

---

## ПРОБЛЕМАТИКА ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ

УДК 629.4.053

### Построение оптимальной модели движения высокоскоростного электропоезда на основе предварительно рассчитанных переходов и динамического программирования

**О. С. Валинский, А. М. Евстафьев, А. Н. Сычугов, Е. В. Суханов**

Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Россия, 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., 9

**Для цитирования:** Валинский О. С., Евстафьев А. М., Сычугов А. Н., Суханов Е. В. Построение оптимальной модели движения высокоскоростного электропоезда на основе предварительно рассчитанных переходов и динамического программирования // Бюллетень результатов научных исследований. 2026. Вып. 2. С. 7–21. DOI: 10.20295/2223-9987-2026-2-7-21

#### Аннотация

**Цель:** построение оптимальной модели движения высокоскоростного электропоезда по заданному пути следования, обеспечивающей согласованное соблюдение графика движения, ограничений скорости и остановочных условий на основе разработанной модели автоведения, предварительного расчета переходных характеристик движения и рекуррентной процедуры динамического программирования. **Методы:** использованы разработанная модель автоведения электропоезда, сегментное представление пути следования, предварительный расчет переходных характеристик движения и метод динамического программирования. Предлагаемый подход позволяет отделить этап предварительного формирования переходных характеристик движения от этапа оптимизационного выбора решений. Для каждого сегмента пути и набора допустимых входных состояний предварительно определяются результаты прохождения участка в виде времени хода и скорости на выходе, после чего выполняется поэтапный выбор управляющих ограничений скорости по рекуррентному соотношению Беллмана. **Результаты:** сформирован алгоритм построения оптимальной модели движения высокоскоростного электропоезда, обеспечивающий согласованное соблюдение графика движения при сохранении исполнительной модели автоведения в качестве вычислительной основы. Показано, что использование предварительно рассчитанных переходов позволяет связать сложную модель продольного движения с процедурой оптимизационного выбора решений и получить расчетную модель, пригодную для дальнейшего применения в составе алгоритмов автоведения. Представлены результаты моделирования, подтверждающие незначительное расхождение между расчетом, полученным методом динамического программирования, и прямым моделированием движения на модели автоведения. **Практическая значимость:** предложенный подход может быть использован при построении алгоритмов автоведения высокоскоростных электропоездов, ориентированных на соблюдение графика движения, повышение устойчивости управления движением и формирование обоснованной модели движения поезда по заданному пути следования.

**Ключевые слова:** высокоскоростной электропоезд, график движения, система автоведения, динамическое программирование, соотношение Беллмана, ограничение скорости, оптимизация движения

## Введение

В современных условиях эксплуатации высокоскоростного железнодорожного транспорта особое значение приобретает точное соблюдение графика при безусловном выполнении инфраструктурных ограничений. По мере роста интенсивности движения и ужесточения требований к выполнению заданного объема перевозочного процесса задачи расчета рациональных режимов ведения поезда требуют применения более совершенных вычислительных средств. В связи с этим системы автоведения представляют интерес не только как средство автоматизации управления поездом, но и как инструмент построения обоснованной модели движения по заданному пути следования.

В рамках выполненного исследования используется разработанная система автоматического ведения высокоскоростного электропоезда, позволяющая численно воспроизводить продольное движение с учетом профиля пути, инфраструктурных ограничений скорости и исполнительской логики режимов движения. Указанная система рассматривается как вычислительное ядро дополнительного алгоритма оптимизации, в котором управление движением осуществляется посредством введения дополнительных ограничений скорости по пути следования. При этом их исполнение в виде согласованной последовательности режимов движения и соответствующих тяговых и тормозных усилий обеспечивается самой моделью автоведения [1–4].

В поставленной задаче требуется определить, по какой логике должны изменяться дополнительные ограничения скорости на отдельных участках пути, чтобы обеспечить требуемое время прохождения контрольных точек графика и остановочных пунктов. Использование классической непрерывной постановки для такой задачи затруднительно, поскольку ограничения скорости и остановочные условия задаются по координате пути, тогда как требования графика формулируются по времени. Кроме того, применение непрерывной расчетной схемы потребовало бы существенного упрощения логики движения электропоезда.

В статье рассматривается построение оптимальной модели движения высокоскоростного электропоезда на основе сегментного представления пути, предварительного расчета переходных характеристик движения и рекуррентной процедуры динамического программирования [5–7].

## Постановка задачи оптимальной модели движения

Пусть движение поезда рассматривается в координате пути  $s$ , тогда данные задачи задаются зависимостями ограничения скорости  $v_{lim}(s)$ , множеством остановочных пунктов  $S_{stop}$  и набором контрольных точек графика  $(s_j, t_j^{target})$ , включая промежуточные пункты, где  $s_j$  — координата контрольной точки,  $t_j^{target}$  — требуемое время ее прохождения.

В отличие от классического прямого моделирования движения электропоезда данная работа направлена на определение последовательности дополнительных

ограничений скорости по пути следования, которая обеспечивает точное выполнение графика движения при обязательном соблюдении инфраструктурных ограничений.

Введем формулу для учета отклонения по времени  $\varepsilon_j$  от графика движения в контрольных точках с учетом фактического времени прохождения  $t_j$ :

$$\varepsilon_j = t_j - t_j^{target}.$$

Тогда задача может быть сформулирована как выбор определенной последовательности дополнительных ограничений скорости, при которой минимизируется суммарное отклонение от графика на контрольных точках при соблюдении всех обязательных ограничений. В общем виде целевая функция  $J$  может быть записана в виде суммарного критерия качества исполнения графика движения:

$$J = \sum_{j=1}^N \Psi_j(\varepsilon_j),$$

где  $\Psi_j(\varepsilon_j)$  — штрафная функция отклонения от графика;  
 $N$  — число точек.

Такое представление позволяет учитывать разную значимость отдельных узлов графика. Для остановочных пунктов могут использоваться жесткие штрафные функции, а для промежуточных точек — более мягкие.

Поскольку ограничения скорости и станции заданы по координате пути, а требования графика — по времени, задача имеет смешанный координатно-временной характер. При этом модель автоведения воспроизводит реальную исполнительную логику движения электропоезда, включая непрерывное изменение тяговых и тормозных усилий. Вследствие этого прямое решение задачи в непрерывной постановке потребовало бы существенного упрощения исходной модели, а полный перебор всех возможных вариантов движения на всем участке пути оказался бы вычислительно нецелесообразным. Поэтому для решения поставленной задачи используется дискретная сегментная схема расчета, в рамках которой задача сводится к выбору последовательности дополнительных ограничений скорости, обеспечивающей минимальное отклонение от графика движения при соблюдении инфраструктурных ограничений и остановочных условий.

### **Сегментное представление пути и предварительный расчет переходных характеристик движения**

Для решения поставленной задачи путь следования представляется в виде последовательности интервалов между остановками. Внутри каждого интервала формируется система узлов, включающая контрольные точки графика и границы расчетных сегментов.

Пусть для рассматриваемого интервала заданы узлы:

$$s_1 < s_2 < \dots < s_M,$$

где  $s_1$  соответствует началу интервала,  $s_M$  — его окончанию, а промежуточные значения соответствуют внутренним контрольным точкам.

Соответственно, рассматриваемый интервал разбивается на последовательность сегментов:

$$[s_1, s_2], [s_2, s_3], \dots, [s_{M-1}, s_M],$$

где  $M$  — число узлов интервала;

$(M - 1)$  — число сегментов интервала.

Для каждого сегмента заранее определяются результаты прохождения при разных входных скоростях и вариантах ограничения скорости [8–10].

Для построения алгоритма динамического программирования вводятся дискретные множества состояний и дополнительных ограничений скорости. В качестве состояния на входе сегмента используется скорость поезда в левом узле сегмента. Формируется дискретная сетка скоростей:

$$V = \{v^1, v^2, \dots, v^n\},$$

где  $V$  — множество допустимых входных скоростей;

$n$  — число значений скорости сетки.

В качестве переменной управления на сегменте используется дополнительное верхнее ограничение скорости, задаваемое поверх исходного инфраструктурного ограничения. Для этого вводится дискретная сетка допустимых значений:

$$U = \{u^1, u^2, \dots, u^m\},$$

где  $U$  — множество допустимых дополнительных ограничений скорости;

$m$  — число допустимых значений ограничения скорости на сегменте.

Исполнение выбранного на сегменте ограничения скорости в виде согласованной последовательности режимов движения и соответствующих тяговых и тормозных усилий обеспечивается моделью автоведения.

Ключевым элементом предлагаемого подхода является предварительный расчет переходных характеристик движения. Для каждого сегмента, каждого значения входной скорости и каждого допустимого дополнительного ограничения скорости заранее определяется результат прохождения сегмента с помощью моделирования системы автоведения.

Переходная характеристика сегмента  $\Phi_k$  задает отображение входной скорости  $v_k$  и выбранного дополнительного ограничения скорости  $u_k$  в выходную скорость  $v_{k+1}$  и время прохождения сегмента  $\Delta t_k$ :

$$\Phi_k(v_k, u_k) = (v_{k+1}, \Delta t_k).$$

Для каждого сегмента выходные значения предварительно определяются на дискретной сетке пар входов, что и образует таблицу переходов сегмента. Тем самым для каждого сегмента формируется дискретное множество  $Y_k$  допустимых переходов:

$$Y_k = \{\Phi_k(v_k, u_k) \mid v_k \in V, u_k \in U\}.$$

Каждый элемент таблицы является результатом прямого численного расчета, а не упрощенной непрерывной аппроксимации. Это позволяет сохранить связь алгоритма оптимизации с расчетной моделью движения электропоезда.

Поскольку при оптимизации требуется обеспечить выполнение графика движения, то для расчета накопленной ошибки по времени и формирования рекуррентной процедуры динамического программирования с каждым сегментом сопоставляется целевое время прохождения, определяемое по времени соседних узлов графика. Если левый и правый узлы сегмента имеют целевые значения времени  $t_k^{target}$  и  $t_{k+1}^{target}$ , то целевое время прохождения сегмента  $\Delta t_k^{target}$  определяется как:

$$\Delta t_k^{target} = t_{k+1}^{target} - t_k^{target}.$$

Предварительный расчет переходных характеристик позволяет на этапе оптимизационного расчета не выполнять повторное моделирование движения поезда для каждой проверяемой комбинации входной скорости и дополнительного ее ограничения. Вместо этого рекуррентная процедура опирается на заранее сформированные таблицы переходов сегментов, в которых уже содержатся значения времени прохождения и выходной скорости. За счет этого уменьшается объем вычислений при выборе решений без потери связи с моделью автоведения.

### **Рекуррентный расчет по соотношению Беллмана для выбора оптимальной модели движения**

После построения сегментного представления пути следования и предварительного расчета переходных характеристик дальнейший расчет сводится к выбору дополнительных ограничений скорости на последовательности сегментов. Такой выбор выполняется рекуррентной процедурой динамического программирования, в которой на каждом шаге учитываются текущая скорость поезда и накопленное отклонение от графика движения.

Учет только скорости в данной задаче недостаточен, поскольку поезд может входить в сегмент с уже накопленным опережением или отставанием относительно значения времени по расписанию. Поэтому в вектор состояния, помимо скорости, включается накопленная ошибка по времени.

Тогда вектор состояния  $x_k$  на входе в  $k$ -й сегмент представим в виде:

$$x_k = (v_k, \varepsilon_k),$$

где  $v_k$  — скорость поезда в левом узле  $k$ -го сегмента;

$\varepsilon_k$  — накопленная ошибка по времени к моменту входа в  $k$ -й сегмент, характеризующая текущее отклонение расчетного движения от графика.

Для обеспечения дискретного расчета введем сетку  $E$  допустимых значений накопленной ошибки по времени:

$$E = \{\varepsilon^1, \varepsilon^2, \dots, \varepsilon^q\},$$

где  $q$  — число значений ошибки временной сетки.

Таким образом, полное дискретное состояние задачи определяется комбинацией скорости и накопленной ошибки по времени.

Пусть на  $k$ -м сегменте из состояния  $x_k$  выбирается управляющее воздействие  $u_k$ . Тогда по предварительно рассчитанной переходной характеристике определяются скорость на выходе из сегмента  $v_{k+1}$  и фактическое время его прохождения  $\Delta t_k$ :

$$\Phi_k(v_k, u_k) = (v_{k+1}, \Delta t_k).$$

Поскольку для сегмента известно также целевое время прохождения  $\Delta t_k^{target}$ , накопленная ошибка по времени на правой границе сегмента определяется рекуррентным выражением:

$$\varepsilon_{k+1} = \varepsilon_k + \Delta t_k - \Delta t_k^{target},$$

где  $\varepsilon_{k+1}$  — накопленная ошибка по времени на выходе из  $k$ -го сегмента;

$\varepsilon_k$  — накопленная ошибка по времени на входе в сегмент.

Следовательно, переход состояния модели может быть записан в виде:

$$x_{k+1} = (v_{k+1}, \varepsilon_k + \Delta t_k - \Delta t_k^{target}).$$

Таким образом, выбор управляющего воздействия на каждом сегменте влияет не только на выходную скорость поезда, но и на дальнейшее накопление ошибки по времени, а значит, на возможность соблюдения графика на последующих участках пути.

Для выбора оптимальной последовательности управляющих воздействий необходимо задать функцию локальной оценки, характеризующую качество

перехода на очередном сегменте. В рассматриваемой задаче такая оценка связывается прежде всего с отклонением от графика на правой границе сегмента.

Обозначим локальную функцию оценки через  $L_k$ . В поставленной задаче локальная оценка формируется через штраф за отклонение от требуемого времени в правом узле сегмента. Поэтому удобно записать так:

$$L_k(v_k, \varepsilon_k, u_k) = \Psi_k(\varepsilon_{k+1}),$$

где  $\Psi_k(\varepsilon_{k+1})$  — штрафная функция отклонения от графика на правой границе  $k$ -го сегмента.

В зависимости от назначения узла штрафная функция может задаваться разными способами. Для конечных узлов интервалов, соответствующих остановочным пунктам или другим приоритетным точкам графика, штраф за отклонение от целевого времени задается более жестко, тогда как для промежуточных контрольных точек могут использоваться более мягкие параметры штрафования. Это позволяет избежать избыточно жесткой локальной подстройки каждой внутренней точки модели и одновременно сохранить требуемую точность движения в наиболее значимых узлах.

Пусть  $J_k(v_k, \varepsilon_k)$  — это минимальное значение суммарной оценки движения на отрезке от  $k$ -го сегмента до конца рассматриваемого интервала, при условии что на входе в  $k$ -й сегмент поезд имеет скорость  $v_k$  и накопленную ошибку по времени  $\varepsilon_k$ .

Применим рекуррентное соотношение Беллмана:

$$J_k(v_k, \varepsilon_k) = \min_{u_k \in U_k(v_k)} [L_k(v_k, \varepsilon_k, u_k) + J_{k+1}(v_{k+1}, \varepsilon_{k+1})],$$

где  $J_k(v_k, \varepsilon_k)$  — минимальная суммарная оценка на остатке пути начиная с  $k$ -го сегмента;

$U_k(v_k)$  — множество допустимых управляющих воздействий на  $k$ -м сегменте при входной скорости  $v_k$ ;

$L_k(v_k, \varepsilon_k, u_k)$  — локальная оценка выбранного перехода;

$J_{k+1}(v_{k+1}, \varepsilon_{k+1})$  — минимальная суммарная оценка на последующих сегментах.

При этом значения  $v_{k+1}$  и  $\varepsilon_{k+1}$  определяются по переходной характеристике сегмента и формуле накопления ошибки по времени.

Граничное условие на последнем сегменте задается через конечную штрафную функцию, отражающую требования к соблюдению времени прибытия в конечную точку интервала:

$$J_M(v_M, \varepsilon_M) = \Psi_M(\varepsilon_M).$$

Если в конечной точке интервала требуется полная остановка, то дополнительно вводится ограничение на допустимое конечное состояние по скорости. В этом случае переходы, не обеспечивающие выполнение остановочного условия, исключаются из множества допустимых.

Рекуррентный расчет по соотношению Беллмана реализуется обратным проходом от конечного узла интервала к начальному [5]. На каждом сегменте и для каждого допустимого состояния  $(v_k, \varepsilon_k)$  определяется такое управляющее воздействие  $u_k^{opt}$ , при котором значение функции  $J_k$  становится минимальным.

В результате выполнения обратного расчета для каждого состояния сохраняется значение минимальной суммарной оценки и управляющее воздействие, обеспечивающее этот минимум. После завершения обратного расчета выполняется прямое восстановление оптимальной последовательности дополнительных ограничений скорости начиная от заданного начального состояния поезда.

Если обозначить найденную оптимальную последовательность управляющих воздействий как:

$$U^{opt} = (u_1^{opt}, u_2^{opt}, \dots, u_{M-1}^{opt}),$$

то именно эта последовательность определяет оптимальную модель движения поезда на рассматриваемом интервале. Далее она используется для построения итогового ограничения скорости по пути следования и последующей проверки путем прямого моделирования движения.

Применение динамического программирования в данной задаче обусловлено тем, что оно позволяет естественным образом связать дискретный выбор дополнительных ограничений скорости на отдельных сегментах с накоплением ошибки по времени на всем пути следования [6, 7, 10]. В отличие от полного перебора всех управляющих воздействий рекуррентное соотношение Беллмана позволяет учитывать влияние текущего решения на последующие сегменты без повторного рассмотрения одинаковых состояний [5, 6].

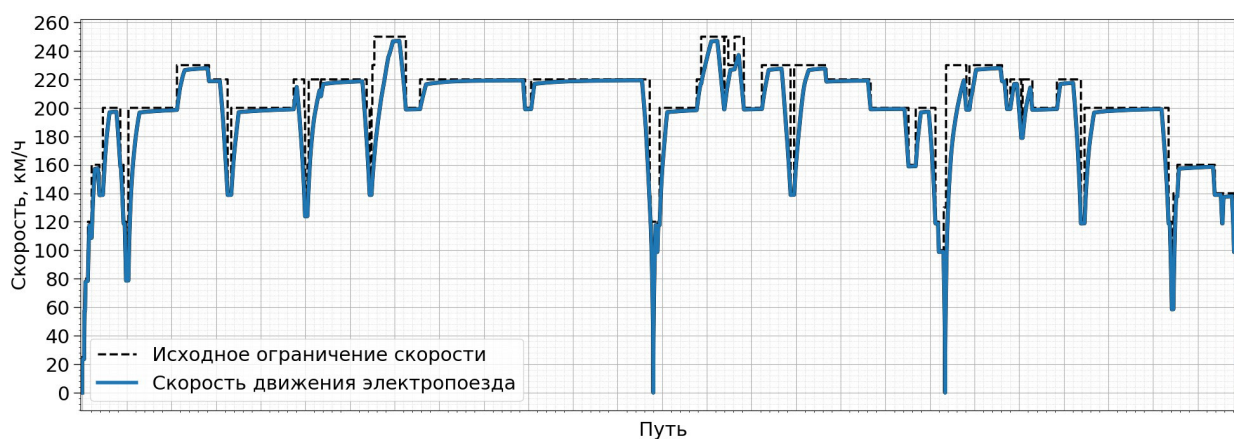
Таким образом, основное преимущество предлагаемого подхода состоит в том, что задача построения оптимальной модели движения по графику решается на основе модели автоведения, но без необходимости многократного прямого моделирования для всех возможных глобальных комбинаций дополнительных ограничений скорости.

### Результаты моделирования и их анализ

Для проверки работоспособности предложенного алгоритма и сопоставления полученных результатов было выполнено моделирование движения высокоскоростного электропоезда «Сапсан» по заданному пути следования и действующим ограничениям скорости в двух вариантах.

В первом использовалась исходная модель движения без введения дополнительных оптимальных ограничений скорости. Во втором движение рассчитывалось с использованием ограничений скорости, сформированных по результатам рекуррентной процедуры динамического программирования.

Модель движения поезда, полученная без использования оптимальных ограничений скорости для соблюдения графика движения, представлена на рис. 1.



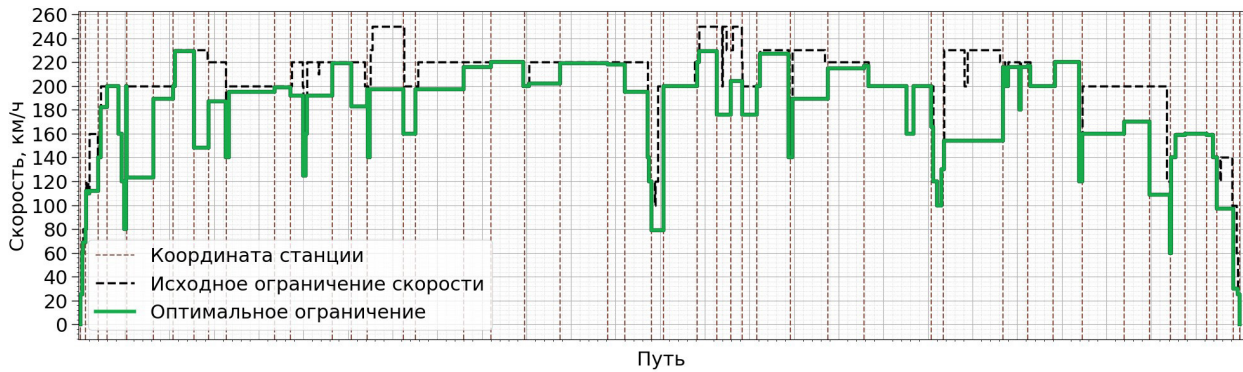
**Рис. 1.** Модель движения высокоскоростного электропоезда без использования оптимальных ограничений скорости

Представленная выше модель описывает движение с максимально разрешенной скоростью для прохождения всего пути следования за минимально возможное время. Такое движение плохо согласуется с установленным графиком прибытия на станцию.

В результате динамического программирования были получены оптимальные ограничения скорости, которые позволяют согласовать движение электропоезда с заданным графиком движения. Построенный алгоритм не нарушает исходные обязательные ограничения, а формирует дополнительное управляемое снижение допустимой скорости на тех сегментах, где это требуется для согласованного соблюдения графика движения. Сопоставление исходных и оптимальных ограничений скорости представлено на рис. 2.

Модель движения электропоезда, построенная с учетом новых оптимальных ограничений скорости, представлена на рис. 3.

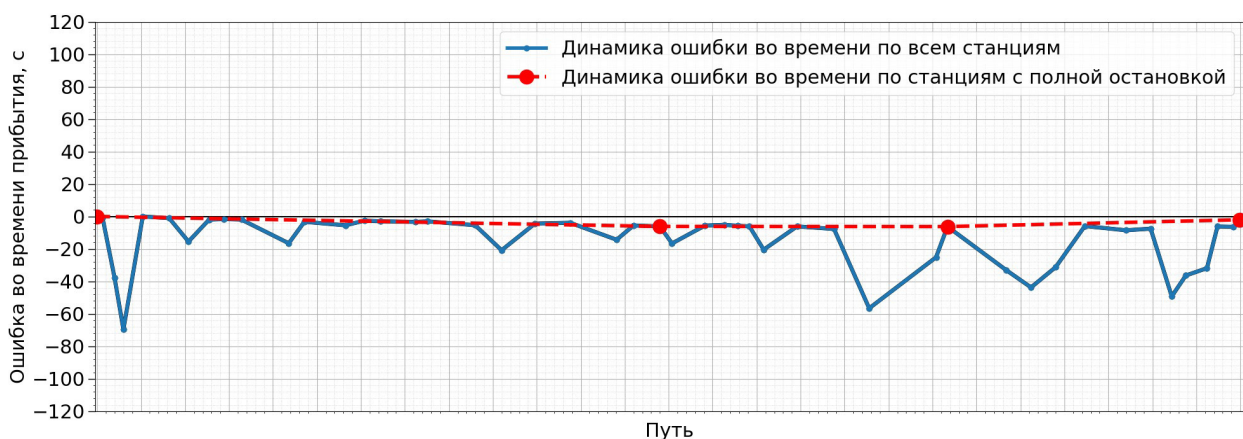
Для количественной оценки результата на рис. 4 показана динамика погрешности во времени хода по всем пунктам для модели после алгоритма оптимизации движения. Динамика модели без алгоритмов оптимизации не приводится, потому что ошибка во времени прибытия на станции для такого движения стабильно возрастает на каждом шаге.



**Рис. 2.** Исходные и оптимальные ограничения скорости по пути следования



**Рис. 3.** Модель движения высокоскоростного электропоезда при использовании оптимальных ограничений скорости

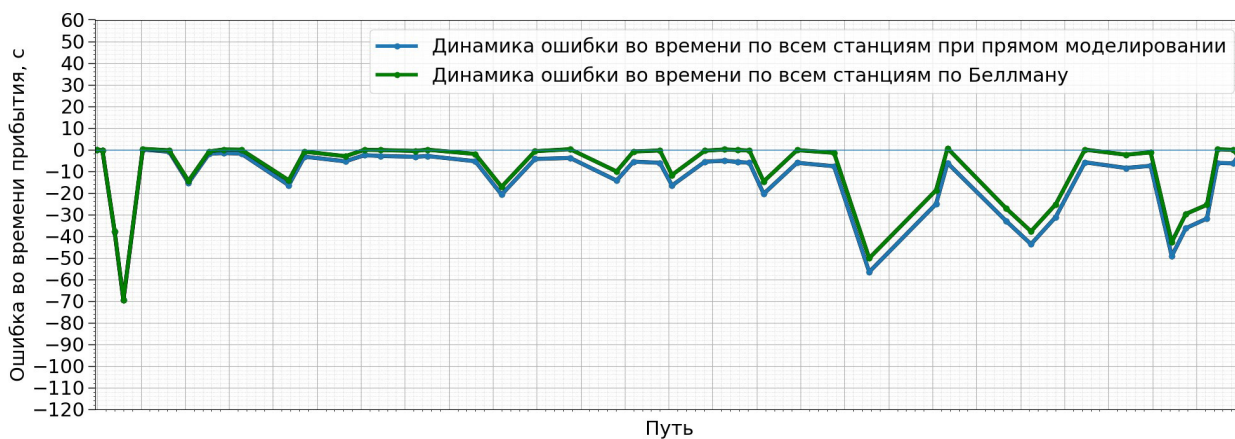


**Рис. 4.** Динамика погрешности во времени хода для модели, рассчитанной по оптимальным ограничениям скорости

Полученные зависимости показывают, что использование сформированных дополнительных ограничений скорости позволяет обеспечить точное прохождение контрольных точек и остановочных станций в соответствии с установленным

графиком движения при сохранении лишь незначительного опережения на отдельных станциях.

Дополнительно на рис. 5 представлено сопоставление динамики погрешности во времени хода, полученной по рекуррентной процедуре динамического программирования, и соответствующей динамики, рассчитанной путем прямого моделирования движения с использованием модели автоведения.



**Рис. 5.** Сопоставление динамики погрешности во времени хода, полученной по рекуррентной процедуре динамического программирования и по прямому моделированию движения на модели автоведения

Значительная степень схожести этих зависимостей показывает, что предварительно рассчитанные переходные характеристики и рекуррентное соотношение Беллмана обеспечивают адекватное описание движения поезда на уровне, достаточном для дальнейшего прямого моделирования. Иными словами, построенная оптимальная модель движения не только формально решает задачу выбора ограничений скорости, но и сохраняет согласованность с полной моделью автоведения.

В целом результаты моделирования подтверждают хорошую работоспособность предложенного подхода. Показано, что введение дополнительных ограничений скорости, сформированных по рекуррентной процедуре динамического программирования, позволяет управляемо изменять модель движения электропоезда и добиваться более точного соблюдения графика движения. При этом сравнение расчетных и моделируемых зависимостей демонстрирует, что предложенная схема сохраняет согласованность между этапом оптимизационного выбора ограничений скорости и этапом прямого моделирования движения поезда.

## Заключение

В статье рассмотрена задача построения оптимальной модели движения высокоскоростного электропоезда по заданному пути следования с учетом графика движения, ограничений скорости и остановочных условий. Показано, что для ее

решения целесообразно использовать двухуровневую расчетную схему, в которой модель автоведения применяется в качестве вычислительного ядра, а выбор последовательности дополнительных ограничений скорости по участку пути осуществляется на основе предварительно рассчитанных переходных характеристик и рекуррентной процедуры динамического программирования, что значительно уменьшает трудоемкость процедуры выбора решений.

Предложенный подход позволяет перейти от прямого численного моделирования движения поезда при заранее заданной логике управления к построению оптимальной модели движения, ориентированной на согласованное соблюдение графика.

Результаты моделирования подтвердили хорошую работоспособность предложенной расчетной схемы. Использование предварительно рассчитанных переходов позволяет связать модель продольного движения электропоезда с процедурой поэтапного выбора решений без необходимости полного перебора всех возможных комбинаций дополнительных ограничений скорости. При этом построенная оптимальная модель движения обеспечивает согласованное соблюдение графика движения, а сопоставление результатов рекуррентного расчета с прямым моделированием на модели автоведения подтверждает корректность принятой постановки.

Практическая значимость выполненной работы состоит в том, что предложенный алгоритм может быть использован как верхний уровень расчета в составе систем автоведения. Перспективы дальнейшего развития связаны с уточнением структуры штрафных функций в контрольных точках графика и дальнейшей адаптацией алгоритма к использованию в составе полнофункциональных систем автоматического ведения поезда.

## Список источников

1. Внедрение системы автоведения для повышения точности управления и энергоэффективности высокоскоростного электропоезда / О. С. Валинский [и др.] // Известия Петербургского университета путей сообщения. 2025. Т. 22, № 1. С. 7–18. DOI: 10.20295/1815-588X-2025-1-7-18
2. Юренко К. И., Фандеев Е. И. Принципы построения и имитационное моделирование систем автоведения электроподвижного состава // Известия ЮФУ. Технические науки. 2016. № 8 (181). С. 88–102. DOI: 10.18522/2311-3103-2016-8-88102
3. Юренко К. И., Савоськин А. Н., Фандеев Е. И. Математическое моделирование энергооптимальных режимов ведения поезда с учетом возмущений // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. 2015. № 3 (184). С. 34–44. DOI: 10.17213/0321-2653-2015-3-34-44
4. ГОСТ Р 70059-2022. Системы управления и контроля железнодорожного транспорта для перевозок пассажиров в пригородном сообщении. Принципы построения и основные функциональные требования. М.: Российский институт стандартизации, 2022. 16 с.

5. Bellman R. *Dynamic Programming*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1957. 339 p.
6. Haahr J. T., Pisinger D., Sabbaghian M. A Dynamic Programming Approach for Optimizing Train Speed Profiles with Speed Restrictions and Passage Points // *Transportation Research. Part B: Methodological*. 2017. Vol. 99. Pp. 167–182. DOI: 10.1016/j.trb.2016.12.016
7. Абляимов О. С. Выбор оптимальных траекторий движения методом динамического пошагового программирования // *Universum: технические науки*. 2020. № 10 (79). С. 35–39.
8. Jong J.-C., Chang S. Algorithms for Generating Train Speed Profiles // *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*. 2005. Vol. 6. Pp. 356–371. DOI: 10.11175/easts.6.356
9. Li Z., Chen L., Roberts C., Zhao N. Dynamic Trajectory Optimization Design for Railway Driver Advisory System // *IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine*. 2018. Vol. 10, no. 1. Pp. 121–132. DOI: 10.1109/MITS.2017.2776134
10. Gao H., Zhang Y., Guo J. A Novel Dynamic Programming Approach for Optimizing Driving Strategy of Subway Trains // *MATEC Web of Conferences*. 2020. Vol. 325. Art. 01002. DOI: 10.1051/mateconf/202032501002

Дата поступления: 10.04.2026

Решение о публикации: 06.05.2026

#### **Контактная информация:**

ВАЛИНСКИЙ Олег Сергеевич — кандидат техн. наук, профессор; rector@pgups.ru

ЕВСТАФЬЕВ Андрей Михайлович — доктор техн. наук, профессор; evstafev@pgups.ru

СЫЧУГОВ Антон Николаевич — кандидат техн. наук, доцент; sychugov@pgups.ru

СУХАНОВ Евгений Владимирович — аспирант, ассистент; geneek123@gmail.com

## **Construction of an Optimal Motion Model for a High-Speed Electric Train Based on Precomputed Transitions and Dynamic Programming**

**O. S. Valinskiy, A. M. Evstaf'ev, A. N. Sychugov, E. V. Sukhanov**

Emperor Alexander I Petersburg State Transport University, 9 Moskovsky ave., Saint Petersburg, 190031, Russia

**For citation:** *Valinskiy O. S., Evstaf'ev A. M., Sychugov A. N., Sukhanov E. V. Construction of an Optimal Motion Model for a High-Speed Electric Train Based on Precomputed Transitions and Dynamic Programming // Bulletin of Scientific Research Results, 2026, iss. 2, pp. 7–21. DOI: 10.20295/2223-9987-2026-2-7-21 (In Russian)*

#### **Abstract**

**Objective:** to construct an optimal motion model for a high-speed electric train along a given line section, ensuring coordinated compliance with the timetable, speed limits and stopping conditions on the basis of a developed automatic train operation model, precomputed motion transition characteristics and a recursive dynamic programming procedure. **Methods:** the study employs a developed automatic train operation

model of a high-speed electric train, a segment-based representation of the line section, precomputation of motion transition characteristics and the dynamic programming method. The proposed approach makes it possible to separate the stage of preliminary formation of motion transition characteristics from the stage of optimization-based decision making. For each track segment and each admissible set of input states, the passage results are determined in advance in the form of running time and exit speed, after which step-by-step selection of speed-control restrictions is performed using the Bellman recursive relation. **Results:** an algorithm for constructing an optimal motion model of a high-speed electric train has been developed, it ensures coordinated timetable compliance while preserving the operational automatic train operation model as the computational basis. It is shown that the use of precomputed transitions makes it possible to connect a complex longitudinal motion model with an optimization-based decision-making procedure and to obtain a computational model suitable for further application within automatic train operation algorithms. Simulation results are presented that confirm a small discrepancy between the solution obtained by the dynamic programming method and direct motion simulation performed on the automatic train operation model. **Practical importance:** the proposed approach can be used in the development of automatic train operation algorithms for high-speed electric trains aimed at timetable compliance, improving motion control stability, and forming a substantiated train motion model for a given line section.

**Keywords:** high-speed electric train, traffic schedule, automatic train control system, dynamic programming, Bellman relation, speed limit, motion optimization

## References

1. Valinsky O.S., et al. Vnedrenie sistemy avtovedeniya dlya povysheniya tochnosti upravleniya i energoeffektivnosti vysokoskorostnogo elektropoezda [Implementation of an Automatic Control System to Improve the Operation Accuracy and Energy Efficiency on High-Speed Electric Trains], *Izvestiya Peterburgskogo universiteta putej soobshcheniya [Proceedings of Petersburg State Transport University]*, 2025, vol. 22, iss. 1, pp. 7–18. DOI: 10.20295/1815-588X-2025-1-7-18 (In Russian)
2. Yurenko K.I., Fandeev E.I. Printsipy postroeniya i imitatsionnoe modelirovanie sistem avtovedeniya elektropodvizhnogo sostava [Principles of Construction and Simulation of Automatic Control Systems for Driving Electric Rolling Stock], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki [Izvestiya SFU. Technical Sciences]*, 2016, no. 8 (181), pp. 88–102. DOI: 10.18522/2311-3103-2016-8-88102 (In Russian)
3. Yurenko K.I., Savos'kin A.N., Fandeev E.I. Matematicheskoe modelirovanie energooptimal'nykh rezhimov vedeniya poezda s uchetom vozmushcheniy [Mathematical Modeling of Energy-Optimal Train Driving Modes Under Disturbances], *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy, Severo-Kavkazskiy region. Tekhnicheskie nauki [Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Technical Sciences]*, 2015, no. 3 (184), pp. 34–44. DOI: 10.17213/0321-2653-2015-3-34-44 (In Russian)
4. GOST R 70059-2022. Sistemy upravleniya i kontrolya zheleznodorozhnogo transporta dlya perevozk passazhirov v prigorodnom soobshchenii. Printsipy postroeniya i osnovnye funktsional'nye trebovaniya [Rail Transport Control and Monitoring Systems for Suburban Passenger Transportation. Design Principles and Basic Functional Requirements], Moscow, Rossijskij institut standartizatsii [Russian Institute of Standardization], 2022, 16 p. (In Russian)
5. Bellman R. *Dynamic Programming*, NJ, Princeton University Press, 1957, 339 p.

6. Haahr J. T., Pisinger D., Sabbaghian M. A Dynamic Programming Approach for Optimizing Train Speed Profiles with Speed Restrictions and Passage Points, *Transportation Research, Part B: Methodological*, 2017, vol. 99, pp. 167–182. DOI: 10.1016/j.trb.2016.12.016
7. Ablyalimov O. S. Vybor optimal'nykh traektorij dvizheniya metodom dinamicheskogo poshagovogo programmirovaniya [Selection of Optimal Trajectories of Motion by Dynamic Step by Step Programming], *Universum: Technical Sciences*, 2020, no. 10 (79), pp. 35–39. (In Russian)
8. Jong J.-C., Chang S. Algorithms for Generating Train Speed Profiles, *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, 2005, vol. 6, pp. 356–371. DOI: 10.11175/easts.6.356
9. Li Z., et al. Dynamic Trajectory Optimization Design for Railway Driver Advisory System, *IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine*, 2018, vol. 10, no. 1, pp. 121–132. DOI: 10.1109/MITS.2017.2776134
10. Gao H., Zhang Y., Guo J. A Novel Dynamic Programming Approach for Optimizing Driving Strategy of Subway Trains, *MATEC Web of Conferences*, 2020, vol. 325, art. 01002. DOI: 10.1051/mateconf/202032501002

Received: April 10, 2026

Accepted: May 06, 2026

**Author's information:**

Oleg S. VALINSKY — PhD in Engineering, Professor; rector@pgups.ru

Andrey M. EVSTAF'EV — Dr. Sci. in Engineering, Professor; evstafev@pgups.ru

Anton N. SYCHUGOV — PhD in Engineering, Associate Professor; sychugov@pgups.ru

Evgeniy V. SUKHANOV — Postgraduate Student, Teaching Assistant; geneek123@gmail.com