

University shows that the close connection of the teaching process with research and the decision of the teaching staff of the production tasks of the industry always contributes to improving the quality of training graduates in the specialty.

**Keywords:** Emperor Alexander I Petersburg State Transport University, department, water supply, sewerage, drainage, teaching, specialty, Timonov, Surin, Dikarevsky

---

УДК 621.314.2.001.24(03)

**Ю. В. Чернышева, А. Н. Горский**

## **Научно-методический подход к преподаванию расчетов электротехнического оборудования в инженерном вузе**

**Чернышева Юлия Владимировна** — кандидат технических наук, доцент кафедры «Вагоны и вагонное хозяйство»

**Горский Анатолий Николаевич** — доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Теоретические основы электротехники и энергетики»

*Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург, Россия*

**Аннотация.** Научно-методический подход при преподавании расчетов электрической цепи предполагает упрощение. Любое электротехническое оборудование представляется в виде некой электрической цепи. В установившемся режиме электрическая цепь часто рассматривается в виде цепи синусоидального тока. При дифференцировании и интегрировании синусоидальная функция сохраняется. Особенно это полезно при расчете цепи в комплексной форме. Синусоидальность напряжения и тока возникает вследствие вращательного движения ротора генератора или вращающегося магнитного поля. При импульсном воздействии возникают проблемы: оно требует расчета переходного процесса. Так как форма импульсов может быть математически сложной, то возможное упрощение расчетов было бы весьма удобным. Именно это и сделано в статье: реальный импульс заменяется экспоненциальным. В этом случае дифференцирование и интегрирование не меняют его математического описания.

**Ключевые слова:** электротехническое оборудование, генератор, трансформатор, схема замещения, синусоидальная функция, реальный импульс, экспоненциальный импульс

Электротехническое оборудование для упрощения расчета представляется в виде некой электрической цепи. Переменные напряжение и ток являются синусоидальными функциями:

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u), i = I_m \sin(\omega t + \psi_i). \quad (1)$$

Для описания напряжения и тока синусоидальные функции намеренно не выбирались. Это является следствием вращательного движения ротора генератора или наличия вращающегося трехфазного магнитного поля.

Если в линейном движении  $S = vt$  (где  $S$  — путь,  $v$  — линейная скорость,  $t$  — время), то во вращательном движении  $\alpha = \omega t$  (пусть  $\alpha$  — это угол, тогда  $\omega$  — угловая скорость. За время  $t = T$  (время периода вращения) угол изменяется на  $2\pi$ , откуда  $\omega = \frac{\alpha}{T} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ , где  $f$  — частота).

Если один виток ротора генератора представить в виде рамки (рис. 1), вращающейся в магнитном поле, интенсивность которого учитывается значением вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ , то электродвижущая сила (ЭДС), наводимая в рамке, вычисляется по формуле:

$$e = -Blv = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{-d(\Phi_m \cos \alpha)}{dt} = -\frac{d}{dt}\Phi_m \cos \omega t = \omega\Phi_m \sin \omega t = E_m \sin \omega t$$

при произвольном начале вращения рамки  $e = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$ , где  $\psi_e$  — начальная фаза ЭДС,  $\psi_u$  и  $\psi_i$  — соответственно, начальная фаза напряжения и тока.

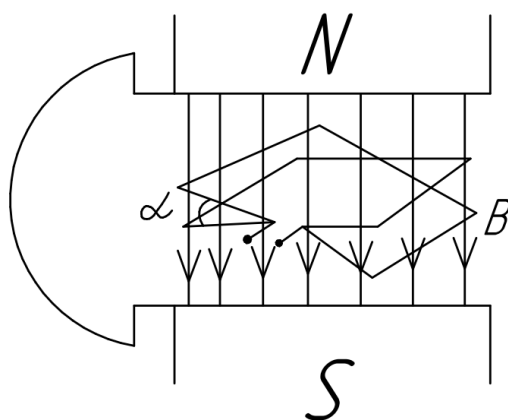


Рис. 1. Рамка в магнитном поле

Описание мгновенного значения ЭДС, напряжения и тока синусоидальной функцией математически очень удобно, так как при дифференцировании и интегрировании получается опять синусоидальная функция:

$$\frac{d \sin \omega t}{dt} = \omega \cos \omega t = \omega \sin(\omega t + 90^\circ),$$

$$\int \sin \omega t dt = -\frac{1}{\omega} \cos \omega t = \frac{1}{\omega} \sin(\omega t - 90^\circ).$$

Постоянная интегрирования для периодической функции равна нулю. Одним из достоинств синусоидальной функции является представление напряжения и тока комплексной функцией:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \Leftrightarrow \dot{i} = \dot{I}_m e^{j(\omega t + \psi_i)} = I_m e^{j\omega t}, \text{ где } \dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i} \text{ —}$$

комплексная амплитуда тока, в которой учтены обе составляющие мгновенного значения тока — его амплитуда  $I_m$  и его начальная фаза  $\psi_i$ .

Основанием для такого представления является тот факт, что действительный ток  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$  является мнимой частью комплексного тока  $\dot{i} = I_m e^{j(\omega t + \psi_i)}$ , то есть  $i = \text{Im}[\dot{i}]$ . Все вышесказанное очень удобно для расчетчиков и хорошо известно специалистам [1].

Если в установившемся режиме при воздействии синусоидального напряжения (1) все токи имеют ту же форму и ту же частоту  $\omega$ , то в переходном режиме при воздействии импульсного напряжения, которое имеет различную, иногда достаточно сложную форму, ток может иметь совершенно другую, чем напряжение, форму. При этом возникают существенные математические трудности. Существует теорема Рэлея (равенство Парсеваля), устанавливающая связь между энергией непериодического сигнала и его спектром:

$$\int_{-\infty}^{\infty} [f(t)]^2 dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega.$$

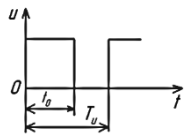
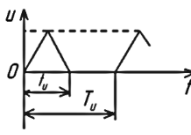
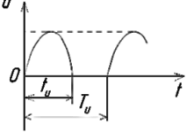
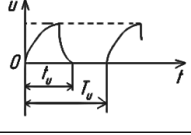
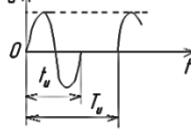
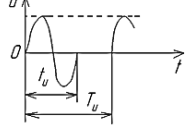
По виду функции  $|F(j\omega)|$  можно судить о распределении энергии в спектре непериодического сигнала. В случае единичного прямоугольного импульса длительностью  $t_o$  (или периодически повторяющегося импульса с достаточно длинной паузой) около 90% энергии сосредоточено в так называемой основной полосе частот от 0 до  $\omega = \frac{2\pi}{t_o}$ .

Это позволяет сделать вывод о том, что если два импульса разной формы в основной полосе частот имеют одинаковые амплитудные спектры, то и энергии этих импульсов будут примерно одинаковые. В работах известного советского радиоинженера, создателя первого советского серийного телевизора А. Я. Брейтбарта показано, что спектры двух импульсов в основной полосе частот совпадают, если сумма несовпадающих площадей этих импульсов минимальна. В таблице приве-

дены параметры прямоугольных и экспоненциальных импульсов, эквивалентных в указанном выше смысле импульсам различных форм [2, 3].

При помощи таблицы можно заменить реальный импульс прямоугольным или экспоненциальным, если условием замены является задача определения потерь мощности от воздействия реального импульса.

**ТАБЛИЦА.** Эквивалентирование реального импульса прямоугольным или экспоненциальным

Форма импульса	Коэффициенты перехода к эквивалентному импульсу			
	прямоугольному		экспоненциальному	
	$\xi_{\Pi} = t_o / t_u$	$\lambda_{\Pi} = U_o / U_m$	$\xi_{\text{exp}} = t_{\text{exp}} / t_u$	$\lambda_{\text{exp}} = U_{\text{exp}} / U_m$
	1	1	1,82	1,67
	0,707	0,707	1,28	1,18
	0,74	0,86	1,35	1,43
	0,84	0,81	1,56	1,35
	0,55	0,6	1	1
	0,54	1,41	0,98	2,35

Примечание:

- 1) обозначения  $U_o, t_o$  прямоугольного импульса соответствуют обозначениям  $U_m, t_u$  реального импульса;
- 2) длительность экспоненциального импульса —  $t_{\text{exp}} = 3\tau$ , где  $\tau$  — постоянная времени экспоненты.

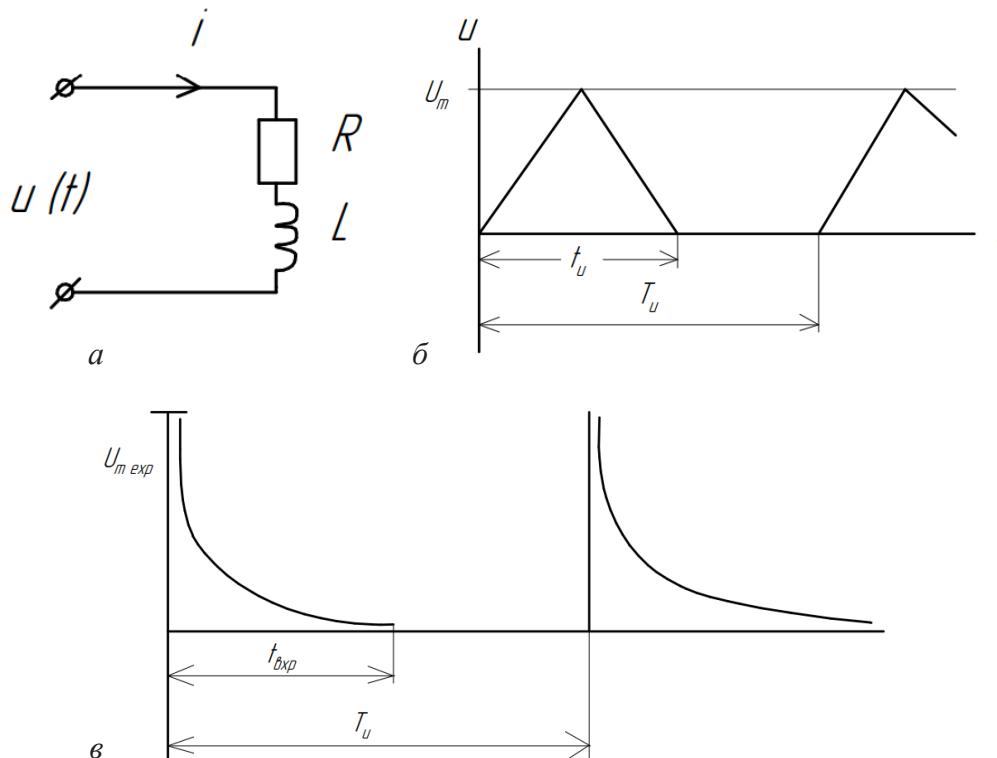
Особый интерес представляет замена реального импульса экспоненциальным, так как при дифференцировании и интегрировании экспоненциальной функции токи будут иметь составляющие в виде той же экспоненциальной функции, что и напряжение.

**Пример.** На цепь  $R, L$  воздействует серия треугольных импульсов длительностью  $t_u$  и амплитудой  $U_m$ . Время  $T_u$  — время появления последующего импульса, достаточное, чтобы переходный процесс от воздействия предыдущего импульса закончился. Определить мощность потерь.

Переходим от треугольного импульса к экспоненциальному:

$$U_{m\text{exp}} = 1,18U_m; \quad t_{\text{exp}} = 1,28t_{\Delta}; \quad t_{\text{exp}} = 3\tau; \quad \tau = \frac{t_{\text{exp}}}{3}; \quad u(t) = U_{\text{exp}}e^{-at}; \quad a = \frac{1}{\tau},$$

где  $\tau$  — постоянная времени переходного процесса (рис. 2).



**Рис. 2.** *a* — схема электрической цепи, на которую воздействуют импульсы; *б* — треугольные импульсы; *в* — экспоненциальные импульсы

Рассчитываем ток  $i(t)$  в цепи от воздействия экспоненциального импульса. Уравнение переходного процесса:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = U_m e^{-at}. \quad (2)$$

Решение уравнения (2) записывается в виде:

$$i = \frac{U_m}{R - aL} e^{-at} - \frac{U_m}{R - aL} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U_m}{R - aL} (e^{-at} - e^{-\frac{R}{L}t}),$$

тогда мощность потерь

$$P = \int_0^{T_u} i^2 R dt = \int_0^{t_u} i^2 R dt.$$

Трансформатор и асинхронный двигатель — весьма популярные виды электрооборудования. Их схемы замещения представляют собой совокупность активных сопротивлений и индуктивностей [2]. На рис. 3 изображена упрощенная схема замещения трансформатора большой мощности для низких частот.

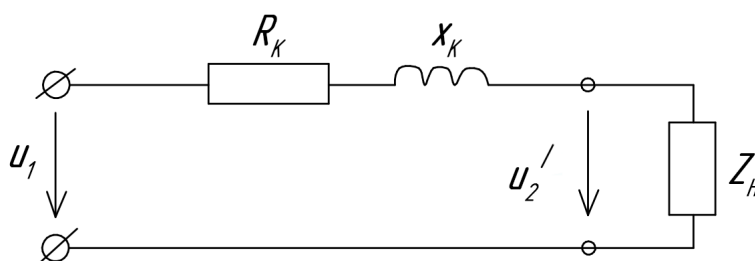


Рис. 3. Схема замещения трансформатора

Параметры  $R_k$  и  $X_k$  упрощенной схемы рис. 3 — параметры короткого замыкания:

$$R_k = R_1 + R'_2, \quad x_k = x_1 + x'_2.$$

На рис. 4 представлена схема замещения асинхронного двигателя [4].

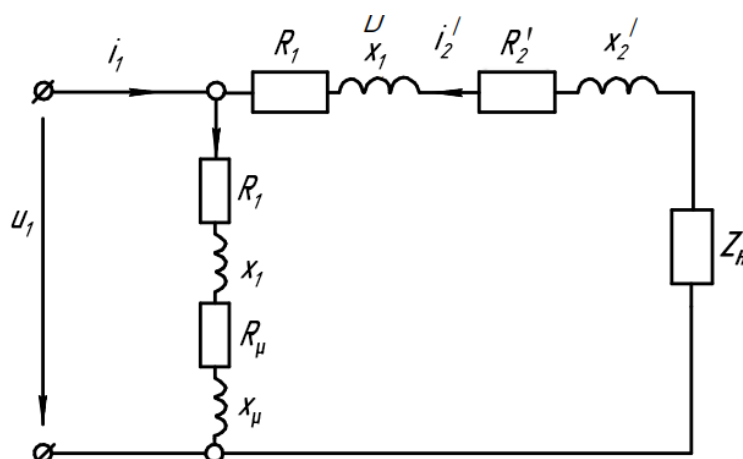


Рис. 4. Схема замещения асинхронного двигателя

Иногда в ряде задач форма импульса, воздействующего на то или иное оборудование, не имеет значения, важно лишь, что импульсное воздействие существует (например, при включении освещения вагона) [5]. Тогда расчет переходного процесса также не сложен [1]. Пусть на цепь  $R, L$  воздействует кратковременный импульс, площадь которого в координатах  $u, t$  равна  $K$ . Для простоты представим его прямоугольным (рис. 5).

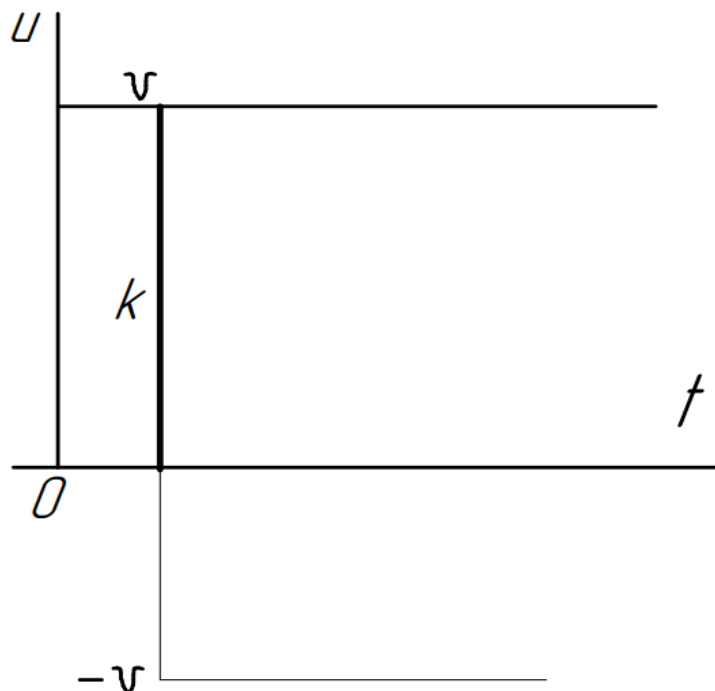


Рис. 5. Представление импульса площадью  $K$

При  $0 \leq t \leq \infty$   $u(t) = U$ ,  $t_u \leq t \leq \infty$   $u(t) = -U$ ,  $t_u = \Delta t$  от действия напряжения  $U$  ток в последовательной цепи  $R, L$  будет равен:

$$i(t) = \frac{U}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}).$$

Представление импульса тока от действия напряжения  $-U$  будет следующим:

$$i(t) = -\frac{U}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}(t-\Delta t)}).$$

В сумме получим  $i(t) = \frac{U}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) - \frac{U}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}(t-\Delta t)})$ .

Импульс тока можно представить как:

$$i(t) = U \Delta t \frac{y(t) - y(t - \Delta t)}{\Delta t},$$

где переходная проводимость цепи  $R, L$ :

$$y(t) = \frac{1}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}),$$

переходная проводимость на интервале времени  $t - \Delta t$ :

$$y(t - \Delta t) = \frac{1}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}(t - \Delta t)}).$$

При кратковременных импульсах:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{y(t) - y(t - \Delta t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} = y'(t).$$

С учетом того, что  $U \Delta t = K$ , получим

$$i(t) = Ky'(t). \quad (3)$$

За время  $\Delta t$  при воздействии импульсного напряжения происходит накопление энергии в магнитном поле индуктивности (или емкости в цепи  $R, C$ ). После окончания импульса энергия рассеивается в сопротивлении  $R$ .

Научно-методический подход преподавания в вопросе реализации расчетов электрической цепи при кратковременных импульсах напряжения имеет следующую последовательность:

1. Исследуется переходный процесс в исследуемой электрической цепи при постоянном входном напряжении  $U$ .

2. Определяется переходная проводимость цепи  $y(t) = \frac{i(t)}{U}$ .

3. По формуле (3) определяется ток в цепи.

## Заключение

В статье по аналогии с установившимся режимом в цепи синусоидального тока рассмотрены упрощенные варианты расчета переходного процесса в электротехническом оборудовании для случаев, когда форма воздействующего импульса имеет значение (путем замены реального импульса экспоненциальным) и когда форма импульса не имеет значения по формуле (3). При этом использовались результаты научных работ А. Я. Брейтбарта и А. Н. Горского [2, 3].

## Список источников

1. Теоретические основы электротехники: учебник для вузов / К. С. Демирчян [и др.]. Т. 1. СПб.: Питер, 2003. 463 с.
2. Русин Ю. С., Гликман И. Я., Горский А. Н. Электромагнитные элементы радиоэлектронной аппаратуры: справочник. М.: Радио и связь, 1991. 224 с.
3. Расчет электромагнитных элементов источников вторичного электропитания / А. Н. Горский [и др.]. М.: Радио и связь, 1988. 176 с.
4. Иванов И. И., Соловьев Г. И., Фролов В. Я. Электротехника и основы электроники: учебник. 7-е изд., перераб. и доп. СПб.: Лань, 2012. 736 с.
5. Хряпенок Г. А., Стрыжаков Е. П. Электрические аппараты и цепи вагонов: учебник для техникумов и колледжей ж/д транспорта. М.: Маршрут, 2006. 544 с.

**Yu. V. Chernysheva, A. N. Gorsky**

## Scientific and Methodological Approach to Teaching Calculations of Electrical Equipment in an Engineering University

**Yulia V. Chernysheva** — PhD in Engineering, Associate Professor of the Department “Wagons and Carriage Industry”

**Anatoly N. Gorsky** — Dr. Sci. in Engineering, Professor, Professor of the Department “Theoretical Foundations of Electrical Engineering and Power Engineering”

*Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, Saint Petersburg, Russia*

**Abstract.** The scientific and methodological approach to teaching electrical circuit calculations involves simplification. Any electrical equipment can be represented as an electrical circuit to simplify the calculation process. In a steady-state condition, the electrical circuit is often considered as a sinusoidal current circuit. When differentiating or integrating, the sinusoidal function remains unchanged. This is particularly useful when calculating the circuit in complex form. The sinusoidal nature of voltage and current is due to the rotational motion of the generator’s rotor or the rotating magnetic field. However, there are challenges associated with pulse-based applications. An impulse action requires the calculation of a transient process. Since the shape of impulses can be mathematically complex, it would be convenient to simplify the calculations. This is exactly what is done in the article: the real impulse is replaced by an exponential impulse. In this case, differentiation and integration do not change its mathematical description.

**Keywords:** electrical equipment, generator, transformer, equivalent circuit, sinusoidal function, real impulse, exponential impulse