

Системы и устройства автоматики и телемеханики

УДК 621.391; 629.78

И. Д. Долгий, д-р техн. наук

Кафедра «Автоматика и телемеханика на железнодорожном транспорте»,
Ростовский государственный университет путей сообщения

**И. Н. Розенберг, д-р техн. наук,
А. А. Баяндурова**

Кафедра «Геодезия, геоинформатика и навигация»,
Российский университет транспорта (МИИТ)

СИНТЕЗ ТЕСНО ИНТЕГРИРОВАННОЙ ИНЕРЦИАЛЬНО-СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ЛОКОМОТИВА НА ОСНОВЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЕГО ДВИЖЕНИЯ

Рассматривается возможность использования аналитической модели траектории движения локомотива при синтезе его тесно интегрированной инерциально-спутниковой навигационной системы. Ввиду того что алгоритмы интеграции бесплатформенных инерциальных навигационных систем и спутниковых навигационных систем сформированы в большинстве случаев либо на основе дифференциальной модели движения локомотива, либо на основе уравнений ошибок инерциальных навигационных систем, информация об изменении траектории локомотива весьма ограничена в точности, что влечет за собой значительные ошибки инерциально-спутниковых систем при их тесной интеграции или быструю расходимость процесса фильтрации при пропадании спутниковых сообщений. Поскольку локомотивы движутся по заранее известным высокоточным пространственным траекториям, предлагается использовать пространственные модели пути, которые значительно упростят решение навигационной задачи. Показано, что применение данной модели сокращает размерность оцениваемого вектора навигационных параметров, уменьшая вычислительные затраты, и позволяет принципиально решить задачу апостериорной оценки параметров движения автономными измерителями при пропадании спутниковых сообщений. Точность, достигнутая при исследовании, указывает на возможность эффективного использования предложенного подхода и реализацию заявленных преимуществ.

инерциальные навигационные системы; спутниковые навигационные системы; пространственные модели пути; тесная интеграция; апостериорная оценка; нелинейная фильтрация

Введение

В настоящее время алгоритмы интеграции бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) и спутниковых навигационных систем (СНС) формируются в основном или на основе дифференциальной модели движения локомотива [1], или на основе так называемых уравнений ошибок инерциальной системы [2]. Оба случая предполагают априорную информацию об изменении траектории локомотива во времени, что для подавляющего большинства локомотивов возможно лишь с весьма ограниченной точностью и на небольших интервалах времени. Последнее обстоятельство приводит или к значительным ошибкам инерциально-спутниковых систем в режиме их тесной интеграции, или к быстрой расходимости процесса фильтрации при пропадании спутниковых сообщений [3]. В то же время для навигации локомотивов, движущихся по заранее известным с высокой точностью пространственным траекториям, возможно использование пространственных моделей пути, существенно упрощающих решение навигационной задачи и повышающих его точность [4]. При этом необходимо подчеркнуть, что данные модели формируются на основе геодезических измерений или соответствующей картографической информации и инвариантны по отношению к характеру движения локомотива и виду его модели.

1 Постановка задачи

Задача настоящего исследования – показать, что использование подобных пространственных моделей не требует линеаризации навигационных уравнений (как при построении уравнений ошибок), повышает точность позиционирования; сокращает размерность оцениваемого вектора навигационных параметров, уменьшая вычислительные затраты; расширяет вектор наблюдений, позволяя принципиально решить задачу апостериорной оценки параметров движения автономными измерителями при пропадании спутниковых сообщений.

Рассмотрим механизм возникновения этих преимуществ подробнее.

2 Математическая модель тесно интегрированной навигационной системы

При описании движения локомотива будем использовать следующие правые системы координат (СК) [2, 5]:

– приборную СК $J Oxyz$, начало которой расположено в центре масс локомотива, а оси направлены по взаимно ортогональным осям чувствительности приборов измерительного комплекса БИНС;

– инерциальную СК $I O\eta\xi\zeta$ с началом в центре Земли;

– вращающуюся вместе с Землей гринвичскую СК $G O\eta_1\xi_1\zeta_1$;

– сопровождающую $S OXYZ$, начало которой совпадает с центром масс локомотива, ось Y совпадает с направлением местного меридиана, ось Z направлена к центру Земли, а ось X дополняет систему до правой.

Допустим также, что в измерительный комплекс БИНС входят три акселерометра и три датчика угловой скорости [6]. В качестве модели шумов измерений чувствительных элементов примем белый гауссовский шум [7]. Такой подход не накладывает принципиальных ограничений на решение поставленной задачи, поскольку путем расширения вектора состояния за счет введения формирующих фильтров можно, как известно, получить модель помехи чувствительных элементов с заданными статистическими характеристиками.

При сделанном выборе системы координат система уравнений навигационных параметров исследуемой БИНС, инвариантная к характеру движения локомотива и виду его физической модели, как показано в [5], имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} \frac{\sin \gamma}{\cos \beta} & \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} & 0 \\ \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma \operatorname{tg} \beta & \cos \gamma \operatorname{tg} \beta & 1 \end{vmatrix} (Z_d - W_d) = \Phi(\beta, \gamma)(Z_d - W_d); \\ \begin{vmatrix} \dot{\lambda} \\ \dot{\phi} \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} 0 & (\cos \varphi)^{-1} \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -V_Y \\ V_X \end{vmatrix} (r+h)^{-1}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} \dot{V}_X \\ \dot{V}_Y \\ \dot{V}_Z \end{vmatrix} &= C^T(\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \varphi) Z_a + \left(\begin{vmatrix} 0 \\ 2\Omega \cos \varphi \\ \Omega \sin \varphi \end{vmatrix} + (r+h)^{-1} \begin{vmatrix} -V_Y \\ V_X \\ V_X \operatorname{tg} \varphi \end{vmatrix} \right) \times \begin{vmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{vmatrix} - \\ &- \begin{vmatrix} 0 \\ -\Omega^2 (r+h) \cos \varphi \sin \varphi \\ \Omega^2 (r+h) \cos^2 \varphi + g \end{vmatrix} - C^T(\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \varphi) W_a, \quad \dot{h} = V_Z, \end{aligned}$$

где α, β, γ – углы Эйлера, определяющие ориентацию трехгранника приборной СК относительно инерциальной СК; $Z_d = \begin{bmatrix} Z_x & Z_y & Z_z \end{bmatrix}^T$ – вектор измерений трех ортогональных датчиков угловой скорости; $W_d = \begin{bmatrix} W_x & W_y & W_z \end{bmatrix}^T$ – вектор аддитивных помех измерения этих датчиков (белый гауссовский шум с нулевым средним и матрицей интенсивностей D_d); λ – долгота; φ – широта; h – высота локомотива; V_x, V_y, V_z – проекции линейной скорости локомотива на соответствующие оси сопровождающей СК; r – радиус Земли; Ω – угловая скорость вращения Земли; g – гравитационное ускорение; $Z_a = \begin{bmatrix} Z_{ax} & Z_{ay} & Z_{az} \end{bmatrix}^T$ – вектор выходных сигналов акселерометров; $W_a = \begin{bmatrix} W_{ax} & W_{ay} & W_{az} \end{bmatrix}^T$ – вектор помех акселерометров (белый гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием и матрицей интенсивностей D_a); $C(\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \varphi) = D(\alpha, \beta, \gamma)B^T(\lambda, \varphi)$ – матрица направляющих косинусов, определяющая ориентацию сопровождающей СК относительно приборной СК; $D(\alpha, \beta, \gamma)$ – матрица поворота 2-го рода [8], определяющая ориентацию приборной СК относительно инерциальной СК (2); $B = D(\lambda + \Omega t = \psi, -\varphi, 0)$ – матрица 2-го рода, определяющая ориентацию сопровождающей СК относительно инерциальной СК;

$$D(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{vmatrix} \sin\beta\sin\alpha\sin\gamma + \cos\beta\cos\gamma & \cos\alpha\sin\gamma & \cos\beta\sin\alpha\sin\gamma - \sin\beta\cos\gamma \\ \sin\beta\sin\alpha\cos\gamma - \cos\beta\sin\gamma & \cos\alpha\cos\gamma & \cos\beta\sin\alpha\cos\gamma + \sin\beta\sin\gamma \\ \sin\beta\cos\alpha & -\sin\alpha & \cos\beta\cos\alpha \end{vmatrix}. \quad (2)$$

Следует подчеркнуть, что наблюдение (а следовательно, и апостериорная оценка на основе существующих методов теории стохастической фильтрации) приведенного полного вектора навигационных параметров возможно только с помощью внешних измерителей (в частности, СНС), так как информационные модели всех параметров уже использованы в уравнениях вектора состояния БИНС. Используя в качестве системы внешних измерений СНС, далее рассмотрим только кодовые и доплеровские измерения как дающие полное представление о принципах решения задачи построения интегрированной навигационной системы (НС) на основе пространственных моделей пути.

В стандартном (автономном) режиме информационный сигнал кодовых измерений (псевдодальность) может быть записан следующим образом [1, 9]:

$$Z_R = \sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2} + W_{Z_R}, \quad (3)$$

где ξ_c, η_c, ζ_c – известные координаты спутника в гринвичской СК; ξ, η, ζ – текущие координаты локомотива в гринвичской СК; W_{Z_R} – белый гауссовский шум с нулевым средним и известной дисперсией $D_{Z_R}(t)$, обусловленный алгоритмически нескомпенсированными ошибками часов спутников и приемника, задержками сигнала при прохождении ионосферы и тропосферы, ошибками многолучевости и инструментальными погрешностями.

Информационный сигнал доплеровских измерений (псевдоскорости) Z_V в автономном режиме может быть представлен формулой [1, 9]:

$$Z_V = [(\xi_c - \xi)(V_{\xi_c} - V_{\xi}) + (\eta_c - \eta)(V_{\eta_c} - V_{\eta}) + (\zeta_c - \zeta)(V_{\zeta_c} - V_{\zeta})] \times \\ \times (\sqrt{(\xi_c - \xi)^2 + (\eta_c - \eta)^2 + (\zeta_c - \zeta)^2})^{-1} + W_{Z_V}, \quad (4)$$

где $V_{\xi_c}, V_{\eta_c}, V_{\zeta_c}$ – проекции вектора скорости спутника на оси гринвичской СК; $V_{\xi}, V_{\eta}, V_{\zeta}$ – проекции вектора скорости локомотива на оси гринвичской СК; W_{Z_V} – белый гауссовский шум с нулевым средним и известной дисперсией $D_{Z_V}(t)$, обусловленный аппаратурными погрешностями приемника локомотива и передатчика спутника, погрешностями многолучевости и случайными погрешностями измерения.

Для возможности использования измерительных сигналов (3), (4) в качестве наблюдателей вектора состояния НС, описываемого системой (1), выразим входящие в них переменные через навигационные параметры в сопровождающей СК. Для координат локомотива имеем:

$$\xi = (r + h) \cos \varphi \sin \lambda, \quad \eta = (r + h) \sin \varphi, \quad \zeta = (r + h) \cos \varphi \cos \lambda. \quad (5)$$

При определении проекций скорости учтем, что связь вектора скорости в гринвичской СК $V_G = [V_{\xi} \ V_{\eta} \ V_{\zeta}]^T$ с вектором скорости $V_S = [V_X \ V_Y \ V_Z]^T$ в сопровождающей СК определяется матрицей $B = D(-\varphi, \lambda, 0) = B(\varphi, \lambda)$ ориентации сопровождающей СК относительно гринвичской СК: $V_S = B(\varphi, \lambda) V_G$, откуда прямо следует возможность представления вектора V_G через навигационные параметры локомотива:

$$V_G = B^T(\varphi, \lambda) V_S. \quad (6)$$

Исходя из (5), (6), сигналы кодовых и доплеровских измерений можно представить как информационные модели наблюдателей вектора состояния НС (1):

$$\begin{aligned}
& Z_R = \\
& = \sqrt{(\xi_c - (r+h)\cos\varphi\sin\lambda)^2 + (\eta_c - (r+h)\sin\varphi)^2 + (\zeta_c - (r+h)\cos\varphi\cos\lambda)^2} + \\
& \quad + W_{Z_R} = H_R(\varphi, \lambda, h) + W_{Z_R}; \\
& Z_V = [(\xi_c - (r+h)\cos\varphi\sin\lambda)(V_{\xi_c} - B_{(1)}^T(\varphi, \lambda)V_S) + (\eta_c - \\
& \quad - (r+h)\sin\varphi)(V_{\eta_c} - B_{(2)}^T(\varphi, \lambda)V_S) + \\
& \quad + (\zeta_c - (r+h)\cos\varphi\cos\lambda)(V_{\zeta_c} - B_{(3)}^T(\varphi, \lambda)V_S)] \times \\
& \quad \times \left(\sqrt{(\xi_c - (r+h)\cos\varphi\sin\lambda)^2 + (\eta_c - (r+h)\sin\varphi)^2 + (\zeta_c - (r+h)\cos\varphi\cos\lambda)^2} \right)^{-1} + \\
& \quad + W_{Z_V} = H_V(\varphi, \lambda, h, V_S) + W_{Z_V}, \tag{7}
\end{aligned}$$

где $B_{(i)}^T(\varphi, \lambda)$ – i -я строка матрицы $B^T(\varphi, \lambda)$.

Анализируя полученные уравнения спутниковых наблюдателей, можно сделать вывод о том, что сигналы измерения (7) содержат информацию обо всех навигационных параметрах линейного движения локомотива, но не обеспечивают наблюдения параметров вращения приборного трехгранника относительно центра масс локомотива (подобная ситуация является типичной для существующих алгоритмов фильтрации в сопровождающей НС [10, 11]). Другими словами, использование только спутниковых измерений может привести к неустойчивости процесса оценки угловых параметров локомотива. Использование пространственных моделей пути принципиально меняет ситуацию.

3 Анализ и синтез пространственных моделей пути

Предварительно сделаем два допущения, не касающихся принципа использования пространственных моделей пути при интеграции НС [12], но существенно упрощающих построение самих моделей изменения долготы λ и высоты h . Будем считать, что на известных заданных N участках пространственной траектории углы ее наклона по отношению к местному меридиану (азимутальные углы) известны, постоянны и равны A_i , а по отношению к плоскости местного горизонта (углы возвышения) также известны, постоянны и равны ϑ_i , $i = 1, \dots, N$. Эти предположения для железных дорог справедливы с высокой точностью. Для долготы λ аналитическая модель ее из-

менения при постоянном азимутальном угле пространственной траектории A известна – это так называемая локсодромическая модель [1]:

$$\lambda(\varphi) = \lambda_0 + \operatorname{tg} A \cdot \ln \frac{\left| \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right|}{\left| \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi_0}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right|} = \lambda_0 + \operatorname{tg} A \cdot \ln \left(C \left| \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right| \right),$$

где $C = \left| \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi_0}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right|^{-1} = \operatorname{const}$; λ_0 – начальное значение долготы участка пути с постоянным известным азимутальным углом A ; φ_0 – начальное значение его широты.

Это позволяет представить обобщенную модель для всей траектории в виде

$$\lambda(\varphi) = \sum_{i=1}^N \left[\lambda_{i0} + \operatorname{tg} A_i \cdot \ln \left(C_i \left| \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \right| \right) \right] \delta(A - A_i),$$

где $\delta(A - A_i)$ – дельта-функция; λ_{i0} – начальное значение долготы участка пути с постоянным известным азимутальным углом A_i ; N – число участков пути с постоянным известным азимутальным углом.

Для высоты h модель ее изменения при постоянном угле возвышения пространственной траектории ϑ получим исходя из следующих построений.

Используя приведенные в (1) уравнения широты и высоты:

$$\dot{\varphi} = V_Y (r + h)^{-1}, \quad \dot{h} = V_Z,$$

а также представления проекций линейной скорости V_Y , V_Z с учетом принятых допущений:

$$V_Z = \sqrt{V_X^2 + V_Y^2 + V_Z^2} \cdot \sin \vartheta; \quad V_Y = \sqrt{V_X^2 + V_Y^2 + V_Z^2} \cdot \cos \vartheta \cos A; \quad A, \vartheta = \operatorname{const},$$

разделим уравнение высоты на уравнение широты. Получим уравнение:

$$\frac{dh}{d\varphi} = \frac{\sin \vartheta (r + h)}{\cos \vartheta \cos A},$$

которое легко интегрируется методом разделения переменных:

$$\int_{h_0}^h \frac{dh}{(r+h)} = \operatorname{tg} \vartheta \sec A \int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi,$$

т. е. $\ln \frac{(r+h)}{(r+h_0)} = \operatorname{tg} \vartheta \sec A (\varphi - \varphi_0)$, откуда находим искомую аналитическую модель высоты в зависимости от изменения широты локомотива:

$$h = (r+h_0) \exp(\operatorname{tg} \vartheta \sec A (\varphi - \varphi_0)) - r,$$

где h – текущее изменение высоты; h_0, φ_0 – начальные значения высоты и широты на участке постоянных углов A и ϑ .

Найденная зависимость позволяет построить на основе кусочно-постоянной аппроксимации изменения углов A и ϑ обобщенную кусочно-нелинейную модель высоты на всем протяжении пути аналогично приведенной выше модели долготы:

$$h(\varphi) = \sum_{i=1}^N ((r+h_i) \exp(\operatorname{tg} \vartheta_i \sec A_i (\varphi - \varphi_i)) - r) \delta(A - A_i) \delta(\vartheta - \vartheta_i),$$

где $\delta(A - A_i), \delta(\vartheta - \vartheta_i)$ – двумерная дельта-функция; h_i, φ_i – начальные значения высоты и широты участка пути с постоянными известными углами A_i, ϑ_i ; N – число участков пути с постоянными углами A_i, ϑ_i .

Последующий синтез навигационных алгоритмов проведем только для одного участка траектории с известными углами A и ϑ , имея в виду возможность элементарного перенесения полученных результатов на все остальные ее участки. Перед использованием рассмотренных выше пространственных моделей пути отметим предварительно следующий двойной эффект от их применения.

Во-первых, сокращается размерность уравнений состояния НС (1), так как отпадает необходимость в уравнениях, описывающих динамику изменения λ, h , а следовательно, и проекций скорости V_x, V_z .

Проекция скорости V_z, V_x в этом случае определяются через проекцию линейной скорости V_Y : $V_z = V_Y \sec A \operatorname{tg} \vartheta, V_x = V_Y \operatorname{tg} A$.

Во-вторых, принципиальным обстоятельством здесь является то, что отсутствие необходимости использования уравнений проекций V_x, V_z в уравнениях вектора состояния позволяет использовать их, как будет показано ниже, для построения автономного наблюдателя этого вектора, обеспечивающего апостериорную оценку при пропадании спутниковых измерений. Рассмотрим построение навигационного фильтра при использовании данных пространственных моделей пути более подробно.

4 Синтез навигационных алгоритмов тесно интегрированной инерциально-спутниковой системы

При синтезе навигационных алгоритмов уравнения состояния приобретают достаточно простой вид:

$$\begin{vmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{vmatrix} = \Phi(\beta, \gamma)(Z_d - W_d); \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \dot{Y}_Y = & C_{(2)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi)Z_a - (2\Omega \sin \varphi + V_Y \operatorname{tg} A \operatorname{tg} \varphi (r + h(\varphi))^{-1}) V_Y \operatorname{tg} A - \\ & - V_Y^2 (r + h(\varphi))^{-1} \sec A \operatorname{tg} \vartheta + \Omega^2 (r + h(\varphi)) \cos \varphi \sin \varphi - C_{(2)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi)W_a, \end{aligned}$$

где $C_{(2)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi)$ – 2-я строка матрицы $C^T(\alpha, \beta, \gamma, \lambda(\varphi), \varphi)$.

В векторной форме Ланжевена, исходной для построения апостериорных оценок, уравнения (8) описываются следующим образом:

$$\dot{Y} = F(Y, t) + F_1(Y, t)\xi, \quad (9)$$

где $Y = [\alpha \ \beta \ \gamma \ \varphi \ V_Y]^T$, $Y(0) = Y_0$, $\xi = [W_d^T \ W_a^T]^T$; функции $F(Y, t)$, $F_1(Y, t)$ приведены ниже:

$$F(Y, t) = \begin{vmatrix} \Phi(\beta, \gamma)Z_d \\ V_Y (r + h(\varphi))^{-1} \\ C_{(2)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi)Z_a - (2\Omega \sin \varphi + V_Y \operatorname{tg} A \operatorname{tg} \varphi (r + h(\varphi))^{-1}) V_Y \operatorname{tg} A - \\ - V_Y^2 (r + h(\varphi))^{-1} \sec A \operatorname{tg} \vartheta + \Omega^2 \cos \varphi \sin \varphi (r + h(\varphi)) \end{vmatrix};$$

$$F_1(Y, t) = \begin{vmatrix} -\Phi(\beta, \gamma) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -C_{(2)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) \end{vmatrix}. \quad (10)$$

При использовании спутниковых измерений (7) в качестве наблюдателя вектора Y они также трансформируются соответствующим образом: вместо

переменных h, λ записываются их функциональные зависимости от $\varphi - h(\varphi), \lambda(\varphi)$, а вектор V_S представляется как

$$V_S = |V_Y \operatorname{tg} A V_Y V_Y \sec A \operatorname{tg} \vartheta|^T = | \operatorname{tg} A \sec A \operatorname{tg} \vartheta|^T V_Y,$$

т. е. в данном случае измерения и функции наблюдения СНС выглядят как

$$Z_R = H_R(\varphi) + W_{Z_R}, \quad Z_V = H_V(\varphi, V_Y) + W_{Z_V}. \quad (11)$$

Но главное в приведенной трансформации вектора состояния – это возможность построения автономного наблюдателя навигационных параметров на основе выходных сигналов акселерометров. С этой целью представим уравнения проекций скорости V_X, V_Z (не вошедшие в (8)) следующим образом (учитывая связи проекций линейной скорости $V_X = V_Y \operatorname{tg} A, V_Z = V_Y \sec A \operatorname{tg} \vartheta$):

$$\begin{aligned} \dot{V}_Y \operatorname{tg} A &= C_{(1)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) Z_a + \left(2\Omega \sin \varphi + V_Y \operatorname{tg} A \operatorname{tg} \varphi (r + h(\varphi))^{-1} \right) V_Y - \\ &- \left(2\Omega \cos \varphi + V_Y \operatorname{tg} A (r + h(\varphi))^{-1} \right) V_Y \sec A \operatorname{tg} \vartheta - C_{(1)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) W_a; \\ \dot{V}_Y \sec A \operatorname{tg} \vartheta &= C_{(3)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) Z_a + \left(2\Omega \cos \varphi + V_Y \operatorname{tg} A (r + h(\varphi))^{-1} \right) V_Y \operatorname{tg} A + \\ &+ V_Y^2 (r + h(\varphi))^{-1} - \Omega^2 (r + h(\varphi)) \cos^2 \varphi - g - C_{(3)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) W_a. \end{aligned}$$

Выражая в данных уравнениях производную скорости \dot{V}_Y из ее уравнения, входящего в систему (8), имеем:

$$\begin{aligned} & \left[C_{(2)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) Z_a - \left(2\Omega \sin \varphi + V_Y \operatorname{tg} A \operatorname{tg} \varphi (r + h(\varphi))^{-1} \right) V_Y \operatorname{tg} A - \right. \\ & \quad \left. - V_Y^2 \sec A \operatorname{tg} \vartheta (r + h(\varphi))^{-1} + \Omega^2 (r + h(\varphi)) \cos \varphi \sin \varphi - \right. \\ & \left. - C_{(2)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) W_a \right] \operatorname{tg} A = C_{(1)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) Z_a + \left(2\Omega \sin \varphi + V_Y \operatorname{tg} A \operatorname{tg} \varphi (r + h(\varphi))^{-1} \right) V_Y - \\ & \quad - \left(2\Omega \cos \varphi + V_Y \operatorname{tg} A (r + h(\varphi))^{-1} \right) V_Y \sec A \operatorname{tg} \vartheta - C_{(1)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) W_a; \\ & \left[C_{(2)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) Z_a - \left(2\Omega \sin \varphi + V_Y \operatorname{tg} A \operatorname{tg} \varphi (r + h(\varphi))^{-1} \right) V_Y \operatorname{tg} A - \right. \\ & \left. - V_Y^2 \sec A \operatorname{tg} \vartheta (r + h(\varphi))^{-1} + \Omega^2 (r + h(\varphi)) \cos \varphi \sin \varphi - C_{(2)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) W_a \right] \sec A \operatorname{tg} \vartheta = \\ & \quad = C_{(3)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) Z_a + \left(2\Omega \cos \varphi + V_Y \operatorname{tg} A (r + h(\varphi))^{-1} \right) V_Y \operatorname{tg} A + \\ & \quad + V_Y^2 (r + h(\varphi))^{-1} - \Omega^2 (r + h(\varphi)) \cos^2 \varphi - g - C_{(3)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) W_a. \end{aligned}$$

Выразим из полученных уравнений вектор выходных сигналов двух акселерометров, расположенных, например, по осям приборной СК Ox и Oy (выбор осей здесь не принципиален):

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} Z_{ax} \\ Z_{ay} \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} (c_{12} \operatorname{tg} A - c_{11}) & (c_{22} \operatorname{tg} A - c_{21}) \\ (c_{12} \sec A \operatorname{tg} \vartheta - c_{13}) & (c_{22} \sec A \operatorname{tg} \vartheta - c_{23}) \end{vmatrix}^{-1} \times \\ & \times \left\{ \begin{aligned} & (c_{31} - c_{32} \operatorname{tg} A) Z_{az} + \\ & + \left[(2\Omega \sin \varphi + V_Y \operatorname{tg} A \operatorname{tg} \varphi (r + h(\varphi))^{-1}) V_Y \operatorname{tg} A + \right. \\ & + V_Y^2 \sec A \operatorname{tg} \vartheta (r + h(\varphi))^{-1} - \Omega^2 (r + h(\varphi)) \cos \varphi \sin \varphi \left. \right] \operatorname{tg} A + \\ & + (2\Omega \sin \varphi + V_Y \operatorname{tg} A \operatorname{tg} \varphi (r + h(\varphi))^{-1}) V_Y - \\ & - (2\Omega \cos \varphi + V_Y \operatorname{tg} A (r + h(\varphi))^{-1}) V_Y \sec A \operatorname{tg} \vartheta \\ & (c_{33} - c_{32} \sec A \operatorname{tg} \vartheta) Z_{az} + \\ & + \left[(2\Omega \sin \varphi + V_Y \operatorname{tg} A \operatorname{tg} \varphi (r + h(\varphi))^{-1}) V_Y \operatorname{tg} A + \right. \\ & + V_Y^2 \sec A \operatorname{tg} \vartheta (r + h(\varphi))^{-1} - \left. \right] \sec A \operatorname{tg} \vartheta + \\ & - \Omega^2 (r + h(\varphi)) \cos \varphi \sin \varphi \\ & + (2\Omega \cos \varphi + V_Y \operatorname{tg} A (r + h(\varphi))^{-1}) V_Y \operatorname{tg} A + \\ & + V_Y^2 (r + h(\varphi))^{-1} - \Omega^2 (r + h(\varphi)) \cos^2 \varphi - g \end{aligned} \right\} + \end{aligned} \quad (12)$$

$$+ \begin{vmatrix} C_{(2)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) \operatorname{tg} A - C_{(1)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) \\ C_{(2)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) \sec A \operatorname{tg} \vartheta - C_{(3)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) \end{vmatrix} W_a \} = H_a(Y, t) + H_w(Y, t) W_a,$$

где $c_{ij} = c_{ij}(\alpha, \beta, \gamma, \varphi)$ – ij -й элемент матрицы $C(\alpha, \beta, \gamma, \varphi)$; $C_{(i)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi)$ – i -я строка матрицы $C^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi)$; функции $H_a(Y, t)$, $H_w(Y, t)$ приведены ниже;

$$H_a(Y, t) = \begin{vmatrix} (c_{12} \operatorname{tg} A - c_{11}) & (c_{22} \operatorname{tg} A - c_{21}) \\ (c_{12} \sec A \operatorname{tg} \vartheta - c_{13}) & (c_{22} \sec A \operatorname{tg} \vartheta - c_{23}) \end{vmatrix}^{-1} \times$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & (c_{31} - c_{32} \operatorname{tg} A) Z_{az} + \left[\left(2\Omega \sin \varphi + V_Y \operatorname{tg} A \operatorname{tg} \varphi (r + h(\varphi))^{-1} \right) V_Y \operatorname{tg} A + \right. \\
 & \quad + V_Y^2 \sec A \operatorname{tg} \vartheta (r + h(\varphi))^{-1} - \Omega^2 (r + h(\varphi)) \cos \varphi \sin \varphi \left. \right] \operatorname{tg} A + \\
 & \quad + \left(2\Omega \sin \varphi + V_Y \operatorname{tg} A \operatorname{tg} \varphi (r + h(\varphi))^{-1} \right) V_Y - \\
 & \quad - \left(2\Omega \cos \varphi + V_Y \operatorname{tg} A (r + h(\varphi))^{-1} \right) V_Y \sec A \operatorname{tg} \vartheta \\
 & \times \\
 & (c_{33} - c_{32} \sec A \operatorname{tg} \vartheta) Z_{az} + \left[\left(2\Omega \sin \varphi + V_Y \operatorname{tg} A \operatorname{tg} \varphi (r + h(\varphi))^{-1} \right) V_Y \operatorname{tg} A + \right. \\
 & \quad + V_Y^2 \sec A \operatorname{tg} \vartheta (r + h(\varphi))^{-1} - \Omega^2 (r + h(\varphi)) \cos \varphi \sin \varphi \left. \right] \sec A \operatorname{tg} \vartheta + \\
 & \quad + \left(2\Omega \cos \varphi + V_Y \operatorname{tg} A (r + h(\varphi))^{-1} \right) V_Y \operatorname{tg} A + \\
 & \quad + V_Y^2 (r + h(\varphi))^{-1} - \Omega^2 (r + h(\varphi)) \cos^2 \varphi - g
 \end{aligned} \right| ; \\
 & H_w(Y, t) = \begin{vmatrix} (c_{12} \operatorname{tg} A - c_{11}) & (c_{22} \operatorname{tg} A - c_{21}) \\ (c_{12} \sec A \operatorname{tg} \vartheta - c_{13}) & (c_{22} \sec A \operatorname{tg} \vartheta - c_{23}) \end{vmatrix}^{-1} \times \\
 & \quad \times \begin{vmatrix} C_{(2)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) \operatorname{tg} A - C_{(1)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) \\ C_{(2)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) \sec A \operatorname{tg} \vartheta - C_{(3)}^T(\alpha, \beta, \gamma, \varphi) \end{vmatrix}.
 \end{aligned} \tag{13}$$

Аналогичным образом могут быть построены уравнения автономного наблюдения и для других пар акселерометров, в информационном отношении эквивалентные (12).

Несмотря на более сложную модель информационного сигнала по сравнению со спутниковыми измерениями, дополнительным преимуществом данного наблюдателя (помимо автономности) является возможность явного наблюдения всех навигационных переменных (в том числе угловых параметров), что принципиально влияет на точность оценки вектора состояния БИНС.

Уравнения (9), (12), представленные в классической форме «объект – наблюдатель», позволяют дать теоретически строгую апостериорную оптимальную оценку навигационного вектора по выбранному вероятностному критерию. Поскольку точное решение задачи связано с необходимостью интегрирования интегродифференциального уравнения в частных производных (уравнения Стратоновича) для апостериорной плотности вероятности, то, с целью уменьшения вычислительных затрат, используем далее субоптимальную оценку навигационного вектора на основе гауссовской аппроксимации апостериорной плотности вероятности (так называемый нелинейный, или обобщенный, фильтр Калмана) [13]:

$$\hat{Y} = F(\hat{Y}, t) + K(\hat{Y}, t) \begin{vmatrix} Z_{ax} \\ Z_{ay} \end{vmatrix} - H_a(\hat{Y}, t); \quad (14)$$

$$K(\hat{Y}, t) = \left\{ R \frac{\partial H_a^T(\hat{Y}, t)}{\partial \hat{Y}} + F_1(\hat{Y}, t) D_A H_w^T(\hat{Y}, t) \right\} \left(H_w(\hat{Y}, t) D_A H_w^T(\hat{Y}, t) \right)^{-1};$$

$$\begin{aligned} \dot{R}(\hat{Y}, t) = & \frac{\partial F(\hat{Y}, t)}{\partial \hat{Y}} R(\hat{Y}, t) + R(\hat{Y}, t) \frac{\partial F^T(\hat{Y}, t)}{\partial \hat{Y}} + F_1(\hat{Y}, t) D_\xi F_1^T(\hat{Y}, t) - \\ & - K(\hat{Y}, t) \left(H_w(\hat{Y}, t) D_A H_w^T(\hat{Y}, t) \right) K^T(\hat{Y}, t), \end{aligned}$$

где $\hat{Y}_0 = M(Y_0)$; $R_0 = M\{(Y_0 - \hat{Y}_0)(Y_0 - \hat{Y}_0)^T\}$; $D_\xi = \begin{vmatrix} D_d & 0 \\ 0 & D_a \end{vmatrix}$, $D_A = \begin{vmatrix} 0 \\ D_a \end{vmatrix}$.

Фильтр (14) необходимо использовать при отсутствии спутниковых измерений, обеспечивая непрерывность и устойчивость процесса оценки в целом. При наличии же спутниковых сигналов целесообразно их комплексировать с сигналами акселерометров. В этом случае уравнения комплексированного наблюдателя, учитывающие дискретный характер спутниковых сообщений, в векторной форме принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} Z_{\kappa}^{\text{ИНТ}} = \begin{vmatrix} Z_{ax} \\ Z_{ay} \\ Z_R \\ Z_V \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} H_a(Y, \kappa) \\ H_R(\varphi) \\ H_V(\varphi, V_Y) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} H_w(Y, \kappa) & 0 \\ 0 & E_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} W_a \\ W_R \\ W_V \end{vmatrix} = \\ &= H^{\text{ИНТ}}(Y, \kappa) + H_0^{\text{ИНТ}}(Y, \kappa) \zeta_{\kappa}^{\text{ИНТ}}, \end{aligned} \quad (15)$$

где E_2 – единичная матрица размерности 2; κ – текущий такт поступления спутниковых измерений; $\zeta_{\kappa}^{\text{ИНТ}} = \begin{vmatrix} W_a & W_{Z_R} & W_{Z_V} \end{vmatrix}^T$ – белый гауссовский шум

с нулевым средним и матрицей интенсивности $D_{\text{ИНТ}} = \begin{vmatrix} D_a & 0 & 0 \\ 0 & D_{Z_R} & 0 \\ 0 & 0 & D_{Z_V} \end{vmatrix}$.

Подобная задача относится уже к задачам непрерывно-дискретной фильтрации и просто с помощью фильтра Калмана решена быть не может [13].

В соответствии с [13] гауссовский алгоритм дискретной оценки непрерывного вектора Y для расширенного наблюдателя (15) на k -м такте измерения имеет вид:

$$\hat{Y}(t_k + 0) = \hat{Y}_{k0} + R(t_k + 0) \frac{\partial H^{\text{ИНТТ}}(\hat{Y}_{k0}, \kappa)}{\partial \hat{Y}} \left(H_0^{\text{ИНТ}}(\hat{Y}_{k0}, \kappa) D_{\text{ИНТ}} H_0^{\text{ИНТТ}}(\hat{Y}_{k0}, \kappa) \right)^{-1} \times \\ \times \left[Z_{\kappa}^{\text{ИНТ}} - H^{\text{ИНТ}}(\hat{Y}_{k0}, \kappa) \right]; \quad (16)$$

$$R(t_k + 0) = R_{k0} - R_{k0} \frac{\partial H^{\text{ИНТТ}}(\hat{Y}_{k0}, \kappa)}{\partial \hat{Y}} \times \left\{ \frac{\partial H^{\text{ИНТ}}(\hat{Y}_{k0}, \kappa)}{\partial \hat{Y}} R_{k0} \frac{\partial H^{\text{ИНТТ}}(\hat{Y}_{k0}, \kappa)}{\partial \hat{Y}} + \right. \\ \left. + H_0^{\text{ИНТ}}(\hat{Y}_{k0}, \kappa) D_{\text{ИНТ}} H_0^{\text{ИНТТ}}(\hat{Y}_{k0}, \kappa) \right\}^{-1} \frac{\partial H^{\text{ИНТ}}(\hat{Y}_{k0}, \kappa)}{\partial \hat{Y}} R_{k0}.$$

При этом следует подчеркнуть, что непрерывный фильтр (14) используется только на временных интервалах $[t_{k-1}, t_k]$, $k = 1, 2, \dots$, между дискретными спутниковыми измерениями (в том числе при их пропадании), поэтому начальные условия $\hat{Y}(t_{k-1})$, $R(t_{k-1})$ уравнений (14) на интервале $[t_{k-1}, t_k]$ формируются как результат дискретной оценки $\hat{Y}_{k-1} = \hat{Y}(t_{k-1} + 0), \dots = R(t_{k-1} + 0)$ вектора состояния НС Y в момент времени t_{k-1} :

$$\hat{Y}(t_{k-1}) = \hat{Y}_{k-1} = \hat{Y}(t_{k-1} + 0), R(t_{k-1}) = R_{k-1} = R(t_{k-1} + 0).$$

В свою очередь, результат интегрирования $\hat{Y}(t_k)$, $R(t_k)$ уравнений непрерывной оценки (14) в конце временного интервала $[t_{k-1}, t_k]$ является начальным условием $\hat{Y}(t_k - 0) = \hat{Y}_{k0}$, $R(t_k - 0) = R_{k0}$ для выполнения алгоритма дискретной оценки (16) в момент времени t_k :

$$\hat{Y}(t_k - 0) = \hat{Y}_{k0} = \hat{Y}(t_k), R(t_k - 0) = R_{k0} = R(t_k).$$

Подобная связь начальных и конечных условий алгоритмов дискретной и непрерывной оценки является одним из основных условий корректного функционирования режима тесной интеграции автономной БИНС и СНС [14, 15].

Для иллюстрации возможности эффективного использования предложенного алгоритма интеграции было проведено численное моделирование уравнений оценки (14), (16).

5 Пример

Моделирование осуществлялось на временном интервале $t \in [0; 1000]$ с с шагом $\Delta t = 0,01$ с методом Рунге – Кутты 4-го порядка. (Следует отметить, что размерность фильтра, с учетом симметричности ковариационной матрицы, сократилась по сравнению с оценкой полного вектора состояния (1) с 54 уравнений до 20.) Модуль скорости локомотива был выбран постоянным и равным 20 м/с, угол $A = \frac{\pi}{6}$, угол $\vartheta = \frac{\pi}{60}$. В качестве модели помех был использован аддитивный гауссовский вектор-шум с нулевым математическим ожиданием и интенсивностью для акселерометров – $(10^{-5} \text{ м/с}^2)^2 \text{ с}$, кодовых измерений – $15 \text{ м}^2 \cdot \text{с}$, доплеровских измерений – $0,5 \text{ м/с}^2 \cdot \text{с}$. Моделирование пропадания спутниковых сигналов осуществлялось на 100-й и 500-й секундах на временном интервале 50 секунд. По окончании временного интервала моделирования – на интервале $[900; 1000]$ с – максимальные ошибки компонентов вектора Y составили: по углам ориентации – $8 \cdot 10^{-5}$ рад, по проекции скорости $V_Y = 0,02$ м/с, по широте – $3 \cdot 10^{-7}$ рад.

Заключение

Рассмотренный подход к использованию пространственных моделей пути, сформированных на основе геодезических измерений или картографической информации, позволяет существенно упростить решение навигационной задачи позиционирования локомотивов и повышает его точность. Исследование показало, что использование таких моделей не требует линеаризации навигационных уравнений (как в случае построения уравнений ошибок), повышает точность позиционирования; сокращает размерность оцениваемого вектора навигационных параметров, так как отпадает необходимость в уравнениях, описывающих динамику изменения λ , h , а следовательно, и проекций скорости V_X , V_Z ; расширяет вектор наблюдений, позволяя принципиально решить задачу апостериорной оценки параметров движения автономными измерителями при пропадании спутниковых сообщений.

Для описания движения локомотива были выбраны несколько правых систем координат, а также принят в качестве модели шумов белый гауссовский шум.

Наблюдение (а как следствие, и апостериорная оценка на основе существующих методов теории стохастической фильтрации) приведенного полного вектора навигационных параметров осуществимо только с помощью внешних измерителей (в частности, СНС), поскольку информационные модели всех параметров уже использованы в уравнениях вектора состояния БИНС.

С использованием в качестве системы внешних измерений СНС рассмотрены только кодовые и доплеровские измерения как дающие полное представление о принципах решения задачи построения интегрированной НС на основе пространственных моделей пути. Сигналы измерений содержат информацию обо всех навигационных параметрах линейного движения локомотива, но не обеспечивают наблюдения параметров вращения приборного трехгранника относительно центра масс локомотива (подобная ситуация является типичной для существующих алгоритмов фильтрации в СНС), т. е. использование только спутниковых измерений может привести к неустойчивости процесса оценки угловых параметров локомотива. Использование пространственных моделей пути принципиально меняет ситуацию.

Для иллюстрации возможности эффективного использования предложенного алгоритма интеграции было проведено численное моделирование уравнений оценки.

Полученная точность сопоставима с точностью оценки спутниковыми средствами параметров линейного движения (при том, что угловые параметры СНС оценить не позволяет) в дифференциальном режиме при непрерывном поступлении спутниковых измерений и свидетельствует о возможности эффективного практического использования предложенного подхода, реализующего все заявленные преимущества.

Библиографический список

1. Интегрированные инерциально-спутниковые системы : сб. статей и докладов / Сост. О. А. Степанов ; под общ. ред. академика РАН В. Г. Пешехонова. – СПб. : ГНЦ РФ-ЦНИИ «Электроприбор», 2001. – 233 с.
2. Анучин О. Н. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных локомотивов / О. Н. Анучин, Г. И. Емельянец ; под общей ред. академика РАН В. Г. Пешехонова. – СПб. : ГНЦ РФ-ЦНИИ «Электроприбор», 2003. – 390 с.
3. Меерович В. Д. Стохастическая фильтрация навигационных параметров подвижных объектов с использованием комплексирования спутниковых и трекерных измерений / В. Д. Меерович, И. Д. Долгий // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Сер. Технические науки. – 2015. – № 1 (182). – С. 19–26.
4. Вдовиченко С. С. Интеграция инерциально-спутниковых навигационных систем на основе пространственных моделей движения / С. С. Вдовиченко // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2013. – № 1 (49). – С. 65–71.
5. Соколов С. В. Основы синтеза многоструктурных бесплатформенных навигационных систем / С. В. Соколов, В. А. Погорелов. – М. : Физматлит, 2009. – 184 с.

6. Каперко А. Ф. Классификация элементов программно-технического комплекса бесплатформенной инерциальной навигационной системы / А. Ф. Каперко, В. Л. Легостаев // Датчики и системы. – 2010. – № 12. – С. 2–7.
7. Белицер Э. Н. Адаптивная фильтрация случайного сигнала в гауссовском белом шуме / Э. Н. Белицер, Ф. Н. Еникеева // Проблемы передачи информации. – 2008. – Т. 44. – № 4. – С. 39–51.
8. Ишлинский А. Ю. Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация / А. Ю. Ишлинский. – М. : Наука, 1976. – 672 с.
9. Интерфейсный контрольный документ ГЛОНАСС (5.1 редакция). – М., 2008. – 74 с.
10. Соколов С. В. Навигационные алгоритмы интегрированных инерциально-спутниковых систем на основе пространственных моделей движения / С. В. Соколов, С. С. Вдовиченко // Авиакосмическое приборостроение. – 2012. – № 12. – С. 36–45.
11. Инсаров В. В. Алгоритмы комплексного оценивания в интегрированной системе наведения с использованием нескольких источников информации / В. В. Инсаров // XIII Санкт-Петербургская Международная конференция по интегрированным навигационным системам : сб. материалов. – [СПб.], 2006. – С. 157–159.
12. Лёвин Б. А. Теория адаптивных систем навигации и управления железнодорожного транспорта на основе глобальной навигационной спутниковой системы глонасс и навигационных функций : монография / Б. А. Лёвин, С. И. Матвеев, И. Н. Розенберг // Международный журнал экспериментального образования. – 2015. – № 3–2. – С. 223а.
13. Тихонов В. И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем / В. И. Тихонов, В. Н. Харисов. – М. : Радио и связь, 1991. – 608 с.
14. Уманский В. И. Решение задачи интеграции спутниковых и инерциальных навигационных систем на основе теории нелинейной фильтрации / В. И. Уманский // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Сер. Технические науки. – 2011. – № 4. – С. 32–37.
15. Конев Д. С. Алгоритм навигационной задачи интегрированной навигационной системы транспортного средства / Д. С. Конев, И. В. Щербань, С. В. Соколов // Труды Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2013. – № 4. – С. 51–57.

Igor D. Dolgy

Department «Automation and telemechanics on railway transport»

Rostov state transport university

Igor N. Rosenberg,

Alexandra A. Bayandurova

Department «Geodesy, geoinformatics and navigation»

Russian university of transport

The synthesis of the tight coupling inertial-satellite navigation system locomotive based on the analytical model of it's movement

The possibility of using the analytical model of a trajectory of movement of the locomotive in the synthesis of its tight coupling inertial-satellite navigation system. In view of the fact that currently the integration algorithms of strapdown inertial navigation systems and satellite navigation systems are formed in most cases either on the basis of the differential model of motion of the locomotive, either on the basis of error equations of inertial navigation systems, information about the trajectory of the locomotive is very limited in accuracy, which leads to significant errors in the inertial-satellite systems in close integration, or the rapid divergence of the filtering process in case of satellite communications. However, as the locomotives are moving on a known high-precision spatial trajectories, it is proposed to use a spatial model of the way that will greatly simplify the solution of a navigational task. It is shown that application of this model reduces the dimension of the estimated vector of the navigation parameters, reducing the computational cost, and allows you to fundamentally solve the problem a posteriori estimates of the motion parameters of auxiliary gauges in case of satellite communications. These study precision indicates the possibility of effective use of the proposed approach and the implementation of the claimed benefits.

inertial navigation system; satellite navigation system; the spatial model of the track; tight integration; a posteriori estimation; nonlinear filtering

References

1. Integrated inertial-satellite systems. Sat. St. [Integrirovannye inercial'no-sputnikovye sistemy] (2001). Comp. O.A. Stepanov. Under total Ed. RAS academician V.G. Peshekhonov. St. Petersburg, GNTS RF-TSNII «Elektropribor». – 233 p.
2. Anuchin O.N., Yemelyantsev G. I. (2003). Integrated system of orientation and navigation for Maritime mobile locomotives [Integrirovannye sistemy orientacii i navigacii dlya morskikh podvizhnyh lokomotivov]. Under the General editorship of the RAS Academician V.G. Peshekhonov. St. Petersburg, GNTS RF-TSNII «Elektropribor». – 390 p.
3. Meerovitsh V. D., Dolgii I. D. (2015). Stochastic filtering navigation parameters of moving objects using integration of satellite and tracker measurements [Stohastiches-

- kaya fil'traciya navigacionnyh parametrov podviznyh ob'ektov s ispol'zovaniem kompleksirovaniya sputnikovyh i trekernyh izmerenij]. News of higher educational institutions. The Nth Caucasus region. Series: Technical sciences [Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Severo-Kavkazskij region. Seriya: Tekhnicheskie nauki], N 1 (182). – Pp. 19–26.
4. Vdovichenko S. C. (2013). Integration of inertial-satellite navigation systems based on spatial models of movement [Integraciya inercial'no-sputnikovyh navigacionnyh sistem na osnove prostranstvennyh modelej dvizheniya]. Bulletin of the Rostov state transport university [Vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putej soobshcheniya], N 1 (49). – Pp. 65–71.
 5. Sokolov S. V., Pogorelov V. A. (2009). Fundamentals of the synthesis of multi-structured strapdown navigation systems [Osnovy sinteza mnogostrukturnyh besplatformennyh navigacionnyh sistem]. Moscow, Fizmatlit. – 184 p.
 6. Kaperko A. F., Legostaev V. L. (2010). Classification of elements of program-technical complex of strapdown inertial navigation system [Klassifikaciya ehlementov programmno-tekhnicheskogo kompleksa besplatformennoj inercial'noj navigacionnoj sistemy]. Sensors and systems [Datchiki i sistemy], N 12. – Pp. 2–7.
 7. Belitser E. N., Enikeeva F. N. (2008). Adaptive filtering of a random signal in Gaussian white noise [Adaptivnaya fil'traciya sluchajnogo signala v gaussovskom belom shume]. Problems of information transmission [Problemy peredachi informacii]. Vol. 44, N 4. – Pp. 39–51.
 8. Ishlinskii A. Yu. (1976). Orientation, gyroscopes and inertial navigation [Orientaciya, giroskopy i inercial'naya navigaciya]. Moscow, Nauka. – 672 p.
 9. The interface control document for GLONASS (5.1 edition) [Interfejsnyj kontrol'nyj dokument GLONASS] (2008), Moscow. – 74 p.
 10. Sokolov S. V., Vdovichenko S. S. (2012). Navigation algorithms are the integrated inertial-satellite systems on the basis of spatial motion models [Navigacionnye algoritmy integrirovannyh inercial'no-sputnikovyh sistem na osnove prostranstvennyh modelej dvizheniya]. Aerospace instrument-making [Aviakosmicheskoe priborostroenie], N 12. – Pp. 36–45.
 11. Insarov V. V. (2006). Algorithms for complex evaluation in the integrated guidance system using multiple sources of information [Algoritmy kompleksnogo ocenivaniya v integrirovannoj sisteme navedeniya s ispol'zovaniem neskol'kih istochnikov informacii], the book of the XIII Saint-Petersburg international conference on integrated navigation systems, the Collection of materials [v sbornike: XIII Sankt-Peterburgskaya mezhdunarodnaya konferenciya po integrirovannym navigacionnym sistemam Sbornik materialov]. – Pp. 157–159.
 12. Levin B. A., Matveev S. I., Rozenberg I. N. (2015). The theory of adaptive systems navigation and control of rail transport on the basis of a global navigation satellite system GLONASS and navigational functions (monograph) [Teoriya adaptivnyh sistem navigacii i upravleniya zheleznodorozhnogo transporta na osnove global'noj navigacionnoj sputnikovoj sistemy glonass i navigacionnyh funkcij (monografiya)]. International journal of experimental education [Mezhdunarodnyj zhurnal ehksperimental'nogo obrazovaniya], N 3–2. – Pp. 223a.

13. Tikhonov V.I., Kharisov V.N. (1991). Statistical analysis both synthesis of radio engineering devices and systems [Statisticheskij analiz i sintez radiotekhnicheskikh ustrojstv i sistem.]. Moscow, Radio and communication [Radio i svyaz']. – 608 p.
14. Umansky V.I. (2011). Solution of the problem of the integration of satellite and inertial navigation systems based on the theory of nonlinear filtering [Reshenie zadachi integracii sputnikovyh i inercial'nyh navigacionnyh sistem na osnove teorii nelinejnoj fil'tracii.]. News of higher educational institutions. The Nth Caucasus region. Series: Technical sciences [Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Severo-Kavkazskij region. Seriya: Tekhnicheskie nauki], N 4. – Pp. 32–37.
15. Konev D.S., Scherban I. V., Sokolov S. V. (2013). The Algorithm of navigation the integrated navigation system of the vehicle [Algoritm navigacionnoj zadachi integrirovannoj navigacionnoj sistemy transportnogo sredstva]. Proceedings of Rostov state university of railways [Trudy Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putej soobshcheniya], N 4. – Pp. 51–57.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии Вал. В. Сапожниковым
Поступила в редакцию 19.06.2017, принята к публикации 07.07.2017*

ДОЛГИЙ Игорь Давидович – доктор технических наук, профессор кафедры «Автоматика и телемеханика на железнодорожном транспорте» Ростовского государственного университета путей сообщения.
e-mail: mtn73@yandex.ru

РОЗЕНБЕРГ Игорь Наумович – доктор технических наук, профессор кафедры «Геодезия, геоинформатика и навигация» Российского университета транспорта (МИИТ).
e-mail: rozgeo@yandex.ru

БАЯНДУРОВА Александра Александровна – аспирантка кафедры «Геодезия, геоинформатика и навигация» Российского университета транспорта (МИИТ).
e-mail: alexandra.bayandurova@mail.ru

© Долгий И. Д., Розенберг И. Н., Баяндурова А. А., 2017