

## Исследование влияния стоимости проезда на транспортный спрос методом математического моделирования

Л. А. Лосин<sup>1,2</sup>, Н. В. Булычева<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт проблем региональной экономики РАН, Российская Федерация, 190013, Санкт-Петербург, Серпуховская ул., 38

<sup>2</sup>Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Российская Федерация, 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., 9

**Для цитирования:** Лосин Л. А., Булычева Н. В. Исследование влияния стоимости проезда на транспортный спрос методом математического моделирования // Бюллетень результатов научных исследований. — 2022. — Вып. 2. — С. 179–194. DOI: 10.20295/2223-9987-2022-2-179-194

### Аннотация

**Цель:** Проанализировать применяемые в российской практике методы математического моделирования в транспортном и градостроительном планировании. Предложить методики и алгоритмы учета стоимости проезда на общественном транспорте в рамках модели расчета транспортного спроса и интенсивности пассажиропотоков. Апробировать модель системы общественного транспорта с учетом стоимости проезда на примере Санкт-Петербургской городской агломерации. **Методы:** Математическое моделирование, методы обработки больших объемов данных, методы геоинформационного анализа. **Результаты:** Проведено исследование влияния стоимостей проезда на транспортный спрос и интенсивность пассажиропотоков в составе комплексной задачи, решаемой на основе транспортно-градостроительного моделирования на примере транспортной системы Санкт-Петербургской агломерации. Разработана методика расчета матриц межрайонных корреспонденций и формирования пассажиропотоков на транспортной сети с учетом стоимости проезда. Выявлено, что, помимо временных, существуют и стоимостные границы доступности систем обслуживания. Установлено, что учет стоимости проезда может производиться как при расчете матриц корреспонденций на основе влияния стоимости проезда на величину спроса, так и при расчете пассажиропотоков на основе влияния стоимости на выбор пути следования. **Практическая значимость:** Разработанный метод моделирования может являться основой для изучения зависимости влияния различных типов тарифов на параметры потокораспределения, временных и скоростных параметров. Предлагаемая модель может использоваться при разработке документации территориального и транспортного планирования, концепций совершенствования тарифной политики на общественном транспорте.

**Ключевые слова:** Транспортное моделирование, общественный транспорт, транспортная сеть, матрица корреспонденций, пассажиропоток.

### Введение

Интерес к использованию математического моделирования при планировании транспортно-градостроительных мероприятий связан с тем, что они имеют зачастую необратимые последствия в экономической и социальной жизни города. Именно поэтому при принятии проектно-планировочных решений необходимо обеспечить надежное обоснование, что достигается применением математических методов. Математическое моделирование в сфере градостроительства

и транспортных систем — это моделирование процессов массового поведения жителей города в городских системах. В настоящем исследовании учет влияния тарифных ограничений на транспортный спрос и интенсивность пассажиропотоков рассматривался в составе комплексной задачи, решаемой на основе транспортно-градостроительного моделирования.

В рамках петербургской (ленинградской) школы транспортно-градостроительного моделирования основными методами для решения этих задач являются «энтропийный» и «равновесный» методы. Согласно «энтропийному» методу структура случайного размещения, возникающего в процессе массового поведения, является решением задачи максимизации энтропии размещения при наличии сдерживающих ограничений. «Равновесный» метод приводит к отысканию ситуации равновесия между возможностями городских систем обслуживания и спросом со стороны жителей города на это обслуживание; такое равновесие является сетевым аналогом равновесия для моделей экономических систем.

«Энтропийный» подход, применяемый при расчете матриц корреспонденций, удобен в тех случаях, когда формулируются достаточно «жесткие» ограничения, при которых допустимые размещения близки к реальным, но не удается выбрать «ведущий» критерий. Применение «энтропийного» подхода в задачах размещения в ленинградской практике транспортно-градостроительного моделирования насчитывает многолетнюю историю, основной вклад в ее развитие в разные годы внесли И. В. Романовский, Б. Г. Питтель, Л. М. Брэгман, В. П. Федоров, В. Н. Мягков [1–5]. О развитии моделирования для таких задач в мире можно ознакомиться в обзоре [6]. В рамках «энтропийного» подхода был разработан ряд моделей расчета матриц межрайонных пассажирских корреспонденций и формирования пассажирских потоков в городской транспортной сети [7–9].

«Равновесный» подход, применяемый при расчете потокораспределения, связан с выбором ведущего критерия и оценкой в его единицах параметров размещения, не вошедших в систему ограничений. В работе [10] представлен путь исследований потокового равновесия в транспортных сетях. В экономической работе [11] при рассмотрении примера с потоками на двух дорогах автор делает такой вывод: «Очевидно, что, если после достижения равновесия произвольно машины с узкой, хотя и хорошей дороги, переносятся на широкую дорогу, уменьшение стоимости и увеличение производительности тех, что остались на узкой дороге, было бы чистым выигрышем для транспорта в целом». В настоящее время такое равновесие известно как Wardrop equilibrium. В основополагающей работе Wardrop [12] сформулировал два принципа равновесия в транспортной сети:

– «времена проезда по всем маршрутам, фактически использованным, равны, и меньше, чем то, которое было бы потрачено одним транспортным средством на любом неиспользуемом маршруте;

– среднее время проезда при этом является минимальным».

В работе [13] впервые сформулирована математическая модель равновесия, где проблема равновесия в транспортной сети сведена к задаче математического программирования. Равновесным авторы называют такой текущий (существующий) поток, который равен спросу, формируемому при данной средней цене поездки. Спрос относится к поездкам, а пропускная способность — к потокам на дорогах. Распределение поездок по сети происходит согласно принципу кратчайшего пути в смысле цены, которая включает не только денежные затраты на дороге, но и время в пути и риски. Подход, разработанный Б. Г. Питтелем и В. П. Федоровым для математического моделирования пассажиропотоков в городской транспортной сети, до сих пор используется при разработке многих документов территориального и транспортного планирования [14–16].

### **Этапы моделирования и информационное обеспечение**

Основные расчетные этапы традиционной четырехэтапной структуры транспортной модели — это прогнозирование межрайонных корреспонденций и расчет на их базе интенсивности пассажирских и транспортных потоков. Первый этап характеризует транспортные потребности (спрос) населения в виде матриц межрайонных корреспонденций в рамках принятой системы районирования, а второй — условия функционирования транспортной системы. Прогноз спроса на передвижения в городах — это моделирование поведения в системах с множеством мест образования и поглощения потоков пассажиров и грузов.

В рамках заданной системы районирования объекты систем расселения и мест приложения труда распределены по территории транспортных районов, и передвижения совершаются между этими районами. Матрицы межрайонных корреспонденций являются агрегатами этих межобъектных передвижений, и на уровне исходной информации задаются суммарные объемы отправок и прибытий по каждому целевому передвижению для района в целом. Транспортная сеть представляется в виде графа с учетом видов транспорта, их условий движения и обеспечиваемой каждым видом транспорта скорости сообщения. В это же множество включены и передвижения между видами транспорта и фокусами (центроидами) транспортных районов.

Интенсивность пассажирских и транспортных потоков, т. е. количество участников движения в единицу времени (например, в «расчетный час») рассчитывается для каждой целевой матрицы корреспонденций (трудовые, культурно-бытовые, деловые и т. д.). «Расчетный час» представляет собой определенную долю передвижений, размер которой зависит от того, какая часть всего периода соответствующих целевых передвижений приходится на рассматриваемый условный час, необязательно одинаковый для всех транспортных районов. Совокупность таких

долей от всех целевых матриц корреспонденций и составляет расчетную нагрузку для транспортной системы.

Моделирование пассажиропотоков позволяет оценивать такие важные параметры передвижений, как средняя дальность поездок, затраты времени, скорость, прогнозировать нагрузку на различных звеньях сети. Основными этапами моделирования при этом являются:

- определение количества жителей и числа мест приложения труда в районе, а также других центров притяжения, расположенных в районе;
- определение объема корреспонденций между каждой парой районов, представляющих спрос населения на транспортное обслуживание между ними по разным целям;
- расчет пассажиропотоков на основе полученных корреспонденций на транспортной сети города (существующей или проектируемой);
- формирование на основе полученных результатов характеристик функционирования транспортной системы города и отдельных ее составляющих.

### Расчет матриц корреспонденций

Наиболее распространенным методом расчета межрайонных корреспонденций, позволяющим учитывать различные факторы функционирования транспорта и специфику систем размещения населения и рабочих мест, является «энтропийный» подход. Решение задачи максимизации энтропии размещения можно интерпретировать как наиболее вероятное среди всех размещений, возникающих в процессе реализации массового поведения, с учетом ограничений и предпочтений. Вычислительный алгоритм получения матрицы корреспонденций как решение задачи выпуклого программирования на максимизацию «взвешенной» энтропии состоит из итеративного вычисления значений двойственных переменных, соответствующих различным ограничениям [3, 4].

Матрица корреспонденций в таком случае является решением задачи:

$$H(X) = \sum_{i,j} x_{ij} \ln \frac{p(t_{ij})}{x_{ij}} \rightarrow \max. \quad (1)$$

При ограничениях на численность работающих жителей  $A_i$  и количество рабочих мест  $B_j$  в каждом районе:

$$\sum_j x_{ij} = A_i, i = 1, \dots, N, \quad (2)$$

$$\sum_i x_{ij} = B_j, j = 1, \dots, N, \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0,$$

где  $i, j$  — номера транспортных районов,  
 $x_{ij}$  — элементы искомым матриц корреспонденций,  
 $H(X)$  — «взвешенная» энтропия распределения,  
 $N$  — число транспортных районов.

Величину  $H(X)$  — энтропию, взвешенную относительно исходного предпочтения  $\{p(t_{ij})\}$ , можно рассматривать как естественную меру отклонения распределения  $X$  от «идеального» распределения.

В обзорных работах по «энтропийным» моделям В. Н. Мягков [7, 8] отметил, что если в задаче расчета корреспонденций (1–3) функция тяготения  $p(t_{ij})$  является убывающей экспонентой, т. е. имеет вид  $p(t_{ij}) = \exp(-\gamma \cdot t_{ij})$ , то существует эквивалентная постановка задачи, в которой  $p(t_{ij}) \equiv 1$ , а во множество ограничений добавлено ограничение на средние по городу затраты времени на трудовую корреспонденцию. Если решить задачу в такой постановке и полученное значение переменной, двойственной этому добавленному ограничению, принять в качестве параметра  $\gamma$  в первой постановке, то решения обеих задач совпадут.

При заданной матрице времен (или других параметров) и известными объемами перемещения между районами агломерации при ограничениях (2, 3) и ограничением на среднее время:

$$t_m = \sum_{i,j} t_{ij} x_{ij} / \sum_{i,j} x_{ij}, \quad (4)$$

решение задачи может быть получено методом множителей Лагранжа [9]. Общий вид решения:

$$x_{ij} = \exp(-1 - \delta_i - \beta_j - \gamma \cdot t_{ij}), \quad (5)$$

где  $\delta_i$ ,  $\beta_j$  и  $\gamma$  — переменные, двойственные ограничениям (2–4).

Вычислительный алгоритм получения решения задачи (1–4) состоит из итеративного вычисления значений  $\delta_i$ ,  $\beta_j$ , двойственных ограничениям (2, 3), и двойственной переменной  $\gamma$ , соответствующей ограничению (4), пересчет  $\gamma$  во внешнем итерационном процессе происходит по формуле:

$$\gamma^{k+1} = \gamma^k - \partial(t_m - t_m^k),$$

где  $\partial$  — достаточно малое положительное число.

Возможность использовать вместо экспоненциальной функции тяготения ограничение на средние затраты позволяет учитывать одновременно другие факторы,

влияющие на формирование корреспонденций. Например, добавляя среднюю стоимость трудовой корреспонденции и решив задачу в такой постановке, мы получим значение  $\mu$  переменной, двойственной этому ограничению. Было показано [7, 17], что эквивалентная постановка задачи будет иметь функцию тяготения:

$$p(t_{ij}, c_{ij}) = \exp(-\gamma \cdot t_{ij}) \cdot \exp(-\mu \cdot c_{ij}) = \exp(-\gamma \cdot t_{ij} - \mu \cdot c_{ij}),$$

где  $c_{ij}$  — затраты денег на совершение корреспонденции.

Таким образом, располагая соответствующей калибровочной информацией и матрицей затрат денег на межрайонные передвижения  $C = \{c_{ij}\}$ ,  $i, j$  — номера транспортных районов, можно модифицировать функцию тяготения в задаче (1–3), т. е. одновременно учитывать влияние и затрат времени, и затрат денег при формировании корреспонденций.

Возможен вариант, при котором вводятся ограничения на ряд параметров, но и задается априорное предпочтение. В представленной работе рассматривается такой вариант: задаются среднее время по городу и априорные предпочтения стоимости проезда между районами. Среднее время по городу в прогнозных расчетах в советское время задавалось как величина, для достижения которой проектировались изменения в транспортной сети города. Нужно отметить, что параметр  $\gamma$ , показывающий отношение населения к затратам времени на трудовые поездки, мало изменился, хотя среднее время доступности значительно увеличилось.

Несмотря на то что средняя стоимость поездки известна, получение матрицы стоимостей является трудной задачей. Экспертное задание стоимостей в виде априорных предпочтений является более осуществимой задачей. Матрица корреспонденций, полученная с учетом априорных предпочтений по стоимости и ограничения на среднее время в виде параметра  $\gamma = -0,055$ , будет точнее отображать спрос на транспортные услуги.

В предлагаемой работе в экспериментальных расчетах матриц корреспонденций для транспортной сети Санкт-Петербургской агломерации стоимости учитываются как априорные предпочтения в виде экспоненты от стоимости и параметра  $s$ . Дифференциация стоимостей для больших расстояний принята на основании данных по тарифам на проезд по железной дороге (табл. 1).

ТАБЛИЦА 1. Дифференциация стоимостей проезда по железной дороге<sup>1</sup>

Регион	Расстояние ( $p$ ), км	Стоимость, руб.	Расстояние ( $p$ ), км	Стоимость, руб.
Санкт-Петербург	1,5–20	43	> 20	$43 + (p - 20) 2,15$
Ленинградская область	1,5–14	38,92	> 14	$38,92 + (p - 14) 2,78$

<sup>1</sup> Официальный сайт Северо-Западной пригородной пассажирской компании.



ТАБЛИЦА 2. Результаты экспериментальных расчетов

Параметр $s$	Пасс. работа (метро), тыс. пасс.-км	Пасс. работа (ж. д.), тыс. пасс.-км	Пасс. работа (трамвай), тыс. пасс.-км	Объем внутрирайонных корреспонденций, пасс.	Среднее расстояние, км	Средняя доступность, мин.
0	2993,3	1205,7	356,4	91 115	12,2	58,06
-0,002	2945,1	1153,5	351,2	97 674	12,06	57,66
-0,004	2896,3	1103,7	345,6	104 539	11,93	57,28
-0,007	2821,3	1033,8	336,4	115 416	11,73	56,72
-0,02	2485,8	786,5	294,7	170 432	11	54,52

В табл. 2 приведены результаты расчетов, в которых априорные предпочтения стоимости учтены в виде экспоненты с параметром  $s$ , влияние его отображено в таких величинах, как пассажирская работа по видам транспорта, средняя доступность по городу, среднее расстояние, объем внутрирайонных корреспонденций. Внутрирайонные корреспонденции показывают количество населения, не пользующегося транспортом при передвижениях.

Как видно из табл. 2, более жесткие априорные предпочтения в виде убывающей экспоненты при одинаковых ограничениях на среднее время заметно влияют на результаты модельных расчетов, население меньше пользуется транспортом.

### Расчет пассажиропотоков

Подходы к моделированию транспортных потоков в работе [9] описываются двумя методами:

1) построение равновесного потокораспределения, при реализации которого каждый участник с вероятностью 1 в каждой промежуточной вершине направления дальнейшего движения выбирает путь следования, обеспечивающий ему минимальные затраты времени, причем этот выбор всякий раз производится без согласования с другими участниками движения, но затраты времени на дугах пересчитываются в зависимости от суммарного потока на них;

2) построение равновесного потокораспределения, при реализации которого каждый участник с некоторой вероятностью, руководствуясь стратегией поведения, может выбрать любой путь следования из района отправления  $l$  в район прибытия  $k$ , но ограничения на величины средних затрат являются достаточно жесткими и вероятность выбора путей с большими затратами будет достаточно малой. В этом случае в процессе выбора путей следования все участники движения будут распределяться по множеству путей, согласно естественному принципу прогнозирования «равные или близкие по затратам ситуации выбираются с равными или близкими вероятностями».

Оба варианта моделирования потоков реализованы в программно-информационном комплексе Citraf<sup>2</sup>, основные модели и алгоритмы которого описаны В. П. Федоровым в работах [9, 16, 18].

Нужно отметить, что модели и алгоритмы для программной реализации второго варианта нетривиальны, имеют ряд особенностей, поэтому в предлагаемой работе хотелось бы их подчеркнуть:

1. При построении распределения участников движения по путям следования для каждого элемента матрицы корреспонденций используется принцип максимизации энтропии.

2. Считается, что для каждой дуги пути следования известен вектор затрат (время передвижения по дуге, стоимость передвижения, наличие пересадки и т. п.). Кроме того, соответственно, известен вектор средних по городу затрат на передвижение с использованием разных видов транспорта (средняя продолжительность, средняя стоимость и т. п.).

3. Все возможные пути для каждого элемента матрицы корреспонденций могут содержать циклы, и каждое такое множество представляет собой бесконечное счетное множество путей. Через  $a_{ij}(h)$  обозначается количество раз, которое дуга  $(i, j)$  встречается в пути  $h$ , что позволяет в дальнейшем перейти от потока пути к потоку на дуге.

4. Предполагается, что априорное распределение порождается стратегией поведения  $\{\pi_{ij}\}$ , и искомое распределение тоже может порождаться некоторой стратегией поведения, т. е. для каждого узла пути существует набор вероятностей использования дальнейшего пути следования.

5. Вычисление этих вероятностей  $\bar{p}_{ij}^k$  для каждой дуги путей следования для каждого элемента матрицы корреспонденций производится путем решения систем уравнений, полученных с помощью построения функции Лагранжа в задаче максимизации энтропии для распределения участников движения по путям следования.

6. Для построения равновесного потока вместо задачи построения потоков по кратчайшим путям решается задача, в которой в результате решения систем уравнений строится распределение корреспонденций по всевозможным путям следования, соединяющим районы отправления и прибытия. Причем на формирование этого распределения влияют и затраты времени, и денежные затраты:

---

<sup>2</sup> Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Программный комплекс для прогнозирования потоков пассажиров и транспорта в городах Citraf / заявитель и правообладатель В. П. Федоров (RU). № 2018611770. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ — 06.02.2018 г.



$$\bar{p}_{ij}^k = \frac{\pi_{ij} \cdot \exp\left(-\left(\bar{\gamma}, b_{ij}\right)\right) \cdot \exp\left(-v_{ik} - 1\right)}{\exp\left(-v_{ik} - 1\right)},$$

где  $k$  — район обслуживания;

$\pi_{ij}$  — априорные вероятности выбора путей следования;

$b_{ij}$  — вектор затрат на дуге  $(i, j)$ ;

$v_{jk}$  — переменные, двойственные ограничения на суммарное распределение потоков;

$\bar{\gamma}$  — вектор переменных, двойственных ограничений на средние по городу затраты на передвижение (средняя продолжительность, средняя стоимость и т. п.).

В табл. 3 приведены результаты расчетов, в которых влияние вектора  $\gamma$  отражено в таких величинах, как пассажирская работа по видам транспорта, средняя по городу доступность, среднее расстояние, средняя стоимость:

$\bar{\gamma}(\gamma_1, \gamma_2)$  — вектор переменных, двойственных ограничений на средние по городу затраты на передвижение.

В экспериментальных расчетах пассажиропотоков для транспортной сети Санкт-Петербургской агломерации приняты следующие стоимости: на посадке в метро — 45 руб., на посадке в трамвай — 40 руб., на проезд на железной дороге — 3,3 руб. за 1 км пути, на остальных дугах графа — 7,2 руб. за 1 км пути. Для варианта расчета матрицы корреспонденций с априорными предпочтениями в виде экспоненты с коэффициентом  $s = -0,004$  и  $\gamma_1 = -1,4$  пассажиропотоки формировались с разными значениями параметра  $\gamma_2$ .

Из табл. 3 видно, как при одной и той же стоимости всех видов транспорта при разных  $\gamma_2$ , т. е. практически для разных ограничений на среднюю стоимость, изменяется распределение пассажиров между видами транспорта, в то время как среднее расстояние и средняя доступность практически не меняются при одних и тех же ограничениях. Среднее расстояние передвижений на метро выросло при оплате только на посадке, так же как и на трамвае, а при оплате за км пути эти расстояния уменьшались, поэтому уменьшалась средняя стоимость проезда по городу.

ТАБЛИЦА 3. Результаты экспериментальных расчетов ( $\gamma_1 = -1,4$ ;  $s = -0,004$ )

Параметр $\gamma_2$	Пасс. работа (метро), тыс. пасс.-км	Пасс. работа (ж. д.), тыс. пасс.-км	Пасс. работа (трамвай), тыс. пасс.-км	Среднее расстояние метро км	Среднее расстояние жел. дор. км	Средняя стоимость, руб.	Средняя доступность, мин.
0	2896,3	1103,7	345,6	11,4	16,8	60,2	57,28
-0,004	2897,5	1106,7	345,4	11,5	16,8	60,1	57,28
-0,01	2898,7	1110,7	345,2	11,6	16,8	60	57,27
-0,1	2918,7	1174,7	338,3	11,7	16,9	58,5	57,28
-0,5	2928,4	1367,3	392,9	12,6	15,4	54,8	57,85

Нужно отметить, что при построении матрицы корреспонденций времена на дугах не зависят от величины потока, а при построении равновесных потоков время на дуге зависит от суммарного потока, полученного на предыдущей итерации, т. е. время является функцией потока.

Учет стоимости проезда, таким образом, может производиться при расчете матриц корреспонденций как влияние стоимости проезда на величину спроса, а также при расчете пассажиропотоков как влияние стоимости на выбор пути следования.

### Моделирование пассажиропотоков на основе регулярной сетки

Отдельный интерес представляют аналогичные расчеты пассажиропотоков на условной транспортной сети в виде регулярной сетки, при которых достаточно простой способ задания информации позволяет исследовать закономерности функционирования транспортных систем. При таком подходе каждый узел этой сетки связан дугами с 8-ю соседними узлами, параллельно сторонам и диагоналям ячеек сетки [19]. Результаты этих исследований приведены в публикациях на примере городов: Санкт-Петербург, Екатеринбург, Пермь [20–22]. Расчеты на условном графе (на сетке) позволяют оценить значения затрат времени, стоимости проезда и спрос на пассажироперевозки в зависимости от скорости и стоимости километра пути для крупных регионов (например, объединенные системы расселения и размещения рабочих мест Санкт-Петербурга и Ленинградской области), так как создание единого транспортного графа для решения такой задачи является достаточно трудоемким процессом. Пример результатов такого расчета приведен на рисунке.



Дуги скоростного транспорта, выбранные по результатам расчета на условной сетке (Санкт-Петербург)

В этом случае входными параметрами задачи с использованием условного графа являются:

- 1) система транспортного районирования, заданная либо массивом фокусов (центроидов) с координатной привязкой, либо границами транспортных районов;
- 2) регулярная сетка, покрывающая территорию рассмотрения;
- 3) начальная скорость передвижения, на основе которой рассчитывается матрица затрат времени;
- 4) минимальная и максимальная скорости передвижения, необходимые при пересчете скорости в зависимости от пассажиропотока;
- 5) количественные показатели, характеризующие размещение населения и мест приложения труда по районам.

В проведенных авторами расчетах пассажиропотоков в утренний час пик для объединенных систем расселения и размещения рабочих мест Санкт-Петербурга и Ленинградской области территория Санкт-Петербурга представлена 17 агрегированными транспортными районами, а территория Ленинградской области — муниципальными образованиями (около 150). Такое представление территории позволяет уравновесить расстояния между центрами системы. Дополнительными параметрами выбирались стоимость километра пути и ограничения на среднюю стоимость в виде двойственной оценки  $\theta$ , поскольку исследовалась зависимость ряда параметров, характеризующих функционирование транспортной системы от тарифа. Шаг регулярной сетки, покрывающей территорию рассмотрения, — 5000 м при габаритах 450 × 320 км.

Расчеты показывают, что помимо временных существуют и стоимостные границы доступности систем обслуживания. В зависимости от принадлежности к определенному поясу изменяется и средняя стоимость проезда. При постоянных тарифах на посадке в общественный транспорт даже при поездке на одну остановку человек согласен платить, как если бы он провел в метро несколько часов или воспользовался маршрутом наземного транспорта от начала до конца. На железной дороге стоимость зависит от расстояния, введение одинаковой платы для всех возможно только внутри одной зоны. Большая часть населения вынуждена пользоваться не одним видом транспорта, в Санкт-Петербурге среднее расстояние поездки на работу составляет 12,2 км, на метро средняя длина поездки — 11,4 км (расчет, представленный в табл. 2).

## Библиографический список

1. 50 лет лаборатории математических моделей массового обслуживания ЛО ЦЭМИ — лаборатории математического моделирования функционально-пространственного развития городов СПб ЭМИ РАН: материалы к библиографии ученых и специалистов транспортных

систем городов и организации городского движения. — Вып. 27. — СПб.: Нестор-История, 2018. — 100 с.

2. Брэгман Л. М. Релаксационный метод нахождения общей точки выпуклых множеств и его применение для задач оптимизации / Л. М. Брэгман. — Докл. АН СССР. — 1966. — Т. 171. — № 5. — С. 1019–1022.

3. Брэгман Л. М. Доказательство сходимости метода Г. В. Шелейховского для задачи с транспортными ограничениями / Л. М. Брэгман // Журнал вычислит. мат. и мат. Физики. — 1967. — Т. 7. — № 1. — С. 147–156.

4. Питтель Б. Г. Одна простейшая вероятностная модель коллективного поведения / Б. Г. Питтель // Проблемы передачи информации. — 1967. — Т. 3. № 3. — С. 37–52.

5. Питтель Б. Г. Случайное размещение с ограничениями и принцип максимума взвешенной энтропии / Б. Г. Питтель. — Докл. АН СССР. — 1972. — Т. 207. — № 6. — С. 1281–1283.

6. Erlander S., Stewart N. F. The gravity model in transportation analysis: theory and extensions / S. Erlander, N. F. Stewart // Topics in transportation. — 1990. — 99-0624974-9. Utrecht: VSP.

7. Математические методы в управлении городскими транспортными системами / Отв. ред. О. Г. Фаянс. — Л.: Наука, 1979. — 152 с.

8. Мягков В. Н. Математическое обеспечение градостроительного проектирования / В. Н. Мягков, Н. С. Пальчиков, В. П. Федоров; отв. ред. Б. Л. Овсевич. — Л.: Наука, Ленинградское отделение, 1989. — 144 с.

9. Экономико-математические исследования: математические модели и информационные технологии. Сборник трудов Санкт-Петербургского экономико-математического института РАН. № 9. Математические модели в исследовании процессов развития городской среды. — СПб.: Нестор-История, 2015. — 84 с.

10. Correa J. R. Wardrop equilibria (Industrial Engineering Department, universidad de Chile, Santiago, Chile) (Graduate School of Business, Columbia university, New York, New York) / J. R. Correa, N. Stier-Moses // Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science, edited by James J. Cochran Copyright 2010 John Wiley & Sons, Inc.

11. Knight F. H. Some Fallacies in the Interpretation of Social Costs / F. H. Knight // Quarterly Journal of Economics. — 1924. — № 38. — Pp. 582–606.

12. Wardrop J. Some theoretical aspects of road traffic research / J. Wardrop // Proceedings of the Institute of Civil Engineers, London, Part II. — 1952. — Vol. 1. — Pp. 325–378.

13. Beckmann M. J. Studies in the Economics of Transportation / M. J. Beckmann, C. B. McGuire, C. B. Winsten. — Yale University Press, New Haven, Conn. — 1956.

14. Питтель Б. Г. Математическая модель прогноза пассажиропотоков в городской транспортной сети / Б. Г. Питтель, В. П. Федоров // Экономика и матем. Методы. — 1969. — Вып. 5. — С. 744–757.

15. Федоров В. П. Об одной задаче выпуклого программирования, связанной с расчетом перспективных потоков грузовых машин в городской транспортной сети / В. П. Федоров // Математический аппарат плановых расчетов. Изд. ЦЭМИ АН СССР. — С. 42–46.

16. Федоров В. П. Математическая модель формирования пассажиропотоков / В. П. Федоров // Изв. АН СССР, Техническая кибернетика. — 1974. — № 4. — С.17–26.

17. Питтель Б. Г. Статистический подход к задаче математического моделирования массового поведения в системах обслуживания / Б. Г. Питтель // Тез. докл. Симпозиум по моделированию народного хозяйства, Секция экономико-математических моделей зарубежных стран, Новосибирск, 22–27 июня 1970 г. — С. 78–87.

18. Лосин Л. А. Петербургский опыт построения информационно-программного комплекса для решения транспортно-градостроительных задач / Л. А. Лосин // Социально-экономические проблемы развития и функционирования транспортных систем городов и зон их влияния. — Минск: БНТУ, 2017. — С. 88–95.

19. Федоров В. П. Формирование вариантов развития городских транспортных сетей: разработка метода / В. П. Федоров // Транспорт Российской Федерации. — 2012. — № 3–4 (40–41). — С. 17–21.

20. Булычева Н. В. Моделирование системы общественного транспорта на основе пассажиропотоков, сформированных на условной сети / Н. В. Булычева, Л. А. Лосин // Экономика Северо-Запада: проблемы и перспективы развития. — 2021. — № 2(65). — С. 86–92.

21. Булычева Н. В. Опыт разработки досетевых моделей для построения сетей общественного транспорта (на примере Екатеринбурга) / Н. В. Булычева, С. А. Ваксман, Л. Ю. Истомина, Л. А. Лосин // Социально-экономические проблемы развития и функционирования транспортных систем городов и зон их влияния. — Екатеринбург: 2021. — С. 180–190.

22. Булычева Н. В. Возможности досетевого подхода в транспортном планировании (на примере г. Перми) / Н. В. Булычева, Л. А. Лосин // Проблемы преобразования и регулирования региональных социально-экономических систем: сборник научных трудов. Вып. 49 / Под науч. ред. д-ра экон. наук, проф. С. В. Кузнецова. ИПРЭ РАН. — СПб.: ГУАП, 2021. — С. 4–11.

Дата поступления: 21.02.2022

Решение о публикации: 22.05.2022

**Контактная информация:**

ЛОСИН Леонид Андреевич — канд. техн. наук, заведующий лабораторией; [nipigrad@yandex.ru](mailto:nipigrad@yandex.ru)

БУЛЫЧЕВА Нэля Васильевна — старший научный сотрудник; [bul45@mail.ru](mailto:bul45@mail.ru)

# The Research of Fare Impact on Transport Demand by Mathematical Modeling

L. A. Losin<sup>1,2</sup>, N. V. Bulycheva<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institute for Regional Economic Studies, Russian Academy of Sciences, 38, Serpuhovskaya ul., Saint Petersburg, 190013, Russian Federation

<sup>2</sup>Emperor Alexander I State Transport University, 9, Moskovsky pr., Saint Petersburg, 190031, Russian Federation

**For citation:** Losin L. A., Bulycheva N. V. The Research of Fare Impact on Transport Demand by Mathematical Modeling. *Bulletin of scientific research results*, 2022, iss. 2, pp. 179–194. (In Russian) DOI: 10.20295/2223-9987-2022-2-179-194

## Summary

**Purpose:** To analyze the methods of mathematical modeling applied in Russian practice in transport and urban planning. To propose methods and algorithms for accounting for public transport fares in the frames of a transport demand and a passenger traffic density model. To test model of public transport system, accounting for a fare on the example of St. Petersburg agglomeration. **Methods:** Mathematical modeling, processing data large amounts processing, geoinformation analysis. **Results:** The study of the impact of a fare on a transport demand and a passenger traffic density as a part of complex task being solved on the basis of transport and urban planning modeling on the example of the transport system of St. Petersburg agglomeration has been pursued. Methodology for calculating the matrices of interdistrict correspondences and for passenger flow formation on a transport network given a fare has been developed. It has been revealed that in addition to time limitations, there are also cost ones in service system feasibility. It's been established that accounting for a fare can be pursued when calculating as correspondence matrices on the basis of fare impact on demand amount as well as passenger flows on the basis of fare impact on a route choice. **Practical importance:** The developed modeling method can be the basis to study the dependence of influence of rate various types on passenger flow distribution, time and speed parameters. Being proposed model can be used at the development of documentation on territorial and transport planning, of concepts for improvement of rate policy on a public transport.

**Keywords:** Transport modeling, public transport, transport network, correspondence matrix, passenger traffic, passenger flows.

## References

1. *50 let laboratorii matematicheskikh modeley massovogo obsluzhivaniya LO TsEMI — laboratorii matematicheskogo modelirovaniya funktsional'no-prostranstvennogo razvitiya gorodov SPb EMI RAN. Materialy k biobibliografii uchenykh i spetsialistov transportnykh sistem gorodov i organizatsii gorodskogo dvizheniya* [50th Anniversary of the Laboratory of Mathematical Models of Queuing LO CEMI — Laboratory of Mathematical Modeling of the Functional-Spatial Development of Cities of St. Petersburg EMI RAS. Materials for the bio-bibliography of scientists and specialists of the transport systems of cities and the organization of urban traffic]. St. Petersburg: Nestor-Istoriya Publ., 2018. 100 p. (In Russian)

2. Bregman L. M. *Relaksatsionnyy metod nakhozheniya obshchey tochki vypuklykh mnozhestv i ego primeneniye dlya zadach optimizatsii* [Relaxation method for finding a common point of convex sets and its application to optimization problems]. 1966, vol. 171, I. 5, pp. 1019–1022. (In Russian)



3. Bregman L. M. Dokazatel'stvo skhodimosti metoda G.V.Sheleykhovskogo dlya zadachi s transportnymi ogranicheniyami [Proof of the convergence of the G.V. Sheleikhovskii method for a problem with transport constraints]. *Zhurnal vychislit. mat. i mat. Fiziki* [Zhurnal Vychichit. mat. and mat. Physics]. 1967, vol. 7, I. 1, pp. 147–156. (In Russian)
4. Pittel' B. G. Odna prosteyshaya veroyatnostnaya model' kollektivnogo povedeniya [One simplest probabilistic model of collective behavior]. *Problemy peredachi informatsii* [Problems of information transmission]. 1967, pp. 37–52. (In Russian)
5. Pittel' B. G. *Sluchaynoe razmeshchenie s ogranicheniyami i printsip maksimuma vzveshennoy entropii* [Random placement with restrictions and the principle of maximum weighted entropy — Dokl. Academy of Sciences of the USSR]. 1972, vol. 207, I. 6, pp. 1281–1283. (In Russian)
6. Erlander, Sven; Stewart Neil F. The gravity model in transportation analysis: theory and extensions. Topics in transportation, 99-0624974-9. Utrecht: VSP. 1990
7. *Matematicheskie metody v upravlenii gorodskimi transportnymi sistemami* [Mathematical methods in the management of urban transport systems]. Nauka Publ., 1979. 152 p. (In Russian)
8. Myagkov V. N., Pal'chikov N. S., Fedorov V. P. *Matematicheskoe obespechenie gradostroitel'nogo proektirovaniya* [Mathematical support of urban planning]. Nauka, Leningradskoe otdelenie Publ., 1989. 144 p. (In Russian)
9. Ekonomiko-matematicheskie issledovaniya: matematicheskie modeli i informatsionnye tekhnologii. Sbornik trudov Sankt-Peterburgskogo ekonomiko-matematicheskogo instituta RAN [Economic and mathematical research: mathematical models and information technologies. Collection of works of the St. Petersburg Institute of Economics and Mathematics of the Russian Academy of Sciences]. *Matematicheskie modeli v issledovanii protsessov razvitiya gorodskoy sredy* [Mathematical models in the study of urban environment development processes]. St. Petersburg: Nestor-Istoriya Publ., 2015. 84 p. (In Russian)
10. James J. Wardrop equilibria JOS' E R. CORREA (Industrial Engineering Department, universidad de Chile, Santiago, Chile) NICOLA' S E. STIER-MOSES (Graduate School of Business, Columbia university, New York, New York). Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science. Cochran Copyright. John Wiley & Sons, Inc. 2010
11. Knight F. H. Some Fallacies in the Interpretation of Social Costs. *Quarterly Journal of Economics*. 1924, I. 38, pp. 582–606.
12. Wardrop J. Some theoretical aspects of road traffic research, *Proceedings of the Institute of Civil Engineers, London*. 1952. Part II, vol. 1, pp. 325–378.
13. Beckmann M. J., McGuire C. B., Winsten C. B. *Studies in the Economics of Transportation*. Yale University Press, New Haven, Conn. 1956.
14. Pittel' B. G., Fedorov V. P. Matematicheskaya model' prognoza passazhiropotokov v gorodskoy transportnoy seti [Mathematical model for predicting passenger traffic in the urban transport network]. *Ekonomika i matem. Metody* [Economics and Matem. methods]. 1969, I. 5, pp. 744–757. (In Russian)
15. Fedorov V. P. Ob odnoy zadache vypuklogo programmirovaniya, svyazannoy s raschetom perspektivnykh potokov gruzovykh mashin v gorodskoy transportnoy seti [On one problem of convex programming related to the calculation of promising flows of trucks in the urban transport network]. *Matematicheskiiy apparat planovykh raschetov. Izd. TsEMI AN SSSR* [Mathematical apparatus of planned calculations. Ed. CEMI AS USSR]. Pp. 42–46. (In Russian)

16. Fedorov V. P. Matematicheskaya model' formirovaniya passazhiropotokov [Mathematical model of the formation of passenger traffic]. *Izv. AN SSSR, Tekhnicheskaya kibernetika* [Izv. USSR Academy of Sciences, Technical Cybernetics]. 1974, I. 4, pp. 17–26. (In Russian)
17. Pittel' B. G. Statisticheskii podkhod k zadache matematicheskogo modelirovaniya massovogo povedeniya v sistemakh obsluzhivaniya [Statistical Approach to the Problem of Mathematical Modeling of Mass Behavior in Service Systems]. *Tez. dokl. Simpozium po modelirovaniyu narodnogo khozyaystva, Sektsiya ekonomiko-matematicheskikh modeley zarubezhnykh stran* [Tez. report Symposium on Modeling the National Economy, Section of Economic and Mathematical Models of Foreign Countries]. Novosibirsk, June 22–27, 1970, pp. 78–87. (In Russian)
18. Losin L. A. Peterburgskiy opyt postroeniya informatsionno-programmnogo kompleksa dlya resheniya transportno-gradostroitel'nykh zadach [Petersburg experience of building an information-software complex for solving transport and urban planning problems]. *Sotsial'no-ekonomicheskie problemy razvitiya i funktsionirovaniya transportnykh sistem gorodov i zon ikh vliyaniya* [Socio-economic problems of development and functioning of transport systems of cities and zones of their influence]. Minsk: BNTU Publ., 2017, pp. 88–95. (In Russian)
19. Fedorov V. P. Formirovanie variantov razvitiya gorodskikh transportnykh setey: razrabotka metoda [Formation of options for the development of urban transport networks: development of a method]. *Transport Rossiyskoy Federatsii* [Transport of the Russian Federation]. 2012, I. 3–4 (40–41), pp. 17–21. (In Russian)
20. Bulycheva N. V., Losin L. A. Modelirovanie sistemy obshchestvennogo transporta na osnove passazhiropotokov, sformirovannykh na uslovnoy seti [Modeling the public transport system based on passenger flows formed on a conditional network]. *Ekonomika Severo-Zapada: problemy i perspektivy razvitiya* [Economics of the North-West: problems and development prospects]. 2021, I. 2 (65), pp. 86–92. (In Russian)
21. Bulycheva N. V., Vaksman S. A., Istomina L. Yu., Losin L. A. Opyt razrabotki dosetevykh modeley dlya postroeniya setey obshchestvennogo transporta (na primere Ekaterinburga) [Experience in developing pre-grid models for building public transport networks (on the example of Yekaterinburg)]. *Sotsial'no-ekonomicheskie problemy razvitiya i funktsionirovaniya transportnykh sistem gorodov i zon ikh vliyaniya* [Socio-economic problems of development and functioning of transport systems of cities and zones of their influence]. Ekaterinburg, 2021, pp. 180–190. (In Russian)
22. Bulycheva N. V., Losin L. A. Vozmozhnosti dosetevogo podkhoda v transportnom planirovanii (na primere g.Permi) [Possibilities of the pre-network approach in transport planning (on the example of Perm)]. *Problemy preobrazovaniya i regulirovaniya regional'nykh sotsial'no-ekonomicheskikh sistem* [Problems of transformation and regulation of regional socio-economic systems]. St. Petersburg: GUAP Publ., 2021, pp. 4–11. (In Russian)

Received: February 21, 2022

Accepted: May 22, 2022

**Author's information:**

Leonid A. LOSIN — PhD in Engineering, Laboratory Head; nipigrad@yandex.ru

Nelia V. BULYCHEVA — Senior Researcher; bul45@mail.ru