их прогнозированием на примере существующих мостовых сооружений. Проведена оценка существующих методов прогнозирования долгосрочных деформаций в преднапряженном железобетоне. В частности, анализ воздействия релаксации высокопрочной арматуры, а также эффектов ползучести и усадки бетона. **Результаты:** корректное прогнозирование долгосрочных деформаций является сложной задачей, требующей учета множества факторов, таких как потери предварительного напряжения, условия окружающей среды, свойства материалов и конструктивные особенности мостов. Рассмотренные в статье методы, включая метод множителей и приближенный метод временных интервалов, показывают свою эффективность в оценке долгосрочных деформаций. Однако существует необходимость проведения дальнейших исследований в области улучшения методов прогнозирования для повышения эффективности проектирования преднапряженных железобетонных мостов. **Практическая значимость:** предоставление инженерам-проектировщикам конкретных методов и подходов для оценки долгосрочного поведения преднапряженных железобетонных мостов. Применение указанных методов позволяет уменьшить риски возникновения сверхнормативных деформаций и прогибов, что в конечном итоге обеспечивает безопасность и надежность мостовых сооружений.

**Ключевые слова:** преднапряженный железобетон, мост, прогнозирование долгосрочных деформаций бетона, усадка, ползучесть, релаксация арматуры

### Введение

Развитие технологии высокопрочного бетона, связанное со значительным улучшением качества цемента и высокопрочной арматуры, определило возможность его широкого применения в мостостроении. С 1950-х годов

преднапряженный бетон стал использоваться для мостов с постоянно увеличивающимися длинами пролетов. В настоящее время преднапряженные железобетонные мосты занимают значительную долю в объеме пролетных

строений среди прочих типов благодаря своим преимуществам в отношении длины пролета к высоте балки, а также долговечности и экономической эффективности. Использование преднапряженного железобетона в мостостроении имеет ряд преимуществ, включая возможность создания более экономичных сечений с высокой долговечностью и привлекательным внешним видом. Однако с увеличением длины пролетов и развитием новых технологий строительства вопросы контроля долгосрочных деформаций и прогибов стали более актуальными.

### **Причины долгосрочных деформаций и проблемы, связанные с их прогнозированием**

Под долгосрочными понимаются зависящие от времени изменения, вызванные релаксацией высокопрочной арматуры, а также ползучестью и усадкой бетона. Эти эффекты приводят к постепенному нарастанию деформаций, что приводит к изменению и перераспределению напряжений по всему сечению балки. Корректный прогноз таких деформаций необходим для проверки надежности конструкции по критериям эксплуатационной пригодности. После проверки напряжений и прогибов на каждом этапе строительства необходимо убедиться, что вертикальные деформации пролетных строений при действии подвижных временных нагрузок остаются в пределах, допускаемых нормативной документацией (п. 5.43 [13]).

Долгосрочные деформации, связанные с релаксацией высокопрочной арматуры, а также ползучестью и усадкой бетона, вызывают значительное увеличение прогиба пролетного строения, что приводит к росту растягивающих напряжений в бетоне и арматуре. Также сверхнормативный прогиб балок

моста приводит к изменению продольного профиля мостового полотна, что влияет на качество и безопасность проезда [2–6].

Считается, что эффект ползучести бетона характеризуется наиболее низкой прогностической точностью. Данное явление в совокупности с релаксацией высокопрочной арматуры привело к развитию значительных деформаций пролетных строений за эксплуатационный период более 40 лет [12]. Например, в 2020 году был выполнен капитальный ремонт Колмовского моста 1978 года постройки в Великом Новгороде (рис. 1). В ходе ремонта были заменены все элементы мостового полотна, а также выполнена замена пучков высокопрочной арматуры в балках пролетного строения для минимизации деформаций пролетного строения.

Также известен мост имени 50-летия Октября через реку Великую в Пскове 1967 года постройки (рис. 2). Главной проблемой сооружения стала сверхнормативная деформация продольного профиля пролетного строения вблизи устоя, что привело к необходимости устройства дополнительной опоры для выборки прогиба.

Существует несколько причин изменения деформации в зависимости от времени. К ним относятся ползучесть от веса балки и усилия предварительного напряжения, ползучесть от веса мостового полотна и различная усадка между захватками бетонирования, связанная со стадийностью производства работ. Одним из главных факторов для точного прогнозирования зависящих от времени параметров является корректное определение потерь предварительного напряжения и прогиба конструкции.

Для стандартной преднапряженной балки ее собственный вес и приложенные постоянные нагрузки вызывают прогиб вниз,



**Рис. 1.** Капитальный ремонт Колмовского моста в Великом Новгороде. Временная опора  
(фото МКУ «Управление капитального строительства»)



**Рис. 2.** Мост имени 50-летия Октября в Пскове  
(источник: <https://m.pln24.ru/automir/aprois/badtp/431940.html>)

который увеличивается со временем из-за эффекта ползучести бетона. Усилие предварительного напряжения и связанный с ним эффект ползучести, наоборот, приводят к выгибу балки вверх. Со временем происходят потери предварительного напряжения, связанные с эффектами релаксации высокопрочной арматуры, вследствие чего первоначальный выгиб уменьшается. Усадка бетона

в целом действует как смягчающий фактор, не способствуя росту долгосрочных прогибов, но при этом также уменьшая величину выгиба балки. Как правило, величина выгиба вверх за счет предварительного напряжения превышает величину прогиба вниз за счет собственного веса (рис. 3), что обеспечивает надежность конструкции на стадии эксплуатации.

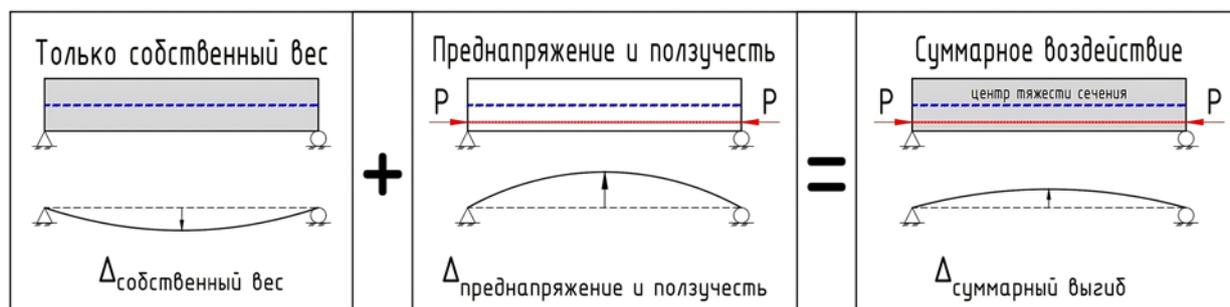


Рис. 3. Прогибы в преднапряженных балках

Тем не менее их некорректная оценка на стадии проектирования приведет к преобладанию прогиба вниз, что негативно скажется на эксплуатационных характеристиках всего сооружения, как указано на примерах выше.

Особенностью консольных мостов, построенных методом навесного монтажа с использованием сборных блоков (рис. 4), является необходимость выполнения комплексных расчетов для каждого этапа строительства, чтобы учесть долгосрочное поведение материала блоков под воздействием стадийных нагрузок.

Для таких систем необходим расчет прогиба на каждой стадии, а также корректное определение и учет требуемого выгиба (рис. 5). При этом система конструкции меняется с консольной на этапе строительства на неразрезную на этапе эксплуатации соответственно. Так как на этапе строительства конструкция продолжает прогибаться со временем вместе с ранее смонтированными бло-

ками балки, то при сопряжении консолей соседних опор может возникнуть значительная разница в уровне сопрягаемых торцов. Эту погрешность можно уменьшить с помощью домкратов или путем обеспечения заданного уклона профиля при изготовлении блоков.

Прогнозирование долгосрочных деформаций в преднапряженных балках сопряжено с различными вопросами. Например, с корректным определением фактического модуля упругости бетона или момента инерции поперечного сечения в зависимости от наличия или отсутствия в нем трещин. Долгосрочные параметры, такие как ползучесть, усадка и релаксация, зависят от свойств материалов и условий окружающей среды. Для их корректного прогнозирования требуются соответствующие модели материалов. Прогиб балки под действием предварительного напряжения связан с потерей усилия предварительного напряжения, зависящей, в свою очередь, от релаксации высокопрочной арматуры,

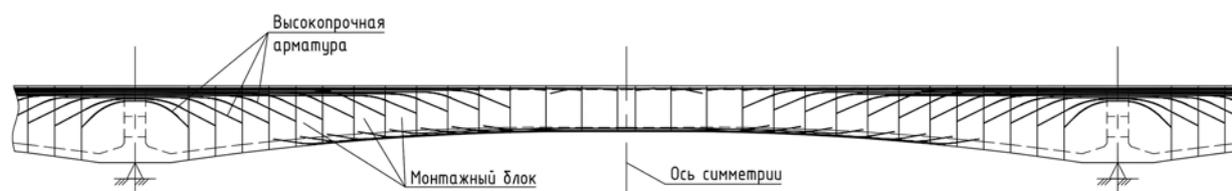


Рис. 4. Типовая схема консольного моста

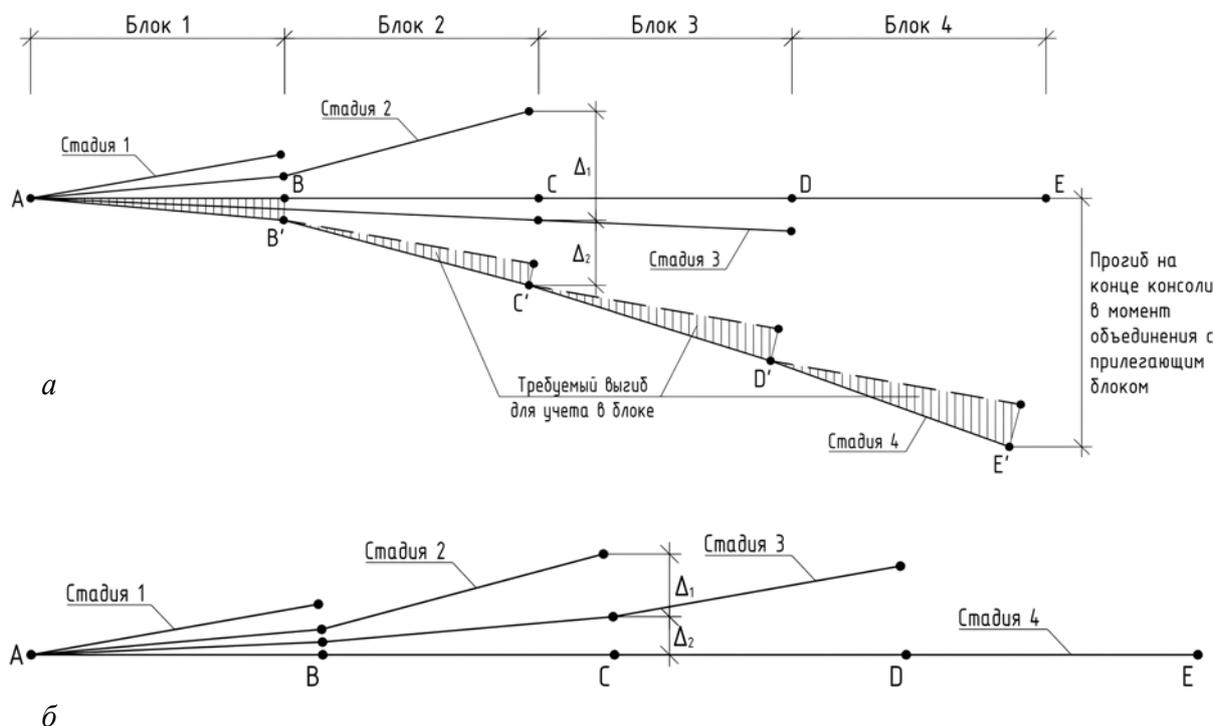


Рис. 5. Схема прогиба на примере четырехблочной консоли:

*a* — прогиб без учтенного выгиба в блоках;

*б* — прогиб с учтенным выгибом в блоках

а также ползучести и усадки бетона, в то время как прогиб под действием собственного веса увеличивается только из-за ползучести бетона. Таким образом, прогнозирование прогиба является одним из важных аспектов при проектировании мостовых сооружений. Прогнозирование долгосрочных потерь предварительного напряжения и деформаций, в свою очередь, требует соответствующего подхода к анализу из-за нелинейности задачи. Существуют различные методы и математические модели для прогнозирования долгосрочных деформаций.

### Методы для прогнозирования долгосрочных деформаций

Прогнозирование долгосрочных деформаций затруднено из-за таких факторов, как

постепенное уменьшение силы предварительного напряжения, эффекта ползучести и влияния трещин в бетоне. Возможно использование относительно простых методик, которые позволяют определить величину прогиба в приемлемых пределах погрешности. Расчет величины прогиба упрощается, если точно известна сила предварительного напряжения, материалы работают только в упругой стадии и в бетоне не образуется трещин. При расчете сечения без трещин допустимо применять полный момент инерции без возникновения существенной погрешности. Зарубежный опыт проектирования предлагает использование множества методов для оценки долгосрочных деформаций пролетного строения [7]. Далее приведен обзор нескольких из них.

**Метод множителей (коэффициентов)** — наиболее простой метод прогнозирования деформаций в зависимости от времени в сборных предварительно напряженных элементах. Основная предпосылка заключается в применении коэффициента для мгновенного упругого прогиба, который учитывает долгосрочные эффекты в предварительно напряженных железобетонных конструкциях. Для использования этих коэффициентов нужно учитывать общую составляющую прогиба (мгновенную и зависящую от времени). Для этого нужно выделить повышающую и понижающую составляющие начального упругого прогиба. Это необходимо для учета эффекта потери предварительного напряжения, который влияет только на повышающую составляющую. В соответствии с методом к рассчитываемым деформациям вводятся повышающие коэффициенты  $C_1$  в зависимости от стадии [8, 10]:

1. Стадия строительства.

1.1. Коэффициент прогиба (вниз) — относится к упругому прогибу под действием веса элемента при снятии предварительного напряжения.

1.2. Коэффициент выгиба (вверх) — применяется к упругому выгибу под действием предварительного напряжения в момент снятия предварительного напряжения.

2. Стадия реализации всех потерь и эффектов ползучести.

2.1. Коэффициент прогиба (вниз) — применяется к прогибу, рассчитанному в п. 1.1 выше.

2.2. Коэффициент выгиба (вверх) — применяется к выгибу, рассчитанному в п. 1.2 выше.

2.3. Коэффициент прогиба (вниз) — применяется только для упругого прогиба под действием только постоянных нагрузок.

Чтобы избежать переоценки величины прогиба, вводится понижающий коэффициент  $C_2$ , который учитывает наличие ненапрягаемой арматуры и определяется по формуле:

$$C_2 = \frac{C_1 + A_s/A_p}{1 + A_s/A_p}, \quad (1)$$

где  $A_s$  — площадь ненапрягаемой арматуры;  
 $A_p$  — площадь напрягаемой арматуры.

**Приближенный метод временных интервалов** основан на упрощенной форме суммирования составляющих прогибов, обусловленных различными параметрами, зависящими от времени. Суммирование коэффициентов выполняется дважды: при снятии предварительного напряжения и в конечном состоянии, после реализации потерь предварительного напряжения. Приближенный метод временных шагов представляет собой компромисс между сложностью и эффективностью расчета, давая результаты, сопоставимые с методом множителей [1].

Выгиб балки ( $\Delta_{pt}$ ), который обусловлен предварительным напряжением, вычисляется по формуле:

$$\Delta_{pt} = \frac{P_i \cdot e_x}{E_b \cdot I_b} + \frac{(P_i - P_e) \cdot e_x}{E_b \cdot I_b} - \frac{(P_i + P_e) \cdot e_x \cdot C_u}{2 \cdot E_b \cdot I_b}, \quad (2)$$

где  $C_u$  — коэффициент ползучести;

$e_x$  — эксцентриситет пучка на расстоянии  $x$  от опоры;

$P_i$  — начальная сила предварительного напряжения до потерь;

$P_e$  — конечная сила предварительного напряжения после потерь;

$E_b$  — модуль упругости бетона;

$I_b$  — момент инерции сечения.

Первое слагаемое — это начальный выгиб, второе слагаемое — уменьшение выгиба из-за потерь предварительного напряжения,

третье слагаемое — увеличение выгиба из-за ползучести бетона. В данном случае предполагается, что ползучесть происходит при постоянной силе предварительного напряжения, равной среднему значению начальной и конечной сил предварительного напряжения.

Суммарный прогиб конструкции под действием предварительного напряжения ( $\Delta_{Pi}$  и  $\Delta_{Pe}$ ), собственного веса  $\Delta_{Sw}$ , постоянных нагрузок  $\Delta_{DW}$  и временных нагрузок  $\Delta_L$  определяется по формуле:

$$\Delta = -\Delta_{Pe} - 0,5 \cdot (\Delta_{Pi} + \Delta_{Pe}) \cdot C_u + (\Delta_{Sw} + \Delta_{DW}) \cdot C_u + \Delta_L \quad (3)$$

**Метод приращения временных интервалов** позволяет повысить точность расчета прогиба по сравнению с приближенными методами. Предполагается, что ползучесть происходит не под действием постоянной силы, а под действием силы, которая уменьшается со временем из-за потерь предварительного напряжения. Этот процесс учитывается посредством суммирования, основанного на постепенных изменениях, происходящих за ряд последовательных временных интервалов. С помощью этого метода с большей точностью также может быть спрогнозирована потеря предварительного напряжения. Для учета зависящих от времени эффектов ползучести и усадки бетона, а также релаксации высокопрочной арматуры следует использовать соответствующие модели материалов [1].

Для определения величины прогиба в любом сечении в момент времени  $t$  формула (2) преобразуется в виде:

$$\Delta_{pi} = \frac{P_i \cdot e_c}{E_b \cdot I_b} + \sum_0^t (P_{n-1} - P_n) \cdot \frac{e_c}{E_b \cdot I_b} - \sum_0^t (C_{n-1} - C_n) \cdot P_{n-1} \cdot \frac{e_c}{E_b \cdot I_b}, \quad (4)$$

где  $e_c$  — эксцентриситет пучка в любом сечении по длине пролета;

$(n - 1)$  — начало конкретного временного интервала;

$(n)$  — конец временного интервала;

$C_{n-1}, C_n$  — коэффициент ползучести в начале и в конце определенного временного шага соответственно;

$(P_{n-1} - P_n)$  — потери предварительного напряжения на конкретном временном интервале от всех воздействий.

Схематичное представление изменения деформаций  $\epsilon$  и углов поворота  $\varphi$  с момента времени  $(n - 1)$  до  $(n)$  показано на рис. 6.

Обобщенно данный метод предполагает следующий алгоритм вычислений [11]:

1. Определение геометрических характеристик сечения, свойств бетона и высокопрочной арматуры, сбор нагрузок, данных о пролете и времени, в течение которого определяется деформация.

2. Определение величины предварительного напряжения в пучке после кратковременных потерь. Выбор расчетного сечения (например, середина пролета и опорное).

3. Определение напряжений от предварительного напряжения в верхней и нижней фибрах сечения. Определение деформаций посредством деления соответствующих напряжений на модуль упругости бетона.

4. Определение потерь предварительного напряжения для временного интервала, а также соответствующих напряжений и деформаций в верхней и нижней фибрах выбранных сечений.

5. Определение общей деформации с учетом деформаций ползучести в верхней и нижней фибрах выбранных сечений.

6. Определение чистой деформации ( $\Delta\epsilon_n$  чистая) за вычетом деформаций, вызванных потерями предварительного напряжения ( $\Delta'_n$ ).

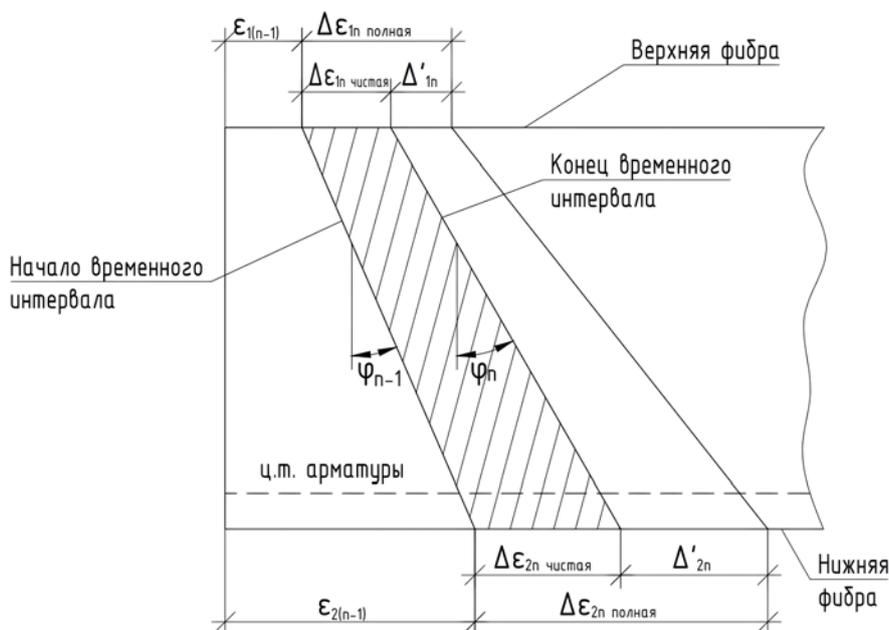


Рис. 6. Изменение деформаций  $\varepsilon$  и углов поворота  $\varphi$  на шаге  $n$

В обобщенном виде для верхней и нижней фибр сечения определяется по формуле:

$$\Delta_p = \frac{P_i \cdot e_c \cdot L^2}{8 \cdot E_b \cdot I_b} = \left| \varphi_t \cdot \frac{L^2}{8} \right|, \quad (8)$$

$$\Delta \varepsilon_{n \text{ чистая}} = \Delta \varepsilon_{n \text{ полная}} - \Delta'_{n}. \quad (5)$$

где  $L$  — длина пролета.

7. Определение приращения угла поворота  $\varphi$  от чистых деформаций и его суммирование с углом поворота на предыдущем интервале для получения полного угла поворота. Приращение угла поворота определяется по формуле:

$$\Delta \varphi_n = \frac{\Delta \varepsilon_{1n \text{ чистая}} - \Delta \varepsilon_{2n \text{ чистая}}}{H}, \quad (6)$$

где  $H$  — высота сечения.

Полный угол поворота  $\varphi_p$ , соответственно, определяется по формуле:

$$\varphi_t = \varphi_{n-1} + \Delta \varphi_n. \quad (7)$$

8. Определение выгиба балки  $\Delta_p$  в середине пролета под действием предварительного напряжения по формуле:

9. Определение прогиба в середине пролета под действием собственного веса  $\Delta_w$  по формуле:

$$\Delta_w = \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E_b \cdot I_b} = \left| \varphi_t \cdot \frac{5 \cdot L^2}{48} \right|, \quad (9)$$

где  $q$  — нагрузка от собственного веса балки.

Рассмотрим применение метода на примере свободно опертой железобетонной балки прямоугольного сечения (рис. 7), воспринимающей только нагрузку от собственного веса.

В табл. 1 приведены геометрические характеристики сечения, а также параметры материалов, используемых для расчета.

Начальное усилие натяжения одного пучка  $P_1$  примем 380 т (3728 кН). Тогда полное начальное усилие преднапряжения  $P_n$  составит:

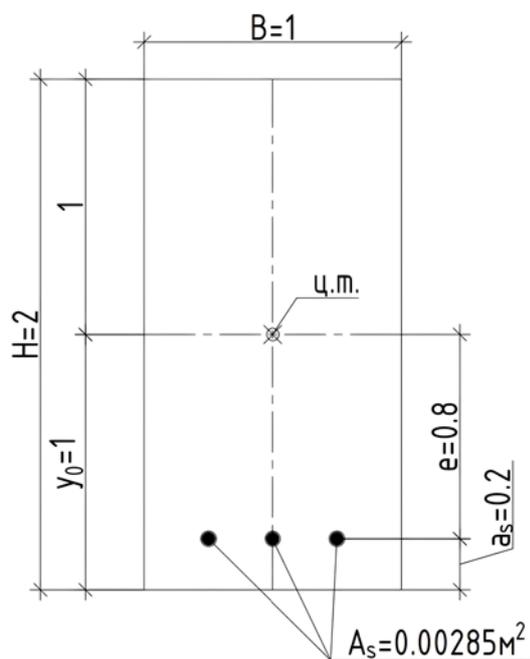


Рис. 7. Поперечное сечение балки

$$P_n = P_1 \cdot n = 3728 \cdot 3 = 11184 \text{ кН.} \quad (10)$$

Начальный момент преднапряжения определим по формуле:

$$M_n = P_n \cdot e = 11184 \cdot 0,8 = 8947 \text{ кНм.} \quad (11)$$

Определим растягивающие напряжения от преднапряжения в верхней фибре сечения:

$$\sigma_{в1} = \frac{M_n}{W_b} - \frac{P_n}{A_b} = \frac{8947}{0,6667} - \frac{111784}{2} = 7828 \text{ кН/м}^2. \quad (12)$$

Сжимающие напряжения от преднапряжения в нижней фибре сечения составят:

$$\sigma_{н1} = -\frac{M_n}{W_b} - \frac{P_n}{A_b} = -\frac{8947}{0,6667} - \frac{111784}{2} = -19012 \text{ кН/м}^2. \quad (13)$$

ТАБЛИЦА 1

Длина пролета	L	33	м
Высота балки	H	2	м
Ширина балки	B	1	м
Площадь сечения	$A_b$	2	м <sup>2</sup>
Момент инерции сечения	$I_b$	0,6667	м <sup>4</sup>
Расстояние от нижней грани до центра тяжести сечения	$y_0$	1,000	м
Момент сопротивления сечения	$W_b$	0,6667	м <sup>3</sup>
Площадь одного пучка арматуры	$A_1$	0,00285	м <sup>2</sup>
Количество пучков	n	3	шт
Площадь высокопрочной арматуры	$A_s$	0,00855	м <sup>2</sup>
Расстояние от нижней грани до центра тяжести арматуры	$a_s$	0,2	м
Эксцентриситет арматуры относительно центра тяжести сечения	e	0,8	м
Класс бетона	B40		
Модуль упругости бетона	$E_b$	36000	МПа
Модуль упругости арматуры	$E_p$	195000	МПа
Отношение модулей упругости	$\alpha$	5,417	
Удельный вес бетона	$\gamma$	25	кН/м <sup>3</sup>

Найдем относительные деформации верхней фибры:

$$\varepsilon_{в1} = \frac{\sigma_{в1}}{E_b} = \frac{7828}{36 \cdot 10^6} = 2,17 \cdot 10^{-4}. \quad (14)$$

Соответственно, для нижней:

$$\varepsilon_{н1} = \frac{\sigma_{н1}}{E_b} = \frac{-19012}{36 \cdot 10^6} = -5,28 \cdot 10^{-4}. \quad (15)$$

Угол поворота  $\varphi_n$  в соответствии с формулой (6) составит:

$$\varphi_n = \frac{\varepsilon_{в1} - \varepsilon_{н1}}{H} = \frac{2,17 \cdot 10^{-4} + 5,28 \cdot 10^{-4}}{2} = 3,73 \cdot 10^{-4} \text{ рад}. \quad (16)$$

Изгибающий момент от собственного веса балки составит:

$$M = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{50 \cdot 33^2}{8} = 6806 \text{ кНм}. \quad (17)$$

Напряжения в верхней и нижней фибрах сечения соответственно составят:

$$\sigma_2 = \pm \frac{M}{W_b} = \frac{6806}{0,6667} = \pm 10208 \text{ кН/м}^2. \quad (18)$$

Относительные деформации верхней и нижней фибр сечения соответственно составят:

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E_b} = \frac{\pm 10208}{36 \cdot 10^6} = \pm 2,84 \cdot 10^{-4}. \quad (19)$$

Угол поворота  $\varphi_n$  составит:

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E_b} = \frac{\pm 10208}{36 \cdot 10^6} = \pm 2,84 \cdot 10^{-4}. \quad (20)$$

Далее в соответствии с формулой (9) определим прогиб в середине пролета под действием собственного веса:

$$\Delta_w = \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E_b \cdot I_b} = \frac{5 \cdot 50 \cdot 33^4}{384 \cdot 36 \cdot 10^6 \cdot 0,6667} = 0,032 \text{ м} = 32 \text{ мм}; \quad (21a)$$

$$\Delta_w = \left| \varphi_n \cdot \frac{5 \cdot L^2}{48} \right| = 2,84 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{5 \cdot 33^2}{48} = 0,032 \text{ м} = 32 \text{ мм}. \quad (21b)$$

Далее определим потери предварительного напряжения от усадки и ползучести на принятом временном интервале от  $t_0 = 30$  суток до  $t = 90$  суток в соответствии с методикой, приведенной в [14].

При вычислении потерь предварительного напряжения коэффициент ползучести определяют по формуле:

$$\varphi(t, t_0) = E_b \cdot C(t, t_0) = 36000 \cdot 1,46 \cdot 10^{-5} = 0,53, \quad (22)$$

где  $E_b$  — модуль упругости бетона в возрасте 28 суток.

Меру ползучести  $C(t, t_0)$  вычисляют по формуле:

$$C(t, t_0) = C(\infty, 28) \cdot (c + d \cdot e^{-\gamma t_0}) \cdot (1 - k \cdot e^{-\gamma_1(t-t_0)}) = 3,97 \cdot 10^{-5} \cdot (0,5 + 0,625 \cdot e^{-0,008 \cdot 30}) \cdot (1 - 0,8 \cdot e^{-0,004(90-30)}) = 1,46 \cdot 10^{-5} \text{ МПа}^{-1}, \quad (23)$$

где  $c = 0,5$  и  $k = 0,8$  — эмпирические коэффициенты.

Значения  $\gamma = 0,008 \text{ сут}^{-1}$ ,  $\gamma_1 = 0,004 \text{ сут}^{-1}$  и  $d = 0,625$  зависят от модуля открытой поверхности (для рассматриваемого случая  $M_0 < 10 \text{ м}^{-1}$ ).

Предельное значение меры ползучести  $C(\infty, 28)$  определяют по формуле:

$$C(\infty, 28) = C^N(\infty, 28) \cdot \xi_{1c} \cdot \xi_{2c} \cdot \xi_{3c} = 6,69 \cdot 10^{-5} \cdot 1 \cdot 0,594 \cdot 1 = 3,97 \cdot 10^{-5} \text{ МПа}^{-1}, \quad (24)$$

где  $\xi_{1c} = 1$  — коэффициент, учитывающий относительную прочность бетона и возраст в момент загрузки;

$\xi_{2c} = 0,594$  — коэффициент, учитывающий величину модуля открытой поверхности элемента (для рассматриваемого случая  $M_0 = 3,0 \text{ м}^{-1}$ );

$\xi_{3c} = 1$  — коэффициент, учитывающий относительную влажность окружающей среды.

Величина  $C^N(\infty, 28)$  зависит от состава бетонной смеси и определяется по формуле:

$$C^N(\infty, 28) = k_c \cdot \left( \frac{W + v}{B + 4} \right) = 15,5 \cdot 10^{-6} \cdot \left( \frac{160 + 30}{40 + 4} \right) = 6,69 \cdot 10^{-5} \text{ МПа}^{-1}, \quad (25)$$

где  $W = 160 \text{ л/м}^3$  и  $v = 30 \text{ л/м}^3$  — удельное количество воды затворения и содержание вовлеченного воздуха в бетонной смеси;

$k_c = 15,5 \cdot 10^{-6}$  — безразмерный коэффициент для бетонов на крупном заполнителе;

$B$  — класс бетона по прочности на сжатие.

Предельное значение относительных деформаций усадки  $\epsilon_s(\infty, t_0)$  вычисляют по формуле:

$$\epsilon_s(\infty, t_0) = \epsilon_s^N(\infty, 7) \cdot \xi_{1s} \cdot \xi_{2s} \cdot \xi_{3s} = 3,67 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 0,412 \cdot 1 = 1,51 \cdot 10^{-4}, \quad (26)$$

где  $\xi_{1s} = 1$  — коэффициент, учитывающий относительную прочность бетона и возраст в момент загрузки;

$\xi_{2s} = 0,412$  — коэффициент, учитывающий величину модуля открытой поверхности элемента (для рассматриваемого случая  $M_0 = 3,0 \text{ м}^{-1}$ );

$\xi_{3s} = 1$  — коэффициент, учитывающий относительную влажность окружающей среды.

Величину  $\epsilon_s^N(\infty, 7)$  вычисляют по формуле:

$$\epsilon_s^N(\infty, 7) = k_s \cdot (W + v)^{1,5} = 1,4 \cdot 10^{-7} \cdot (160 + 30)^{1,5} = 3,67 \cdot 10^{-4}, \quad (27)$$

где  $k_s = 1,4 \cdot 10^{-7}$  — безразмерный коэффициент для тяжелых бетонов.

Деформации усадки бетона  $\epsilon_s(t, t_w)$  в момент времени  $t$  вычисляют по формуле:

$$\epsilon_s(t, t_0) = \epsilon_s(\infty, t_0) \cdot \left[ 1 - e^{-\alpha_s(t-t_0)} \right] = 1,51 \cdot 10^{-4} \cdot \left[ 1 - e^{-0,004(90-30)} \right] = 3 \cdot 22 \cdot 10^{-5}, \quad (28)$$

$\alpha_s = 0,004$  — параметр, характеризующий скорость нарастания деформаций усадки во времени и зависящий от модуля открытой поверхности (для рассматриваемого случая  $M_0 < 10 \text{ м}^{-1}$ ).

Потери преднапряжения под действием усадки, ползучести и собственного веса вычислим по упрощенной формуле в соответствии с [15]:

$$\Delta P_n = \frac{A_s \cdot \epsilon_s(t, t_0) \cdot E_p + \alpha \cdot \varphi(t, t_0) \cdot |\sigma_c|}{1 + \alpha \cdot \frac{A_s}{A_b} \cdot \left( 1 + \frac{A_b}{I_b} \cdot e^2 \right) \cdot [1 + 0,8 \cdot \varphi(t, t_0)]} = \frac{0,00855 \cdot 3,22 \cdot 10^{-5} \cdot 1,95 \cdot 10^8 + 5,417 \cdot 0,53 \cdot 8804}{1 + 5,417 \cdot \frac{0,00855}{2} \cdot \left( 1 + \frac{2}{0,6667} \cdot 0,8^2 \right) \cdot [1 + 0,8 \cdot 0,53]} = \frac{269,8}{1,096} = 246,2 \text{ кН}, \quad (29)$$

где  $\sigma_c$  — напряжение в бетоне, прилегающем к пучкам, вызванное собственным весом и начальным предварительным напряжением.

Таким образом, потери предварительного напряжения под действием эффектов ползучести и усадки составили 2,2 %.

Усилие преднапряжения с учетом потерь составит:

$$P_{nl} = P_n - \Delta P_n = 11184 - 246,2 = 10938 \text{ кН.} \quad (30)$$

Изгибающий момент преднапряжения с учетом потерь составит:

$$M_{nl} = P_{nl} \cdot e = 10938 \cdot 0,8 = 8750 \text{ кНм.} \quad (31)$$

Определим растягивающие напряжения от преднапряжения в верхней фибре сечения:

$$\sigma_{в1} = \frac{M_{nl}}{W_b} - \frac{P_{nl}}{A_b} = \frac{8750}{0,6667} - \frac{10938}{2} = 7655 \text{ кН/м}^2. \quad (32)$$

Сжимающие напряжения от преднапряжения в нижней фибре сечения составят:

$$\sigma_{н1} = -\frac{M_{nl}}{W_b} - \frac{P_{nl}}{A_b} = -\frac{8750}{0,6667} - \frac{10938}{2} = -18593 \text{ кН/м}^2. \quad (33)$$

Найдем относительные деформации верхней фибры:

$$\varepsilon_{в1} = \frac{\sigma_{в1}}{E_b} = \frac{7655}{36 \cdot 10^6} = 2,13 \cdot 10^{-4}. \quad (34)$$

Соответственно, для нижней:

$$\varepsilon_{н1} = \frac{\sigma_{н1}}{E_b} = \frac{-18593}{36 \cdot 10^6} = -5,16 \cdot 10^{-4}. \quad (35)$$

Угол поворота  $\varphi_n$  составит:

$$\varphi_n = \frac{\varepsilon_{в1} - \varepsilon_{н1}}{H} = \frac{2,13 \cdot 10^{-4} + 5,16 \cdot 10^{-4}}{2} = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ рад.} \quad (36)$$

В соответствии с формулой (8) определим выгиб балки в середине пролета под действием предварительного напряжения:

$$\Delta_p = \frac{M_{nl} \cdot L^2}{8 \cdot E_b \cdot I_b} = \frac{8750 \cdot 33^2}{8 \cdot 36 \cdot 10^6 \cdot 0,6667} = 0,05 \text{ м} = 50 \text{ мм;} \quad (37a)$$

$$\Delta_p = \left| \varphi_n \cdot \frac{L^2}{8} \right| = 3,6 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{33^2}{8} = 0,05 \text{ м} = 50 \text{ мм.} \quad (37b)$$

Таким образом, суммарный выгиб балки с учетом нагрузки от собственного веса составит:

$$\Delta = \Delta_p - \Delta_w = 50 - 32 = 18 \text{ мм.} \quad (38)$$

## Заключение

Прогнозирование долгосрочного поведения преднапряженных бетонных мостов играет ключевую роль в их проектировании и эксплуатации. Понимание причин и механизмов долгосрочных деформаций, а также использование соответствующих методов и моделей обеспечивают безопасность и долговечность транспортной инфраструктуры. Дальнейшие исследования в этой области могут улучшить методы прогнозирования и повысить эффективность проектирования преднапряженных железобетонных мостов.

## Библиографический список

1. ACI Committee 209. Guide for Modeling and Calculating Shrinkage and Creep in Hardened Concrete (ACI 209.2R-08). American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2008. P. 249–260.
2. Al-Manaseer A., Lam J. Statistical Evaluation of Shrinkage and Creep Models // A C1 Materials journal. 2005. № 102 (3). P. 170–176.
3. Al-Omaishi N., Tadros M.K., Seguirant S.J. Elasticity, Modulus, Shrinkage, and Creep of High-

Strength Concrete as Adopted by AASHTO // PCI Journal. 2009. № 54 (3). P. 44–63.

4. Bazant Z. P. Model B4 for creep, drying shrinkage and autogenous shrinkage of normal and high strength concretes with multi-decade applicability // Materials and Structures. 2015. № 48. P. 753–770.

5. Excessive Deflections of Record Span Prestressed Box Girder / Z. P. Bazant [et al.] // Concrete International. 2010. № 32 (6). P. 44–52.

6. Bazant Z. P., Yu Q., Li H. G. Excessive long-time deflections of prestressed boxgirders // II: numerical analysis and lessons learned ASCE Journal of Structural Engineering. 2012. № 138 (6). P. 687–696.

7. Effect of creep on preamber of rigid frame bridges / H. Guojing [et al.] // Cent. South Univ. Technol. 2008. № 15. P. 337–341.

8. Naaman A. E. Prestressed concrete analysis and design: fundamentals. Ann Arbor: Techno Press 3000, 2004.

9. Nawy E. G. Prestressed Concrete — A Fundamental Approach. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc., 2010.

10. Tadros M. K., Fawzy F., Hanna K. E. Precast, Prestressed Girder Camber Variability // PCI Journal. 2011. № 56 (1). P. 135–154.

11. Vokunnaya S. S., Tanaji T. Construction stage analysis of segmental cantilever bridge // International Journal of Civil Engineering and Technology (IJCI-ET). 2017. № 8 (2). P. 373–382.

12. Колмогоров А. Г., Плевков В. С. Расчет железобетонных конструкций по российским и зарубежным нормам. Томск: Печатная мануфактура, 2009. 496 с.

13. СП 35.13330.2011. Мосты и трубы. Актуализированная редакция СНиП 2.05.03-84\*. Введ. 20.05.2011. Изм. 29.12.2020. М.: Стандартинформ, 2019.

14. Рекомендации по учету ползучести и усадки бетона при расчете бетонных и железобетонных конструкций НИИЖБ Госстроя СССР. М.: Стройиздат, 1988.

15. EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2: Design of concrete structures. European Committee for Standardization, Brussels, 2004.

Дата поступления: 18.07.24

Решение о публикации: 29.08.24

#### Контактная информация:

АВХИМОВИЧ Роман Александрович — АО «Институт Гипростроймост — Санкт-Петербург», руководитель группы; ФГБОУ ВО ПГУПС, кафедра «Мосты», аспирант; r.avhimovich@spb.gpsm.ru; SPIN-код: 6177-8105.

ЧИЖОВ Сергей Владимирович — ФГБОУ ВО ПГУПС, кафедра «Мосты», заведующий кафедрой / доцент, канд. техн. наук; sergchizh@yandex.ru; SPIN-код: 6419-1111

## A review of long-term behavior prediction methods for prestressed concrete bridges

R. A. Avkhimovich<sup>1, 2</sup>, S. V. Chizhov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Emperor Alexander I Petersburg State Transport University, 9, Moskovsky pr., Saint Petersburg, 190031, Russia.

<sup>2</sup> Institute Giprostroymost – St. Petersburg JSC, 7, Yablochkova St., Saint Petersburg, 197198, Russia.

**For citation:** Avkhimovich R. A., Chizhov S. V. A review of long-term behavior prediction methods for prestressed concrete bridges // Proceedings of Petersburg Transport University. 2024. Vol. 21, iss. 3. P. 729–743. (In Russian) DOI: 10.20295/1815-588X-2024-03-729-743

## Abstract

**Purpose:** to analyze the causes of long-term deformations of prestressed concrete bridge spans and the problems associated with their prediction. To provide a brief overview of existing methods for predicting the long-term behavior of prestressed concrete bridges. The relevance of the problem is due to the need to ensure the reliability and durability of these structures, which are widely used in modern bridge construction. The objective of this paper is to identify factors that influence the development of long-term deformations and to develop approaches for their accurate prediction. **Methods:** the study examines the long-term deformations of prestressed concrete bridge spans and the problems associated with their prediction using existing bridge structures as examples. Existing methods for predicting long-term deformations in prestressed concrete are evaluated. In particular, the effects of high-strength reinforcement relaxation and the effects of concrete creep and shrinkage are analyzed. **Results:** accurate prediction of long-term deformations is a complex task that requires consideration of many factors, such as prestress losses, environmental conditions, material properties, and structural characteristics of bridges. The methods discussed in this paper, including the multiplier method and the approximate time interval method, demonstrate their effectiveness in evaluating long-term deformations. However, further research is needed to improve the prediction methods and increase the efficiency of prestressed concrete bridge design. **Practical significance:** provides design engineers with specific methods and approaches for evaluating the long-term behavior of prestressed concrete bridges. Application of these methods can reduce the risk of excessive deformations and deflections, ultimately ensuring the safety and reliability of bridge structures.

**Keywords:** prestressed concrete, bridge, prediction of long-term concrete deformations, shrinkage, creep, prestress losses

## References

1. ACI Committee 209. Guide for Modeling and Calculating Shrinkage and Creep in Hardened Concrete (ACI 209.2R-08). American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2008. P. 249–260.
2. Al-Manaseer A., Lam J. Statistical Evaluation of Shrinkage and Creep Models // *ACI Materials Journal*. 2005. № 102 (3). P. 170–176.
3. Al-Omaishi N., Tadros M. K., Seguirant S. J. Elasticity, Modulus, Shrinkage, and Creep of High-Strength Concrete as Adopted by AASHTO // *PCI Journal*. 2009. № 54 (3). P. 44–63.
4. Bazant Z. P. Model B4 for creep, drying shrinkage and autogenous shrinkage of normal and high strength concretes with multi-decade applicability // *Materials and Structures*. 2015. № 48. P. 753–770.
5. Excessive Deflections of Record Span Prestressed Box Girder / Z. P. Bazant [et al.] // *Concrete International*. 2010. № 32(6). P. 44–52.
6. Bazant Z. P., Yu Q., Li H. G. Excessive long-time deflections of prestressed boxgirders // II: numerical analysis and lessons learned *ASCE Journal of Structural Engineering*. 2012. № 138 (6). P. 687–696.
7. Effect of creep on preamber of rigid frame bridges / H. Guojing [et al.] // *Cent. South Univ. Technol.* 2008. № 15. P. 337–341.
8. Naaman A. E. Prestressed concrete analysis and design: fundamentals. Techno Press 3000, Ann Arbor, MI, 2004.
9. Nawy E. G. Prestressed Concrete — A Fundamental Approach. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc., 2010.
10. Tadros M. K., Fawzy F., Hanna K. E. Precast, Prestressed Girder Camber Variability // *PCI Journal*. 2011. № 56 (1). P. 135–154.
11. Vokunnaya S. S., Tanaji T. Construction stage analysis of segmental cantilever bridge // *International Journal of Civil Engineering and Technology (IJCIET)*. 2017. № 8 (2). P. 373–382.
12. Kolmogorov A. G., Plevkov V. S. Raschet zhelezobetonnykh konstrukcij po rossijskim i zarubezhnym normam. Tomsk: Pechatnaya manufaktura, 2009. 496 s. (In Russian)

13. SP 35.13330.2011. Mosty i truby. Aktualizirovannaya redakciya SNiP 2.05.03–84\*. Vved. 20.05.2011. Izm. 29.12.2020. M.: Standartinform, 2019. (In Russian)

14. Rekomendacii po uchetu polzuchesti i usadki betona pri raschete betonnyh i zhelezobetonnyh konstrukcij NIIZHB Gosstroya SSSR. M.: Strojizdat, 1988. (In Russian)

15. EN 1992-1-1:2004. Eurocode 2: Design of concrete structures // European Committee for Standardization, Brussels, 2004. (In Russian)

Received: 18.07.24

Accepted: 29.08.24

**Author's information:**

Roman A. AVKHIMOVICH — Team Lead, Institute Giprostroymost — St. Petersburg JSC. Russia, Saint Petersburg; Postgraduate Student, Bridges Department, PGUPS; r.avhimovich@spb.gpsm.ru; SPIN-code: 6177-8105.

Sergey V. CHIZHOV — PhD in Engineering, Associate Professor, Head of the Bridges Department, PGUPS; sergchizh@yandex.ru; SPIN-code: 6419-1111.