УДК 528.236

Разработка методики определения параметров преобразования систем координат на основе метода нелинейного программирования первого порядка при сопровождении строительства зданий и сооружений

Л. А. Щенявская, Г. Г. Шевченко, П. П. Коваленко

Кубанский государственный технологический университет, Россия, 350072, Краснодар, Московская ул., д. 2

Для цитирования: *Щенявская Л. А., Шевченко Г. Г., Коваленко П. П.* Разработка методики определения параметров преобразования систем координат на основе метода нелинейного программирования первого порядка при геодезическом сопровождении строительства зданий и сооружений // Известия Петербургского университета путей сообщения. СПб.: ПГУПС, 2024. Т. 21, вып. 1. С. 47–60. DOI: 10.20295/1815-588X-2024-01-47-60

Аннотация

Цель: проанализировать достоинства и недостатки существующих методов нелинейного программирования для решения задач преобразования систем координат (СК). Рассмотреть вопрос о необходимости преобразования координат пунктов из местной СК в городскую. Определить возможность использования метода обобщенного приведенного градиента для преобразования координат пунктов, расположенных как на расстоянии между пунктами около 150 м, так и на расстоянии около 1,5 км. **Методы:** раскрыты теоретические основы данного метода. Представлены сведения о порядке выполнения преобразований систем координат. Приведен алгоритм метода обобщенного приведенного градиента (ОПГ). Проведено исследование по преобразованию систем координат исходных пунктов из СК1 в СК2 с применением метода ОПГ. Обосновано требование к величине средней квадратической ошибки (СКО) положения исходных пунктов при преобразовании их из одной системы координат в другую для целей определения положения характерных точек границ земельных участков, используемых под строительство зданий и сооружений. **Результаты:** была выполнена проверка возможности применения полученных параметров преобразования для пересчета значений координат пунктов из местной СК в СК города. На основе проверки полученных параметров преобразования, была выявлена возможность их использования для пересчета координат пунктов, расположенных на расстоянии около 1,5 км. Выявлена необходимость в проведении дополнительного исследования применения метода обобщенного приведенного градиента для решения задач преобразования систем координат. **Практическая значимость:** показана необходимость преобразования систем координат в области строительства зданий и сооружений. Представлена возможность применения метода обобщенного приведенного градиента для преобразования систем координат. Использование данного метода позволит преобразовывать координаты исходных пунктов из местной системы координат в систему координат города при геодезическом сопровождении строительства зданий и сооружений различной категории.

Ключевые слова: преобразование систем координат, параметры преобразования, нелинейное программирование, градиентные методы, метод обобщенного приведенного градиента.

Введение

Часто при сопровождении строительства различных зданий и сооружений, особенно при геодезическом сопровождении, встает задача выполнения преобразования систем координат. Так, например, может потребоваться решать такие задачи при работе с проектами, в которых данные представлены в разных системах координат [1], при выполнении геодезического мониторинга зданий и сооружений часто встает задача осуществить преобразование условной системы координат, в которой выполнялось наблюдение за стабильностью объекта, в систему координат объекта мониторинга [2]. Также преобразование систем координат может быть необходимым в процессе проектирования и строительства зданий и сооружений, в том числе протяженных объектов (автомобильных и железных дорог, магистральных трубопроводов), т. к. становится необходимым работать на объекте не в условной системе координат, а в принятой местной СК.

В настоящее время существует еще одна особенность, с которой сталкиваются исполнители на производстве, — необходимость преобразования координат геодезических пунктов из местной системы координат в систему координат города. Так, при выполнении топографической съемки и последующей сдачи топографического плана в департамент архитектуры материалы принимаются исключительно в системе координат города. При этом координаты пунктов, необходимые для выполнения таких работ, известны часто только в местной системе координат. В данной ситуации перед специалистом возникает задача выполнения пересчета координат пунктов. Для этого необходимо вычислить параметры преобразования. Отметим, что в настоящий момент такие параметры преобразования неизвестны. Так, например, нет данных о параметрах преобразования между местной системой координат Краснодарского края (МСК-23) и системой координат города Краснодара. Аналогичная ситуация в г. Сочи и г. Санкт-Петербург. Кроме этого, стоит отметить, что в строительных работах все чаще применяются технологии лазерного сканирования, результатом проведения которых является получение множества точек, представленных в различных пространственных условных системах координат [3]. В связи с этим возникает необходимость их объединения в общую систему координат и создания единого облака точек, т. е. необходимо решать задачи преобразования сканов друг относительно друга [4].

На сегодняшний день преобразование систем координат выполняется посредством линейного и нелинейного программирования. Наиболее распространенными и часто используемыми методами преобразования являются линейные методы, например параметрический способ преобразования плоских прямоугольных систем координат и способ преобразования Гельмерта [5]. Применение методов нелинейного программирования рассматривается в научной литературе довольно часто [6–8]. Однако до сих пор отсутствует единое мнение о том, какой из них является наиболее эффективным для преобразования систем координат. Методы нелинейного программирования различаются по порядку точности, требованиям к вычислению частных производных и скорости оптимизации.

Методы нелинейного программирования нулевого порядка основаны на оптимизации вычислений без необходимости определения частных производных, однако сходимость данных методов довольно низкая, и реализация данного алгоритма работы может быть более трудоемкой нежели другие методы нелинейного программирования [9]. Методы первого порядка требуют вычисления производных целевой функции первого порядка, что позволяет более точно и быстрее, чем методы нулевого программирования, приближаться к оптимальному решению. Методы второго порядка предполагают вычисление значений производных до второго порядка включительно. Это дает еще большую точность и позволяет более эффективно и быстро находить оптимальное решение. Однако вычисление производных второго порядка может быть более сложным и требовать больше вычислительных ресурсов. Далее пойдет речь о методах первого порядка, т. к. они обладают хорошей скоростью сходимости и не требуют наличия вторых частных производных.

Методы первого порядка подразделяются на метод градиентного спуска, сопряженных градиентов, наискорейшего спуска, метод обобщенного приведенного градиента и многие другие [10, 11]. Каждый из них имеет свои особенности и применяется в зависимости от конкретной задачи. Важно выбирать метод, опираясь на требуемую точность оптимизации, на доступные ресурсы и сложность задачи. Комбинирование различных методов и оптимизация алгоритмов также могут привести к более эффективному решению нелинейных задач. Суть градиентных методов заключается в решении с помощью градиента задач, сводящихся к нахождению экстремумов функций. Основная идея градиентных методов заключается в том, чтобы идти в направлении наискорейшего спуска, которое задается антиградиентом ($-\nabla f$). Далее в статье будет более подробно рассмотрен метод обобщенного приведенного градиента (ОПГ). Он не требует для своей реализации непрерывности градиента минимизируемой функции, использует способ решения задач с помощью процедуры линеаризации только ограничений, оставляя при этом целевую функцию нелинейной на всех этапах минимизации и является наиболее доступным при программной реализации различных задач [12].

Основы метода обобщенного приведенного градиента

Метод обобщенного приведенного градиента является важным инструментом в программе *Excel* для оптимизации функций. Метод основан на процедуре линеаризации ограничений, при которой целевая функция остается нелинейной на всех этапах минимизации. В рамках данного метода используются линейно-аппроксимирующие процедуры для обработки нелинейных функций. Одной из интересных процедур, применяемых в ОПГ, является определение новых переменных, ортогональных некоторым ограничениям [13]. Это позволяет создать преобразованный базис, в котором градиент целевой функции приводится к удобному виду. Такое преобразование переменных позволяет более эффективно исследовать пространство поиска и находить оптимальные решения. В отличие от некоторых других методов оптимизации, ОПГ не требует линеаризации целевой функции. Это делает его особенно полезным для решения задач, где функция имеет сложную нелинейную структуру. ОПГ широко применяется в различных областях, таких как машинное обучение, финансовая аналитика, инженерия и другие [14]. Его гибкость и эффективность позволяют решать сложные оптимизационные задачи, где требуется нахождение глобального минимума или максимума целевой функции. Применение линейно-аппроксимирующих процедур и создание новых переменных позволяют эффективно исследовать пространство поиска и находить оптимальные решения [15].

Метод обобщенного приведенного градиента, как и обычный метод градиентного спуска, предназначен для нахождения экстремума (максимума или минимума) функции. В отличие от обычного метода градиентного спуска, в этом методе не требуется выбирать шаг, поскольку он уже выбран в самом методе.

Алгоритм метода обобщенного градиентного спуска следующий [16]:

1. Выбираем начальную точку x_0.
2. Вычисляем $f(x_0)$.
3. Последовательно для $k = 0, 1$, необходимо выполнять шаги 4–8.
4. Вычисляем $g_k = \nabla f(x_k)$.
5. Находим α_k из условия $f'(\alpha_k \nabla f(x_k)) = 0$, где f' — производная функции f.
6. Вычисляем $x_{k+1} = x_k + \alpha_k \nabla f(x_k)$.
7. Если необходимо, проверяем условие остановки (например, если $|f(x_{k+1}) - f(x_k)| < \varepsilon$, где ε — заданная точность).
8. В случае успешного завершения алгоритма возвращаем x_k как точку экстремума.

Рассмотрим порядок выполнения преобразования систем координат в программе *Excel* методом обобщенного приведенного градиента.

Общие сведения о порядке выполнения преобразований систем координат на основе метода ОПГ

Выполнение преобразования систем координат предлагается осуществлять в следующей последовательности (рис. 1):

1) принимаем за исходные данные координаты связующих точек в системе координат СК2;

2) координаты связующих точек в системе координат СК1 принимаем в качестве измеренных величин;

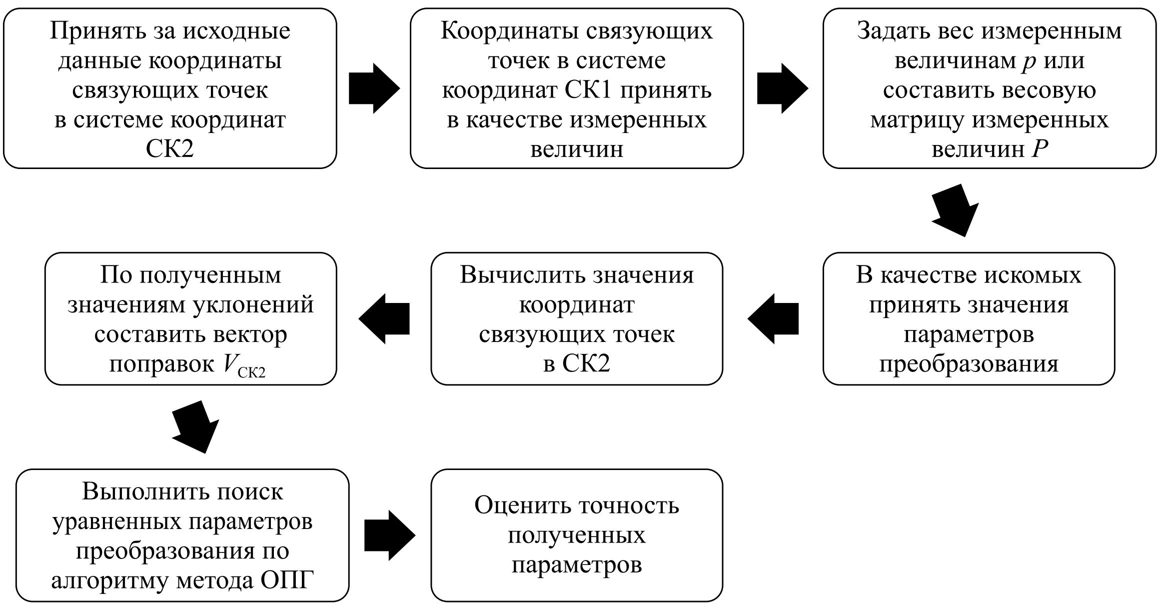

Рис. 1. Порядок выполнения преобразования систем координат

3) задаем вес измеренным величинам p или составляем весовую матрицу P измеренных величин;

4) в качестве искомых величин принимаются значения параметров преобразования, причем значение параметров преобразования необходимо указать приближенно;

5) вычисляем значения координат связующих точек в СК2 по формулам (1) и (2):

$$x_{i_{\text{СК2}}} = x_0 + (1 + m) \cdot (x_{i_{\text{СК1}}} \cdot \cos \Theta + y_{i_{\text{СК1}}} \cdot \sin \Theta); \quad (1)$$

$$y_{i_{\text{СК2}}} = y_0 + (1 + m) \cdot (-x_{i_{\text{СК1}}} \cdot \sin \Theta + y_{i_{\text{СК1}}} \cdot \cos \Theta), \quad (2)$$

где $x_{i_{\text{СК2}}}$, $y_{i_{\text{СК2}}}$ — координаты i связующих точек в системе координат СК2;

x_0, y_0, Θ и m — параметры перехода от СК1 к СК2;

x_0, y_0 — линейные величины, являющиеся координатами начала СК1 относительно начала СК2;

m — масштабный коэффициент, учитывающий разницу в линейных масштабах;

$x_{i_{\text{СК1}}}$, $y_{i_{\text{СК1}}}$ — координаты i связующих точек в системе координат СК1;

ω — угол поворота осей СК1;

6) по полученным значениям уклонений координат пунктов введенных изначально и рассчитанных по формулам (1) и (2) составляем вектор поправок $V_{\text{СК2}}$;

7) Задаем целевую функцию как $f(x) = V^{\text{T}}PV$, где V — вектор поправок; P — весовая матрица;

8) выполняем поиск уравненных параметров преобразования по алгоритму метода ОПГ до достижения условия $f(x) = V^{\text{T}}PV = \min$;

9) оцениваем точность полученных параметров.

Проведем преобразование координат пунктов, расположенных на тестовом полигоне, из региональной системы координат в систему координат города.

Преобразование систем координат исходных пунктов методом ОПГ на пунктах тестового полигона

Ниже приведен порядок действий при поиске параметров преобразования между двумя системами координат: пусть СК1 — местная система координат региона, а СК2 — система координат города. Учитывая секретность каталогов координат, первые значения координат пунктов были скрыты знаком «*», т.к. они указывают на место расположения пунктов, и представлены в табл. 1.

Как было указано ранее, искомыми параметрами преобразования являются линейные элементы смещения систем координат относительно друг друга x_0, y_0, угловой коэффициент разворота систем координат Θ и масштабный коэффициент m.

ТАБЛИЦА 1. Исходные координаты

Название пункта	СК2		СК1	
	$x_г$, м	$y_г$, м	$x_м$, м	$y_м$, м
Осенний	***06,747	***42,485	****58,676	****637,318
Спортивный	***92,207	***27,376	****45,202	****721,135
1008	***83,280	***88,301	****34,528	****585,940
Северный	***83,280	***88,301	****34,528	****585,940

Далее будут представлены следующие переменные:

- $x_г$, $y_г$ — координаты пунктов в городской системе координат;
- $x_м$, $y_м$ — координаты пунктов в местной системе координат;
- x_0, y_0 — линейные параметры преобразования;
- Θ — угловой параметр преобразования;
- m — масштабный коэффициент;
- $x_{г_2}$, $y_{г_2}$ — вычисленные координаты пунктов в СК2 по формулам (1) и (2) примут следующий вид — *x, y, m, v:*

$$x_{г_2} = x_0 + \cos\Theta \cdot x_м + \sin\Theta \cdot y_м + m \cdot x_м \cdot \cos\Theta + m \cdot y_м \cdot \sin\Theta; \quad (3)$$

$$y_{г_2} = y_0 - \sin\Theta \cdot x_м + \cos\Theta \cdot y_м - m \cdot x_м \cdot \sin\Theta + m \cdot y_м \cdot \cos\Theta, \quad (4)$$

- v_{x_i} *и* v_{y_i} — уклонения по x_i и y_i вычисляются по формулам (5) и (6) для всех пунктов:

$$v_{x_i} = (x_г - x_{г_2}) \cdot 1000, \quad (5)$$

$$v_{y_i} = (y_г - y_{г_2}) \cdot 1000. \quad (6)$$

Умножение на коэффициент 1000 в данном случае необходимо для получения значений уклонений в мм.

- вектор поправок:

$$V^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} v_{x_1} & v_{x_2} & \dots & v_{x_i} & v_{y_1} & v_{y_2} & \dots & v_{y_i} \end{bmatrix};$$

- $f(x)$ — целевая функция, вычисляемая по формуле (7):

$$f(x) = V^{\mathrm{T}}PV, \quad (7)$$

где V — вектор поправок; P — весовая матрица.

Так как измерения приняты как равноточные, то весовая матрица P принимается равной единичной матрице E. Как следствие, целевая функция вычисляется как:

$$f(x) = V^{\mathrm{T}}V. \quad (8)$$

Начальные значения параметров x_0, y_0, Θ и масштабного коэффициента m задаются произвольно.

Поиск параметров выполняется на основе метода обобщенного приведенного градиента (ОПГ) в *MS Excel* в следующей предложенной последовательности [2]:

1. Указываются произвольные значения искомых параметров x_0, y_0, Θ, m равными нулю.
2. Вводятся значения координат трех известных пунктов («Осенний», «Спортивный» и «1008»).
3. Задается целевая функция в виде (8), рассчитываемая как разность между введенными (известными) значениями координат пунктов и вычисленными по формулам (3) и (4).
4. Запускается алгоритм ОПГ на линейных параметрах x_0, y_0. Запуск команды выполняется два раза с целью уточнения получаемых значений.
5. Выполняется расчет методом ОПГ четырех параметров x_0, y_0, Θ, m одновременно, также два раза.
6. Заменяются координаты одного из исходных пунктов на координаты другого известного пункта, а именно — координаты пункта «Осенний» были заменены на координаты пункта «Северный». *Пояснение: замена координат одного пункта на другой представляет собой изменение входных данных, что дает возможность программе каждый раз работать с условно новым*

диапазоном значений. Это позволяет ей анализировать большее количество данных по области существования функции и, таким образом, уточнять искомые параметры.

7. Снова запускается алгоритм ОПГ четырех параметров x_0, y_0, Θ, m одновременно.

8. Изменяется пункт, подставленный на шестом этапе на исходный, т. е. координаты пункта «Северный» на координаты пункта «Осенний».

9. Выполняется расчет методом ОПГ четырех параметрах x_0, y_0, Θ, m одновременно.

В результате были подобраны параметры преобразования (табл. 2). Причем в ходе поиска решения целевая функция была минимизирована до нуля, что означает, что были найдены наилучшие параметры преобразования.

ТАБЛИЦА 2. Параметры преобразования, полученные в результате исследования

Параметр	Значение
x_0, м	–446539,911
y_0, м	–1364101,474
Θ, град.	–0,720
m	0,000

Проверка корректности значений параметров преобразования, вычисленных на основе метода ОПГ

Для контроля выполненных вычислений решим обратную задачу с использованием координат пунктов полигонометрии, расположенных на расстоянии около 1,5 км. Для проверки используем координаты, представленные в табл. 3. Расстояния между этими пунктами представлено в табл. 4.

В таблицу *MS Excel* занесем координаты пунктов в местной системе координат, а также значения параметров преобразования, найденные ранее (табл. 2). Значения искомых координат в СК2 примем произвольно равными 0. Далее выполним поиск решения значений координат в системе СК2.

Для контроля полученных результатов сравним вычисленные значения координат пунктов с их каталожными значениями (табл. 5).

Расхождение координат пунктов, вычисленных по подобранным параметрам преобразования методом ОПГ, с их известными значениями составляет не более 2 см.

Таким образом, можно сделать вывод, что полученные раннее параметры преобразования можно использовать для пересчета

ТАБЛИЦА 3. Координаты пунктов

Название пункта	СК2		СК1	
	x, м	y, м	x, м	y, м
4122	***99,277	***44,794	****06,020	****033,450
7784	***43,189	***39,901	****66,200	****336,790
6392	***52,986	***70,925	****46,880	****183,100
173	***85,593	***60,521	****91,290	****975,720
1208	***61,151	***02,157	****54,810	****008,880

ТАБЛИЦА **4.** Расстояние между пунктами

Название пунктов	Расстояние, км
«4122» – «7784»	1,45
«7784» – «6392»	1,23
«6392» – «173»	1,23
«173» – «1208»	1,17
«1208» – «4122»	1,78

координат пунктов из местной системы координат (СК1) в городскую (СК2).

Отметим, что программа выполняет поиск решения за 114 итераций, которые занимают по времени 1 минуту 10 секунд. На рис. 2 представлен график изменения целевой функции. С учетом внесения координат в таблицы и дальнейшей их замены временные затраты на вычисления составят не более 5 минут.

ТАБЛИЦА 5. Контроль результатов

№ пункта	Каталожные координаты СК2		Рассчитанные координаты СК2		Отклонение координат	
	x_1, м	y_1, м	x_2, м	y_2, м	$x_1 - x_2$, м	$y_1 - y_2$, м
4122	***99,277	***44,794	***99,276	***44,808	0,001	–0,014
7784	***43,189	***39,901	***43,191	***39,906	–0,002	–0,005
6392	***52,986	***70,925	***25,994	***70,929	–0,008	–0,004
173	***85,593	***60,521	***85,607	***60,531	–0,014	–0,010
1028	***61,151	***02,157	***61,162	***02,177	–0,011	–0,020
4122	***99,277	***44,794	***99,276	***44,808	0,001	–0,014

Рис. 2. График минимизации целевой функции

Тенденция сходимости алгоритма, т.е. поиска оптимального значения при минимизации целевой функции, описывается полиномом третьей степени (рис. 3).

Обоснование требований к точности определения положения координат исходных пунктов

При выполнении геодезических работ по определению положения характерной точки границ земельного участка, отводимого, например, под строительные работы, необходимо обеспечить точность положения такой точки $m_{\text{р}}$ не более 10 см (Приказ Росреестра П/0393).

Причем, известно, что (9)

$$m_{\text{р}} = \sqrt{\left(m_{исх}\right)^2 + \left(m_{изм}\right)^2}, \tag{9}$$

где $m_{\text{р}}$ — средняя квадратическая погрешность определения координат характерных точек границ земельных участков;

$m_{\text{исх}}$ — средняя квадратическая погрешность исходного пункта;

$m_{\text{изм}}$ — средняя квадратическая погрешность выполнения измерений.

Для того чтобы ошибкой исходного пункта можно было бы пренебречь, точность определения положения исходного пункта должна быть в три раза выше, чем точность выполнения измерений [17], тогда (10):

$$m_{\text{р}} = \sqrt{\left(\frac{1}{3} m_{\text{изм}}\right)^2 + \left(m_{\text{изм}}\right)^2} = \sqrt{\frac{10}{9} m_{\text{изм}}{}^2} = \tag{10}$$
$$= 1{,}05\, m_{\text{изм}} = 10 \text{ см},$$

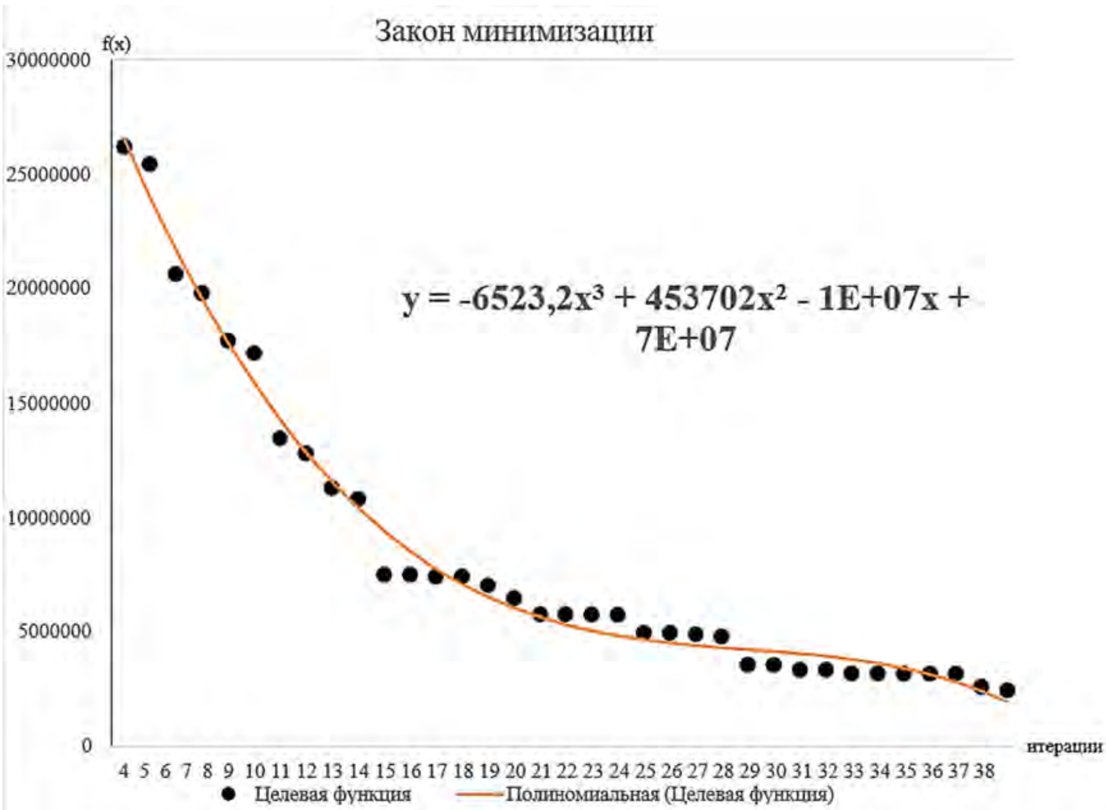

Рис. 3. Закон минимизации целевой функции

Из этого следует, что $m_{изм}$ = 9,5 см. Так как условием задано, что СКО положения исходного пункта в три раза точнее, чем СКО выполнения измерений, получим следующее значение:

$$m_{исх} = m_{изм} \div 3 = 9{,}5 \text{ см} \div 3 = 3{,}17 \text{ см}.$$

Заключение

В ходе проведенных исследований были получены следующие результаты.

1. При большом объеме данных задача преобразования систем координат зачастую может решаться только итерационными методами нелинейного программирования.

2. Разработан алгоритм выполнения преобразований систем координат на основе метода обобщенного приведенного градиента, который включает в себя последовательность следующих действий: обнуление искомых параметров; ввод значений координат известных пунктов; вычисление и применение целевой функции; запуск алгоритма ОПГ на линейных параметрах; расчет методом ОПГ четырех параметров x_0, y_0, ϴ, m одновременно; замена координат одного из исходных пунктов на координаты другого известного пункта; повторный запуск алгоритма на четырех параметрах; изменение ранее подставленного пункта на исходный; расчет методом ОПГ четырех параметров и получение значений параметров преобразования для трансформации плоских прямоугольных систем координат.

3. Выполнен поиск параметров преобразования координат из местной СК в городскую СК. Были получены значения параметров преобразования, составляющие x_0 = –446539,911, y_0 = –1364101,474, ϴ = –0,720°, m = 0,000.

4. Выполнено преобразование координат пунктов полигонометрии из местной СК в систему СК города по параметрам, найденным методом ОПГ. Расхождение расчетных значений координат от известных значений по каталогу составило не более 2 см.

5. Обоснованы требования к средней квадратической ошибке положения исходных пунктов в целях определения положения характерной точки границ земельного участка, отводимого, например, под строительные работы, которая составила $m_{исх}$ = 3,17 см.

Таким образом, метод обобщенного приведенного градиента может использоваться для цели преобразования систем координат. Он позволяет минимизировать целевую функцию, найти необходимые параметры преобразования и выполнить перевод координат из одной системы в другую с достаточной точностью. Метод обладает рядом преимуществ, одним из которых является высокая скорость нахождения решения. Однако недостатком данного метода является обязательное условие дифференцируемости функции, что не всегда можно обеспечить на практике. Таким образом, дальнейшая модификация градиентного метода на основе комбинации с другими методами нелинейного программирования, позволяющими исключить наличие данного недостатка, была бы полезной.

Библиографический список

1. Куприянов А. О. Преобразования координат при проектировании протяженных объектов // Перспективы науки и образования. 2016. № 1 (19). С. 53–57. EDN TQJRIU.

2. Шевченко Г. Г. Разработка технологии геодезического мониторинга зданий и сооружений способом свободного станционирования с использованием поискового метода нелинейного программирования: автореф. ... канд. техн. наук. СПб., 2020. 22 с.

3. Shevchenko G., Gura D., Moskvina P. Three-dimensional cadastre in creating an information base for a spatial model of a real estate object / E3S Web of Conferences: Topical Problems of Green Architecture, Civil and Environmental Engineering, TPACEE 2019, Moscow, November, 20–22, 2019.

4. Шарафутдинова А. А. Методика проектирования и построения геодезической сети при наземном лазерном сканировании крупных промышленных объектов / А. А. Шарафутдинова, М. Я. Брынь // Вестник СГУГиТ (Сибирского государственного университета геосистем и технологий). 2022. Т. 27, № 2. С. 72–85. DOI: 10.33764/2411-1759-2022-27-2-72-85. EDN ZOVJUU.

5. Шендрик Н. К. Методика определения согласующих параметров Гельмерта для локальных территорий // Вестник СГУГиТ (Сибирского государственного университета геосистем и технологий). 2021. Т. 26, № 5. С. 63–74. DOI: 10.33764/2411-1759-2021-26-5-63-74. EDN JKUXTK.

6. Шевченко Г. Г., Брынь М. Я. Наумова Н. А. Псевдообращение матриц поисковым методом нелинейного программирования при уравнивании свободных геодезических сетей // Геодезия и картография. 2023. № 1. С. 20–28. DOI: 10.22389/0016-7126-2023-991-1-20-28.

7. Елисеева Н. Н., Зубов А. В., Гусев В. Н. Применение методов поисковой оптимизации при решении геодезических задач // Изв. высш. учеб. заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. 2020. Т. 64, № 5. С. 491–498. EDN RBIZAJ

8. Черкас Л. А. Оптимизация качества построения геодезических сетей методами нелинейного программирования / Л. А. Черкас, Е. В. Грищенков // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В: Прикладные науки. 2006. № 9. С. 117–120. EDN VKETZZ.

9. Агибалов О. И. Оптимизация многомерных задач на основе комбинирования детерминированных и стохастических алгоритмов // Современные наукоемкие технологии. 2017. № 9. С. 7–11. EDN ZRRRML.

10. Шевченко Г. Г. Использование поисковых методов для уравнивания и оценки точности элементарных геодезических построений // Геодезия и картография. 2019. Т. 80, № 10. С. 10–20. DOI: 10.22389/0016-7126-2019-952-10-10-20.

11. Wilke D. N. The application of gradient-only optimization methods for problems discretized using non-constant methods // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2010. 40 (1–6). P. 433–451.

12. Pyle L. Duane. A Simplex Algorithm — Gradient Projection Method for Nonlinear Programming. Department of Computer Science Technical Reports [Electronic resource]. URL: https://docs.lib.purdue.edu/cstech/469 (date of the application: 25.05.2022).

13. Фиакко А., Мак-Кормик Г. Нелинейное программирование. Методы последовательной безусловной минимизации. М.: Мир, 1972. 240 с.

14. Nesterov Yu. Gradient methods for minimizing composite functions / Mathematical Programming. 2013. 140 (1). P. 125–161.

15. Torrisi G., Grammatico S., Smith R. S., et al. A Projected Gradient and Constraint Linearization Method for Nonlinear Model Predictive Control / SIAM J. Control. Optim. 2018. P. 1968–1999.

16. Методы оптимальных решений. Нелинейное программирование. Методические указания для выполнения лабораторных работ / Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: В. В. Беляев, А. В. Чиргин. СПб., 2021. 46 с.

17. Неволин А. Г. К вопросу о влиянии ошибок исходных данных на точность определения геометрических параметров технологического оборудования / А. Г. Неволин, Т. М. Медведская // Вестник СГУГиТ (Сибирского государственного университета геосистем и технологий). 2019. Т. 24, № 1. С. 16–27. DOI: 10.33764/2411-1759-2019-24-1-16-27. EDN GQAXYL.

Дата поступления: 23.11.2023
Решение о публикации: 20.02.2024

Контактная информация:
ЩЕНЯВСКАЯ Людмила Андреевна — студент, лаборант; Lyudmela2311@mail.ru
ШЕВЧЕНКО Гриттель Геннадьевна — канд. техн. наук, доцент кафедры кадастра и геоинженерии; grettel@yandex.ru
КОВАЛЕНКО Полина Павловна — студент; polinamoskvina1411@gmail.com

Development of a methodology for determining the parameters of the transformation of coordinate systems based on the first-order nonlinear programming method when accompanying the construction of buildings and structures

L. A. Shchenyavskaya, G. G. Shevchenko, P. P. Kovalenko

Kuban State Technological University, 2, Moskovskaya str., Krasnodar, 350072, Russia

For citation: *Shchenyavskaya L. A., Shevchenko G. G., Kovalenko P. P.* Development of a methodology for determining the parameters of the transformation of coordinate systems based on the first-order nonlinear programming method when accompanying the construction of buildings and structures // Proceedings of Petersburg Transport University. 2024. Vol. 21, iss. 1. P. 47–60. (In Russian) DOI: 10.20295/1815-588X-2024-01-47-60

Abstract
Objective: to analyze the advantages and disadvantages of existing nonlinear programming methods for solving problems of coordinate system transformation (SC). To consider the need to convert the coordinates of points from local SC to urban. To determine the possibility of using the generalized reduced gradient method to transform the coordinates of points located both at a distance between points of about 150 m and at a distance of about 1.5 km. **Methods:** the theoretical foundations of this method are revealed. Information is provided on the procedure for performing transformations of coordinate systems. The algorithm of the generalized reduced gradient (OPG) method is given. A study has been conducted on the transformation of coordinate systems of starting points from SK1 to SK2 using the OPG method. The requirement for the value of the mean square error (SQR) of determining the position of the starting points when converting them from one coordinate system to another is justified. **Results:** a check was performed on the possibility of applying the obtained transformation parameters to recalculate the coordinates of points from the local SC to the city SC. Based on the verification of the obtained transformation parameters, the possibility of using them to recalculate the coordinates of points located at a distance of about 1,5 km was revealed. The need for additional research on the application of the generalized reduced gradient method to solve coordinate system transformation problems has been identified. **Practical significance:** the necessity of transformation of coordinate systems in the field of construction of buildings and structures is shown. The possibility of applying the generalized reduced gradient method to transform coordinate systems is presented. Using this method will allow you to convert the coordinates of the starting points from the local coordinate system to the coordinate system of the city with geodetic support for the construction of buildings and structures of various categories.

Keywords: transformation of coordinate systems, transformation parameters, nonlinear programming, gradient methods, OPG method.

References

1. Kuprijanov A. O. Preobrazovanija koordinat pri proektirovanii protjazhennyh ob'ektov // Perspektivy nauki i obrazovanija. 2016. № 1 (19). S. 53–57. EDN TQJRIU. (In Russian)

2. Shevchenko G. G. Razrabotka tehnologii geodezicheskogo monitoringa zdanij i sooruzhenij sposobom svobodnogo stancionirovanija s ispol'zovaniem poiskovogo metoda nelinejnogo programmirovanija: avtoref. ... kand. tehn. nauk. SPb., 2020. 22 s. (In Russian)

3. Shevchenko G., Gura D., Moskvina P. Three-dimensional cadastre in creating an information base for a spatial model of a real estate ob'ect / E3S Web of Conferences: Topical Problems of Green Architecture, Civil and Environmental Engineering, TPACEE 2019, Moscow, November, 20–22, 2019.

4. Sharafutdinova A. A. Metodika proektirovanija i postroenija geodezicheskoj seti pri nazemnom lazernom skanirovanii krupnyh promyshlennyh obektov / A. A. Sharafutdinova, M. Ja. Bryn' // Vestnik SGUGiT (Sibirskogo gosudarstvennogo universiteta geosistem i tehnologij). 2022. T. 27, № 2. S. 72–85. DOI: 10.33764/2411-1759-2022-27-2-72-85. EDN ZOVJUU. (In Russian)

5. Shendrik N. K. Metodika opredelenija soglasujushhih parametrov Gel'merta dlja lokal'nyh territorij // Vestnik SGUGiT (Sibirskogo gosudarstvennogo universiteta geosistem i tehnologij). 2021. T. 26, № 5. S. 63–74. DOI: 10.33764/2411-1759-2021-26-5-63-74. EDN JKUXTK. (In Russian)

6. Shevchenko G. G., Bryn' M. Ja. Naumova N. A. Psevdoobrashhenie matric poiskovym metodom nelinejnogo programmirovanija pri uravnivanii svobodnyh geodezicheskih setej // Geodezija i kartografija. 2023. № 1. S. 20–28. DOI: 10.22389/0016-7126-2023-991-1-0-28. (In Russian)

7. Eliseeva N. N., Zubov A. V., Gusev V. N. Primenenie metodov poiskovoj optimizacii pri reshenii geodezicheskih zadach // Izv. vyssh. ucheb. zavedenij. Geodezija i ajerofotos'emka. 2020. T. 64, № 5. S. 491–498. EDN: RBIZAJ. (In Russian)

8. Cherkas L. A. Optimizacija kachestva postroenija geodezicheskih setej metodami nelinejnogo programmirovanija / L. A. Cherkas, E. V. Grishhenkov // Vestnik Polockogo gosudarstvennogo universiteta. Serija B: Prikladnye nauki. 2006. № 9. S. 117–120. EDN VKETZZ. (In Russian)

9. Agibalov O. I. Optimizacija mnogomernyh zadach na osnove kombinirovanija determinirovannyh i stohasticheskih algoritmov // Sovremennye naukoemkie tehnologii. 2017. № 9. S. 7–11. EDN ZRRRML. (In Russian)

10. Shevchenko G. G. Ispol'zovanie poiskovyh metodov dlja uravnivanija i ocenki tochnosti jelementarnyh geodezicheskih postroenij // Geodezija i kartografija. 2019. T. 80, № 10. S. 10–20. DOI: 10.22389/0016-7126-2019-952-10-10-20. (In Russian)

11. Wilke D. N. The application of gradient-only optimization methods for problems discretized using non-constant methods // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2010. 40 (1–6). P. 433–451.

12. Pyle L. Duane. A Simplex Algorithm — Gradient Projection Method for Nonlinear Programming. Department of Computer Science Technical Reports. [Electronic resource]. URL: https://docs.lib.purdue.edu/cstech/469 (date of the application: 25.05.2022).

13. Fiakko A., Mak-Kormik G. Nelinejnoe programmirovanie. Metody posledovatel'noj bezuslovnoj minimizacii. M.: Mir, 1972. 240 s. (In Russian)

14. Nesterov Yu. Gradient methods for minimizing composite functions / Mathematical Programming. 2013. 140(1). Rr. 125–161.

15. Torrisi G., Grammatico S., Smith R. S., et al. A Projected Gradient and Constraint Linearization Method for Nonlinear Model Predictive Control / SIAM J. Control. Optim. 2018. P. 1968–1999.

16. Metody optimal'nyh reshenij. Nelinejnoe programmirovanie. Metodicheskie ukazanija dlja vypol-

nenija laboratornyh rabot / Sankt-Peterburgskij gornyj universitet. Sost.: V. V. Beljaev, A. V. Chirgin. SPb., 2021. 46 s. (In Russian)

17. Nevolin A. G. K voprosu o vlijanii oshibok ishodnyh dannyh na tochnost' opredelenija geometricheskih parametrov tehnologicheskogo oborudovanija / A. G. Nevolin, T. M. Medvedskaja // Vestnik SGUGiT (Sibirskogo gosudarstvennogo universiteta geosistem i tehnologij). 2019. T. 24, № 1. S. 16–27. DOI: 10.33764/2411-1759-2019-24-1-16-27. EDN GQAXYL. (In Russian)

Received: 23.11.2023
Accepted: 20.02.2024

Author's information:
Lyudmila A. SHCHENYAVSKAYA — student, laboratory assistant; Lyudmela2311@mail.ru
Grittel G. SHEVCHENKO — PhD in Engineering, Associate Professor of the Department of Cadastre and Geoengineering; grettel@yandex.ru
Polina P. KOVALENKO — student; polinamoskvina1411@gmail.com