

# ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ МОЛНИИ В ВЫСОКОВОЛЬТНОЙ ЛИНИИ АВТОБЛОКИРОВКИ 10 КВ

**СОЛОВЬЕВ Александр Дмитриевич**, аспирант кафедры «Автоматика и телемеханика на железных дорогах»; e-mail: Shura.Solovyov.01@mail.ru

**МАНАКОВ Александр Демьянович**, д-р техн. наук, профессор кафедры «Автоматика и телемеханика на железных дорогах»; e-mail: manakoff\_2@mail.ru

Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург

В статье выполнено исследование волновых процессов, возникающих в высоковольтной линии автоблокировки напряжением 10 кВ при воздействии молнии. Объектом исследования является трехфазная воздушная линия с распределенными параметрами, предназначенная для электропитания устройств железнодорожной автоматики и телемеханики, а предметом исследования — импульсные перенапряжения и токи, формирующиеся в линии под действием грозозарядов. Для анализа указанных процессов разработана математическая модель воздушной линии, основанная на многопроводных телеграфных уравнениях и приведенная к форме метода переменных состояния. Модель реализована с пространственной дискретизацией по длине линии с использованием  $\pi$ -аппроксимации и обеспечивает явное трехфазное представление с учетом межфазных индуктивных и емкостных связей. В состав модели включены источник грозозарядов, динамическое представление канала молнии и нелинейные ограничители перенапряжений. Численная реализация модели выполнена во временной области с применением жестких методов интегрирования дифференциальных уравнений. Модель ориентирована на расчет временных и пространственных распределений напряжений и токов в характерных точках линии, а также на анализ влияния параметров линии и конфигурации средств защиты на формирование волновых перенапряжений.

**Ключевые слова:** удар молнии, импульсные перенапряжения, математическая модель, высоковольтная линия, железнодорожная автоматика и телемеханика, метод переменных состояния

DOI: 10.20295/2412-9186-2026-12-01-56-72

## ▼ Введение

Воздействие молнии является одной из основных причин возникновения импульсных перенапряжений в высоковольтных линиях (ВЛ) электропередачи, используемых для питания устройств железнодорожной автоматики и телемеханики (ЖАТ) [1]. Даже при отсутствии прямого удара молнии в провод линии электромагнитные поля грозозаряда способны вызывать значительные наведенные перенапряжения (ПН), распространяющиеся по линии в виде бегущих волн [2]. Такие волновые процессы определяют уровни напряжений и токов, воздействующих на подключенное оборудование, и во многом формируют грозовую надежность систем ЖАТ [3]. ВЛ автоблокировки (АБ) напряжением 10 кВ обладают рядом особенностей, отличающих их от линий распределительных сетей общего назначения. К таким особенностям относятся значительная протяженность трасс, наличие большого числа

заземленных опор, сравнительно малые токи нагрузки и высокая чувствительность подключенных потребителей к импульсным ПН. В условиях грозовой активности данные факторы приводят к формированию сложных волновых процессов, сопровождающихся многократными отражениями и перераспределением энергии импульса вдоль линии [4].

Практика эксплуатации показывает, что значительная часть повреждений и отказов устройств ЖАТ связана не с прямыми ударами молнии, а с воздействием импульсных ПН, пришедших по ВЛ. При этом характер и уровень ПН на вводах питания в существенной степени зависят от параметров линии, схемы ее заземления, места приложения грозозарядов воздействия и наличия устройств ограничения ПН [5]. В этой связи анализ волновых процессов непосредственно в ВЛ АБ является ключевой задачей при оценке грозозастойкости систем ЖАТ.

Существующие инженерные и нормативные подходы к повышению грозостойкости линий электропитания в значительной степени ориентированы на применение средств защиты и конструктивных мер. Однако эффективность таких решений определяется тем, насколько корректно учтены процессы распространения и трансформации импульсных волн в самой линии. Без расчетного анализа волновых процессов выбор параметров и мест установки ограничителей перенапряжений носит эмпирический характер и не позволяет в полной мере оценить возможные экстремальные режимы, реализующиеся при грозовых воздействиях [6].

Исследование волновых процессов при воздействии молнии в воздушных линиях электропередачи связано с рядом объективных ограничений, затрудняющих применение натуральных и лабораторных экспериментов. Грозовые воздействия носят случайный и кратковременный характер, сопровождаются большими уровнями токов и напряжений и реализуются в реальных условиях эксплуатации линии, воспроизведение которых в лабораторных условиях затруднено. Проведение натуральных экспериментов на действующих ВЛ, в свою очередь, ограничено требованиями безопасности и надежности функционирования железнодорожной инфраструктуры. В этой связи математическое моделирование является целесообразным и эффективным инструментом исследования, позволяющим анализировать волновые процессы при различных сценариях грозового воздействия, варьировать параметры линии и средств защиты, а также получать количественные оценки перенапряжений и токов без вмешательства в работу реальных объектов [7].

Выбор метода переменных состояния в качестве основы математической модели обусловлен особенностями исследуемых процессов и структуры объекта. Волновые процессы в воздушной линии при грозовых воздействиях носят ярко выраженный нестационарный характер, сопровождаются быстрыми фронтами импульсов и требуют учета распределенных параметров и межфазных электромагнитных связей [8]. Представление модели в форме системы дифференциальных уравнений первого порядка позволяет естественным образом описывать динамику энергонакопительных

элементов линии — индуктивностей и емкостей — и обеспечивает строгую временную постановку задачи. Метод переменных состояния предоставляет удобный формальный аппарат для включения в модель нелинейных элементов защиты и источников импульсных воздействий без нарушения общей структуры уравнений. Кроме того, он хорошо согласуется с современными численными методами решения жестких систем дифференциальных уравнений и обеспечивает возможность расширения модели без ее принципиальной перестройки [9].

Дополнительной особенностью разработанной модели является явное моделирование всех трех фаз воздушной линии с учетом межфазных электромагнитных связей. Во многих практических задачах анализа перенапряжений применяется эквивалентная однофазная модель линии, позволяющая оценить основные уровни напряжений при симметричных режимах. Однако при грозовых воздействиях, как правило, реализуются несимметричные условия возбуждения, при которых существенную роль играют межфазные индуктивные и емкостные связи [10]. Построение трехфазной эквивалентной модели ВЛ АБ позволяет корректно учитывать перераспределение энергии импульса между фазами и более полно описывать реальные волновые процессы.

Для количественного анализа указанных процессов требуется математическая модель, способная адекватно описывать распространение импульсных перенапряжений в трехфазной воздушной линии с распределенными параметрами, учетом межфазных электромагнитных связей, отражений бегущих волн и влияния нелинейных элементов защиты [11]. Представление такой модели в форме метода переменных состояния обеспечивает единый и формально строгий подход к описанию динамики линии при импульсных воздействиях и является удобным для численной реализации при расчете жестких переходных процессов.

Целью настоящей работы является исследование волновых процессов при воздействии молнии в ВЛ АБ 10 кВ на основе математической модели, построенной в форме метода переменных состояния. Модель ориентирована на анализ распространения импульсных

перенапряжений в трехфазной линии с распределенными параметрами и нелинейными элементами ограничения перенапряжений. В рамках работы ставится задача получения количественных оценок уровней напряжений и токов в характерных точках линии, а также проверки адекватности модели путем верификации по волновым характеристикам.

### Математическая модель ВЛ АБ 10 кВ

Волновые процессы в ВЛ АБ напряжением 10 кВ при воздействии молнии относятся к классу быстропротекающих нестационарных электромагнитных явлений, характеризующихся крутыми фронтами токов и напряжений и широким спектром частот [12, 13]. В этих условиях определяющую роль играют распределенные параметры линии, пространственное перераспределение энергии электромагнитного поля и взаимное влияние фазных проводников, заземляющих устройств и средств защиты [14]. Применение квазистационарных схем замещения оказывается недостаточным, поскольку они не позволяют корректно описывать распространение и отражение перенапряженных волн, а также межфазные взаимодействия при импульсных воздействиях [15].

В рамках исходной постановки рассмотрим однофазную воздушную линию, в которой электромагнитные процессы вдоль продольной координаты  $x$  описываются классическими телеграфными уравнениями [16]:

$$\frac{du(x,t)}{dx} = -L' \frac{di(x,t)}{dt} - R'i(x,t), \quad (1)$$

где  $x$  — продольная координата вдоль линии, м;  
 $t$  — время, с;  
 $u(x,t)$  — напряжение (однофазное) между проводником и землей в точке  $x$ , В;  
 $i(x,t)$  — ток вдоль проводника в точке  $x$ , А;  
 $L'$  — распределенная индуктивность на единицу длины, Гн/м.

$$\frac{di(x,t)}{dx} = -C' \frac{du(x,t)}{dt} - G'u(x,t), \quad (2)$$

где  $C'$  — распределенная емкость на единицу длины, Ф/м;

$G'$  — распределенная проводимость утечки на единицу длины, См/м.

Уравнение (1) отражает закон изменения напряжения вдоль линии и связывает его пространственный градиент с индуктивной и активной составляющими продольного импеданса. Производная тока по времени описывает накопление магнитной энергии в проводнике, тогда как член с коэффициентом  $R'$  учитывает активные потери. Уравнение (2) выражает баланс токов в элементарном участке линии: емкостная составляющая соответствует накоплению электрической энергии, а проводимость  $G'$  моделирует токи утечки в изоляции и окружающей среде. Совместно уравнения (1) и (2) формируют волновую модель, адекватную для анализа импульсных переходных процессов [17].

Реальная ВЛ АБ является трехфазной системой, в которой фазные проводники расположены в общем электромагнитном поле. При грозовых воздействиях токи одной фазы индуцируют магнитные потоки, сцепленные с соседними фазами, а распределение зарядов и напряжений определяется не только относительно земли, но и за счет взаимных емкостей между проводниками. В этих условиях представление линии в виде совокупности независимых однофазных цепей становится физически некорректным и может приводить к существенной недооценке межфазных перенапряжений [18].

Для адекватного учета межфазных электромагнитных связей напряжения и токи вводятся в виде векторных величин:

$$u(x,t) = \begin{pmatrix} u_A(x,t) \\ u_B(x,t) \\ u_C(x,t) \end{pmatrix}, \quad i(x,t) = \begin{pmatrix} i_A(x,t) \\ i_B(x,t) \\ i_C(x,t) \end{pmatrix}.$$

Распределенные параметры линии переходят в матричную форму:

$$R', L', C', G' \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

С учетом взаимных индуктивных и емкостных связей между фазами телеграфные уравнения перестают быть независимыми для каждой фазы. Электромагнитное состояние линии в этом случае должно рассматриваться

как единая связанная система, в которой изменение тока или напряжения в одной фазе вызывает отклик в остальных. Это приводит к обобщению телеграфных уравнений (1), (2) в многопроводной матричной форме [19]:

$$\frac{du}{dx} = -L' \frac{di}{dt} - R' i, \quad (3)$$

$$\frac{di}{dx} = -C' \frac{du}{dt} - G' u. \quad (4)$$

Система (3), (4) описывает связанную динамику всех фаз линии как единого электромагнитного объекта и обеспечивает корректное воспроизведение перераспределения энергии между фазами при распространении импульсных перенапряжений.

Для перехода к численному анализу распределенная модель приводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. С этой целью длина линии  $l$  разбивается на  $N$  одинаковых участков:

$$\Delta x = \frac{l}{N}, \quad N_u = N + 1.$$

Линия аппроксимируется цепочкой  $\pi$ -звеньев. Такое представление является компромиссом между точностью волнового описания и вычислительной эффективностью и широко применяется при моделировании импульсных процессов в протяженных объектах. Параметры одного  $\pi$ -звена выражаются через распределенные матрицы:

$$\begin{aligned} R_S &= R' \Delta x, & L_S &= L' \Delta x, \\ C_S &= C' \Delta x, & G_S &= G' \Delta x. \end{aligned}$$

В  $\pi$ -аппроксимации емкостные и проводящие элементы распределяются между соседними узлами, что обеспечивает сохранение энергетического баланса между дискретной и непрерывной моделями [20]:

$$\begin{aligned} C_{node,k} &= \frac{1}{2} C_S \Pi_{(k>1)} + \frac{1}{2} C_S \cdot \Pi_{(k \leq N)}, \\ G_{node,k} &= \frac{1}{2} G_S \Pi_{(k>1)} + \frac{1}{2} G_S \cdot \Pi_{(k \leq N)}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\Pi$  — индикатор выполнения условия.

Выбор шага дискретизации  $\Delta x$  определяется требованиями адекватного описания фронта грозового импульса и может быть согласован с минимальной длиной волны в рассматриваемом частотном диапазоне.

В качестве переменных состояния выбираются токи индуктивностей и напряжения на емкостях:

$$i(t) = \begin{pmatrix} i_1(t) \\ \vdots \\ i_N(t) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3N}, \quad u(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_N(t) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3N}.$$

Такой выбор переменных непосредственно отражает накопление энергии в индуктивностях и емкостях линии и является естественным для временного анализа переходных процессов.

С учетом частотно-зависимых свойств заземляющих устройств, динамики канала молнии и работы ограничителей перенапряжений нелинейных (ОПН) полный вектор состояний системы вводится в виде:

$$x(t) = \left[ i(t) \ u(t) \ z(t) \ i_{ch}(t) \ W(t) \ a(t) \right]^T,$$

где  $z(t)$  — состояние земли;

$W(t)$  — энергия ОПН;

$a(t)$  — целостность ОПН;

$i_{ch}(t)$  — канал линии.

Введение расширенного вектора состояний является ключевым этапом формирования модели и позволяет рассматривать линию, источник грозового воздействия и защитные устройства в рамках единой динамической системы.

Топология линии задается инцидентной матрицей:

$$A_{k,k} = +1, \quad A_{k+1,k} = -1, \quad k = 1, \dots, N.$$

Трехфазная структура учитывается с использованием произведения Кронекера, инцидентная матрица дискретной модели линии описывается как  $A = A_l \otimes I_3$ .

Уравнение Кирхгофа образует динамическое ядро модели. Уравнение (6) описывает инерционную динамику токов в продольных ветвях линии и отражает накопление

магнитной энергии в индуктивностях фазных проводников, тогда как активное сопротивление моделирует диссипативные потери. Член  $A^T u(t)$  обеспечивает пространственную связь токов с узловыми напряжениями вдоль линии:

$$L_s \frac{di(t)}{dt} = -R_s i(t) + A^T u(t) - u_g(t), \quad (6)$$

где  $A^T$  — транспонированная инцидентная матрица  $A$ ;

$u_g(t)$  — вектор эквивалентных напряжений, обусловленных влиянием земли.

Уравнение (7) формирует баланс токов в узлах и описывает эволюцию узловых напряжений, обусловленную накоплением электрической энергии в емкостных элементах, токами утечки, воздействием грозových источников и работой нелинейных защитных устройств:

$$C \frac{du(t)}{dt} = Ai(t) - (G + Y_{term}) u(t) - i_{opn}(u) - i_{ch} + i_{src}(t), \quad (7)$$

где  $T_{term}$  — матрица проводимости подключенных устройств;

$i_{src}(t)$  — вектор внешних узловых токов, моделирующих удар молнии.

Совместное рассмотрение уравнений (6) и (7) позволяет корректно описывать распространение, отражение и затухание волн ПН во временной области. Полученная система является жесткой, что обусловлено сочетанием быстрых процессов, связанных с крутыми фронтами грозových импульсов, и более медленных энергетических процессов [21].

Грозовой воздействие моделируется в виде токового источника с формой импульса Хайдлера:

$$i_H(t) = I_p \frac{(t/\tau_1)^n}{1 + (t/\tau_1)^n} e^{-t/\tau_2}, \quad t \geq 0, \quad (8)$$

где  $I_p$  — пиковое значение тока молнии;

$\tau_1$  — постоянная времени, определяющая длительность фронта импульса молнии;

$\tau_2$  — постоянная времени, определяющая длительность спада импульса молнии;

$n$  — показатель степени, задающий крутизну нарастания фронта тока;

$t$  — время с момента начала грозového разряда.

Форма тока молнии оказывает определяющее влияние на спектральный состав перенапряжений и характер волновых процессов в линии. Использование функции Хайдлера [22] позволяет независимо управлять фронтом и хвостовой частью импульса и обеспечивает численную устойчивость при интегрировании жесткой системы уравнений.

В альтернативной постановке воздействие может быть задано через эквивалент Нортонa:

$$i_{src,p}(t) = \frac{U(t) - u_p(t)}{R_s}, \quad (9)$$

где  $U(t)$  — заданная временная функция грозového импульса напряжения;

$u_p(t)$  — мгновенное значение узлового напряжения в точке подключения источника;  $R_s$  — эквивалентное внутреннее сопротивление источника молнии.

При моделировании прямых ударов молнии или при необходимости более детального описания источника грозového воздействия важно учитывать электрические свойства канала молнии. Реальный канал молнии представляет собой протяженную плазменную структуру с конечной проводимостью и индуктивностью, что приводит к искажению формы тока по сравнению с идеализированным источником. Для учета этих эффектов в модель вводится эквивалентный импеданс канала молнии:

$$L_{ch} \frac{di_{ch}(t)}{dt} + R_{ch} i_{ch}(t) = u_{ch}(t), \quad (10)$$

где  $i_{ch}(t)$  — ток канала молнии;

$L_{ch}$  — эквивалентная индуктивность канала молнии;

$R_{ch}$  — эквивалентное активное сопротивление канала молнии;

$u_{ch}(t)$  — напряжение на канале молнии.

Модель также дополнена ОПН, которые обладают выраженной нелинейной вольт-амперной характеристикой. При рабочих напряжениях сопротивление ОПН велико, тогда как при превышении порогового уровня напряжения сопротивление резко снижается,

обеспечивая эффективный отвод импульсного тока.

В рамках модели это поведение аппроксимируется нелинейной характеристикой:

$$i_{opn}(u) = k|u|^a \text{sign}(u), \quad (11)$$

где  $u$  — напряжение на ОПН;

$k$  — коэффициент, определяющий масштаб проводимости ОПН;

$a$  — показатель степени, характеризующий нелинейность вольт-амперной характеристики;

$\text{sign}(u)$  — функция знака напряжения.

Тепловая нагрузка ОПН учитывается через уравнение накопления энергии, поскольку именно накопленная энергия определяет вероятность термической деградации варистора:

$$\frac{dW(t)}{dt} = u_{opn}(t) i_{opn}(t), \quad (12)$$

где  $u_{opn}(t)$  — напряжение на ОПН;

$i_{opn}(t)$  — ток ОПН.

Деградация ограничителя при превышении допустимого энергетического ресурса описывается переменной целостности:

$$\dot{a}(t) = \begin{cases} -\frac{1}{\tau_f} a(t), & W(t) \geq W_{lim} \\ 0, & W(t) < W_{lim} \end{cases} \quad (13)$$

$$i_{opn}^{eff} = a(t) i_{opn}(u),$$

где  $a(t)$  — безразмерная переменная целостности ОПН;

$\tau_f$  — характерное время деградации ограничителя;

$W_{lim}$  — предельное допустимое значение накопленной энергии;

$i_{opn}^{eff}$  — эффективный ток ограничителя с учетом деградации;

$i_{opn}(u)$  — ток ОПН, определяемый его вольт-амперной характеристикой.

Такое представление позволяет учитывать частичную потерю защитной способности и возможный отказ ОПН в рамках единой динамической модели.

В результате совокупность уравнений электромагнитной и вспомогательных подсистем

приводится к компактной форме метода переменных состояния:

$$M\dot{x}(t) = Ax(t) + b(t) + \varphi(x, t), \quad (14)$$

где  $Ax(t)$  — линейный оператор, описывающий внутреннюю динамику линии и ее топологию;

$b(t)$  — вектор представления внешнего грозового воздействия;

$\varphi(x, t)$  — нелинейная функция, включающая вклад нелинейных и энергетических эффектов.

Таким образом, в настоящем разделе сформирована полная математическая модель ВЛ АБ при грозовых воздействиях, основанная на теории линий с распределенными параметрами и методе переменных состояния. Полученная система уравнений описывает во временной области совместную динамику электромагнитных процессов в линии, источника грозового воздействия, канала молнии и ограничителей перенапряжений с учетом их нелинейных и энергетических свойств.

Для численного анализа разработанной модели была создана программная реализация в среде MATLAB, в которой система дифференциальных уравнений интегрируется с использованием жестких численных методов. Программный комплекс обеспечивает формирование параметров дискретной модели линии, задание различных сценариев грозового воздействия, учет наличия и отсутствия средств защиты, а также регистрацию временных зависимостей токов, напряжений и энергетических показателей ограничителей перенапряжений. Это позволяет проводить параметрические исследования волновых процессов в линии и количественно оценивать эффективность применяемых мер молниезащиты.

Особенностью разработанного программного инструмента является возможность сопоставления режимов работы линии при различных конфигурациях защитных устройств и параметрах грозовых импульсов, что создает основу для обоснованного выбора мест установки и характеристик ограничителей перенапряжений. Далее приводится описание программной реализации модели и анализ результатов численного моделирования.

### Численное моделирование волновых ПН в ВЛ АБ при ударах молнии

На основе ранее выведенной математической модели ВЛ АБ выполнено численное моделирование волновых процессов, возникающих при грозовых воздействиях. Численное моделирование выполнено для трехфазной воздушной линии длиной  $l = 2000$  м. Линия дискретизирована на  $N = 60$  звеньев. Погонные параметры линии определялись по геометрии проводов и составили:  $L = 1,6$  мГн/км,  $C = 0,015$  мкФ/км,  $R = 0,3$  Ом/км, проводимость  $G$  принималась пренебрежимо малой (близкой к нулю) [23].

ОПН моделировались степенной вольт-амперной характеристикой с параметрами  $k = 1,5 \cdot 10^{-3}$ ,  $n = 25$  [24].

Грозовое воздействие моделировалось током Хайдлера с параметрами<sup>1</sup>  $I_0 = 30$  кА,  $\tau_1 = 1,2$  мкс,  $\tau_2 = 50$  мкс. Удар прикладывался к фазе А в начале линии.

Интегрирование системы выполнялось в среде MATLAB с использованием метода ode15s. Время моделирования составляло 100 мкс, максимальный шаг интегрирования ограничивался 0,5 мкс.

В модели приняты следующие допущения: параметры линии частотно-независимы, коронные явления и многократные разряды не учитываются.

Форма тока источника, используемая в расчетах, приведена на рис. 1 и далее используется

без изменения параметров во всех рассмотренных режимах моделирования, что обеспечивает сопоставимость полученных результатов.

На первом этапе численного анализа рассмотрен базовый режим работы линии при отсутствии ограничителей перенапряжений. Такой расчет позволяет выявить собственные волновые свойства линии автоблокировки и оценить потенциальные уровни перенапряжений, формирующихся при грозовом воздействии. Решение системы уравнений состояния (14) получено численным интегрированием во временной области. В каждый момент времени вычислялся вектор состояний  $x(t)$ , содержащий токи продольных ветвей и узловые напряжения. Осциллограммы на рис. 2 построены по компонентам вектора  $x(t)$  без установки ОПН. Представленные зависимости отражают процесс возбуждения линии током молнии и формирование бегущей электромагнитной волны напряжения, что непосредственно следует из уравнений Кирхгофа для продольных ветвей и узлов, записанных в матричной форме в выражениях (6) и (7).

Характерной особенностью полученных осциллограмм является возникновение перенапряжений во всех трех фазах, включая фазы, не связанные непосредственно с точкой приложения источника. Данный эффект обусловлен взаимными индуктивными и емкостными связями между фазными проводниками, которые учитываются в матрицах распределенных

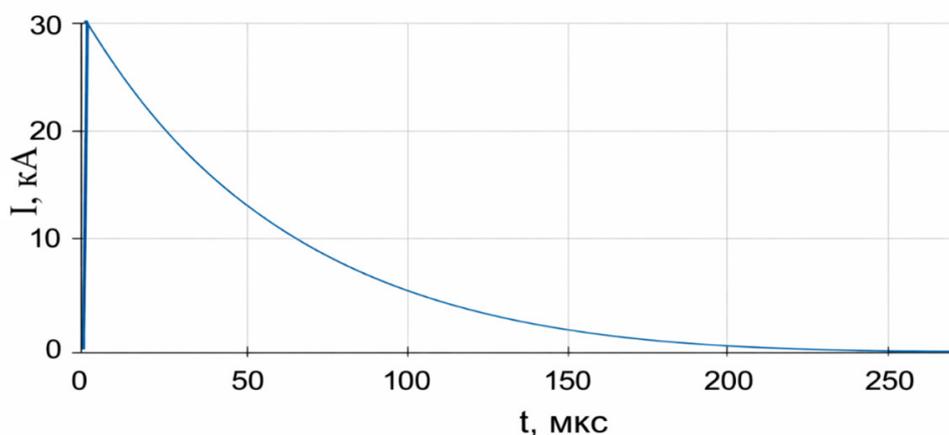
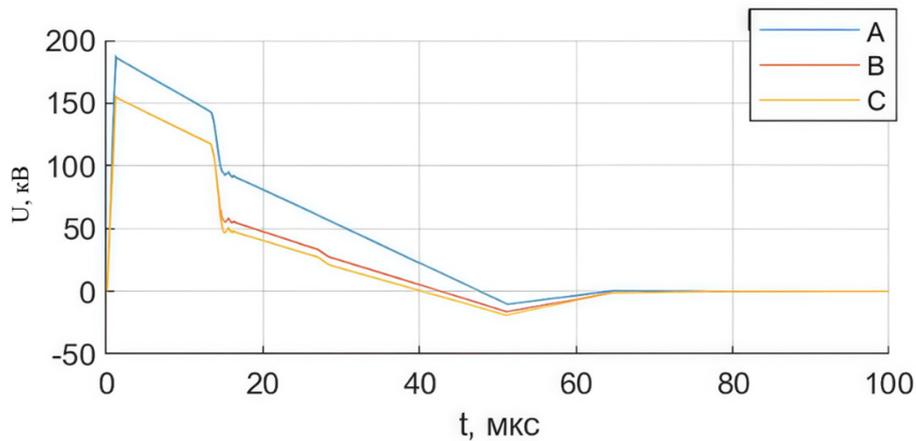


Рис. 1. Форма разряда молнии, заданная функцией Хайдлера

<sup>1</sup> IEEE Std 1410-2010 IEEE Guide for Improving the Lightning Performance of Electric Power Overhead Distribution Lines.



**Рис. 2.** Осциллограмма фазных напряжений в начале ВЛ АБ при ударе молнии

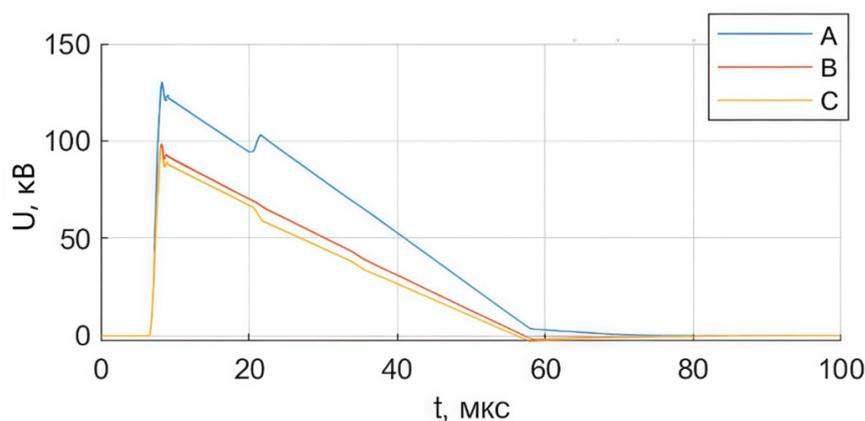
параметров, входящих в телеграфные уравнения (3) и (4). Таким образом, численные результаты наглядно подтверждают, что использование однофазных моделей не позволяет корректно описывать распределение перенапряжений в ВЛ АБ при грозовых воздействиях, тогда как многопроводная постановка дает физически обоснованную картину межфазного взаимодействия.

По мере распространения волны вдоль линии анализировались временные зависимости фазных напряжений в конечном узле дискретной модели. Осциллограммы, представленные на рис. 3, получены при интегрировании системы уравнений состояния (14) с теми же параметрами линии и грозового источника, что и в предыдущем расчете, различие заключается только в выборе узла наблюдения. Удар молнии в рассматриваемом режиме прикладывался

к началу линии, а напряжения регистрировались в последнем  $\pi$ -звене.

Наличие временной задержки между моментом возбуждения и ростом напряжения в конце линии соответствует времени пробега волны по длине линии и подтверждает волновой характер процесса. Изменение формы сигнала и перераспределение амплитуд между фазами обусловлены отражением волны от конца линии и наложением падающей и отраженной компонент, что определяется принятыми граничными условиями и их реализацией в узловых уравнениях Кирхгофа.

В ряде режимов максимальные значения перенапряжений формируются именно в конце линии вследствие интерференции волн, что необходимо учитывать при оценке электрической прочности оборудования и выборе мест установки защитных устройств [25].



**Рис. 3.** Осциллограмма фазных напряжений в конце ВЛ АБ при ударе молнии

Для анализа пространственной структуры волнового процесса был выполнен мгновенный срез распределения фазных напряжений вдоль линии. Распределение, представленное на рис. 4, получено следующим образом. В результате численного интегрирования системы уравнений состояния (14) вычислялся вектор состояний  $x(t)$ , содержащий узловые напряжения каждого  $\pi$ -звена дискретной модели. В фиксированный момент времени  $t = 5$  мкс (соответствующий области максимальных перенапряжений) из вектора состояния были выбраны компоненты, соответствующие фазным напряжениям всех узлов линии. Полученные значения сопоставлены с координатой соответствующего  $\pi$ -звена и построены в виде пространственного профиля.

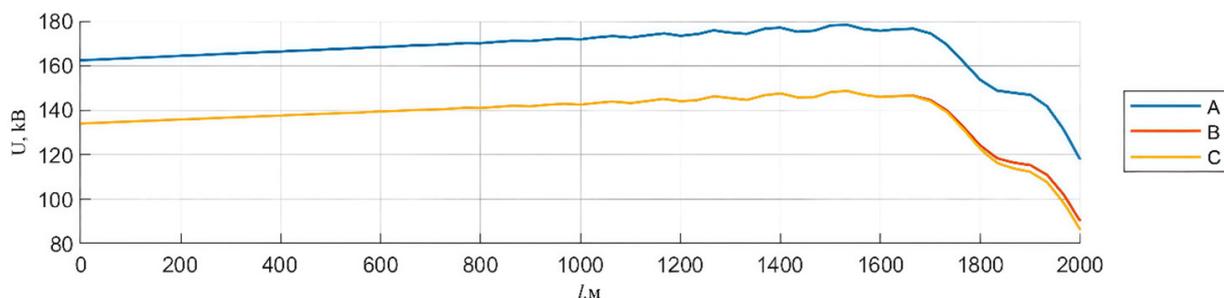
Таким образом, график на рис. 4 представляет собой мгновенное распределение фазных напряжений вдоль линии при фиксированном времени и отражает текущее положение фронта бегущей волны. Наличие локальных максимумов и минимумов обусловлено наложением падающих и отраженных волн в соответствии с принятыми граничными условиями. Пространственная неравномерность распределения подтверждает волновой характер процесса и невозможность его адекватного описания в рамках квазистационарных моделей.

На следующем этапе моделирования в систему уравнений состояния введены ограничители перенапряжений, реализованные в виде нелинейных элементов с вольт-амперной характеристикой, заданной выражением (11). Нелинейность ОПН учитывается через соответствующий нелинейный член

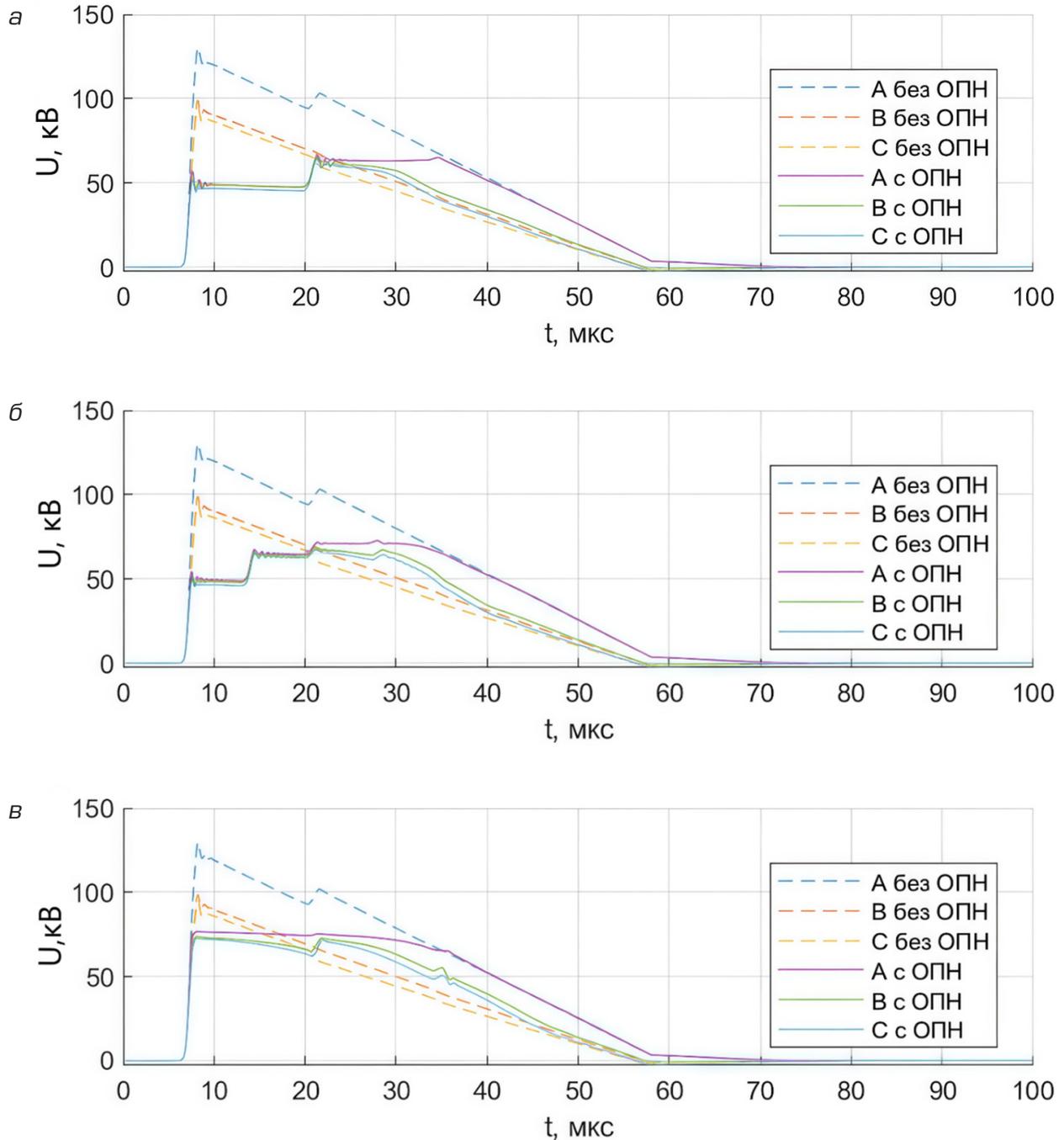
в правой части уравнения состояния (14), что обеспечивает корректное взаимодействие защитного устройства с волновыми процессами в линии без использования упрощающих эквивалентных сопротивлений. Такой способ включения ОПН позволяет анализировать их работу в динамическом режиме и оценивать влияние на форму отраженных и распространяющихся волн.

Для оценки влияния места установки ОПН на эффективность защиты рассмотрены три характерных варианта его размещения: в начале линии, в середине линии и в конце линии. Осциллограммы фазных напряжений в конце линии для указанных вариантов установки ОПН приведены на рис. 5. Для каждого случая выполнено сравнение с режимом без защитных устройств. Анализ полученных зависимостей показывает, что место установки ОПН оказывает решающее влияние на уровень перенапряжений в защищаемой точке. При размещении ОПН в начале линии ограничение напряжения происходит на стадии формирования волнового процесса, однако значительная часть энергии продолжает распространяться вдоль линии, что отражается в уравнениях продольных ветвей. Установка ОПН в середине линии приводит к частичному снижению амплитуд, однако не обеспечивает эффективной защиты конечной точки. Наиболее существенное ограничение перенапряжений достигается при установке ОПН вблизи конца линии, где нелинейная нагрузка непосредственно взаимодействует с отраженной волной.

Для углубленного анализа механизма действия ограничителей перенапряжений



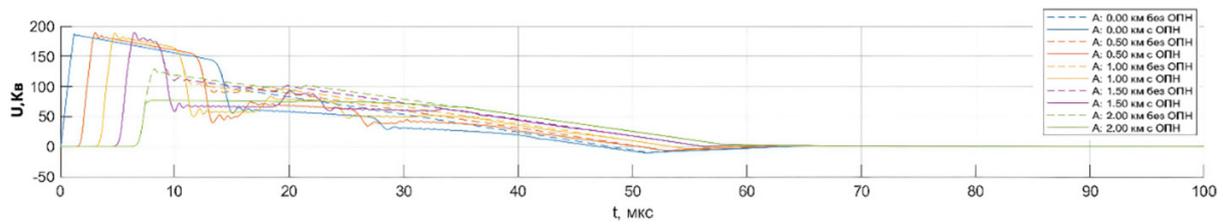
**Рис. 4.** Пространственное распределение фазных напряжений вдоль линии автоблокировки в фиксированный момент времени  $t = 5$  мкс при отсутствии ОПН



**Рис. 5.** Осциллограммы фазных напряжений в конце линии автоблокировки при установке ОПН: а) в начале линии; б) в середине линии; в) в конце линии

выполнено сопоставление пространственных распределений напряжений вдоль линии при наличии и отсутствии ОПН. Соответствующий профиль для случая установки ОПН в конце линии приведен на рис. 6. Сравнение данного распределения с профилем без ОПН показывает, что защитное устройство влияет не только на локальный уровень напряжения в точке

установки, но и на пространственную структуру волнового процесса в целом. Нелинейное ограничение напряжения, описываемое выражением (11), приводит к изменению условий отражения и снижению амплитуд перенапряжений на прилегающих участках линии, что непосредственно следует из решения системы уравнений состояния (14).



**Рис. 6.** Пространственное распределение фазных напряжений вдоль ВЛ АБ при установке ОПН в конце линии

Тем самым полученные результаты численного моделирования демонстрируют, что разработанная математическая модель позволяет не только воспроизводить временные осциллограммы напряжений и токов, но и анализировать пространственно-временную структуру грозовых перенапряжений с учетом межфазных связей и нелинейных защитных устройств. Научная новизна представленных результатов заключается в комплексном рассмотрении волновых процессов в трехфазной ВЛ АБ в рамках единой системы уравнений состояния, что обеспечивает физически обоснованную оценку эффективности размещения ограничителей перенапряжений и может быть использовано при проектировании и модернизации систем молниезащиты устройств ЖАТ.

**Верификация математической модели и численной реализации**

Построенная математическая модель ВЛ АБ и ее численная реализация в среде MATLAB представляют собой связанную динамическую систему, включающую многопроводную форму телеграфных уравнений, пространственную дискретизацию по длине линии с использованием  $\pi$ -аппроксимации, граничные условия на концах линии, внешний грозовой источник и, при необходимости, нелинейные защитные элементы. В связи с высокой сложностью такой системы особое значение приобретает верификация модели, под которой в данной работе понимается проверка корректности реализации уравнений и численных процедур, а не сопоставление с натурными измерениями [26].

Верификация выполнялась на основе фундаментальных свойств телеграфных уравнений и распределенных систем [27]. Во всех верификационных расчетах динамика системы опре-

делялась интегрированием системы уравнений состояния вида (14), сформированной на основе уравнений ветвей и узлов (6), (7) и внешнего источника (8), с использованием интегратора ode15s [28].

В качестве базовой конфигурации использовалась модель, принятая в разделе 2, с измененным временем моделирования  $t_{end} = 300$  мкс.

Первым этапом верификации являлась проверка базовых волновых параметров линии, непосредственно следующих из телеграфных уравнений (3), (4). По геометрии проводов вычислялись матрицы погонных индуктивностей  $L'$  и емкостей  $C'$ , после чего для ориентировочной оценки использовались диагональные элементы, соответствующие фазе А [29]. Волновое сопротивление и скорость распространения оценивались по соотношениям:

$$Z_c \approx \sqrt{\frac{L'_{AA}}{C'_{AA}}}, \quad v = \frac{1}{\sqrt{L'_{AA} C'_{AA}}}, \quad (15)$$

где  $L'_{AA}$  — диагональная индуктивность погонной матрицы параметров фазы А;

$C'_{AA}$  — диагональная емкость погонной матрицы параметров фазы А.

В результате получены значения:

$$Z_c \approx 440 \text{ Ом};$$

$$v \approx 2,63 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Соответствующее время пробега ( $TOF$ )<sup>2</sup> фронта волны по линии вычисляется по формуле:

$$TOF = \frac{l}{v}. \quad (16)$$

<sup>2</sup> TOF (Time of Flight) — время пробега волны от точки возбуждения до точки наблюдения.

Для линии длиной  $l = 2000$  м время пробега составляет  $\approx 7,58$  мкс.

Численные осциллограммы напряжений в начале и в конце линии показывают, что первый существенный рост напряжения в конечном узле действительно наблюдается через 7,2 мкс после приложения возмущения, что подтверждает корректность масштаба временной оси, единиц измерения и формирования матриц параметров линии.

Второй этап верификации был посвящен проверке линейного масштабирования времени пробега фронта по длине линии, что является фундаментальным свойством распределенных систем. Для этого выполнялись расчеты при длинах линии  $l = 1000, 2000, 4000$  м с соответствующим пересчетом параметров  $\pi$ -звеньев. В каждом случае определялось время прихода фронта в конец линии как момент первого превышения заданного порога от максимального значения напряжения [30].

Видно, что отношение  $TOF / l$  остается практически постоянным и составляет около 3,8 нс/м, что подтверждает линейную зависимость  $TOF \sim l$ . Данное свойство является прямым следствием телеграфных уравнений и свидетельствует о корректной реализации пространственной дискретизации и масштабирования параметров линии при изменении длины.

Третьим этапом верификации являлась проверка корректности граничных условий и отражений на конце линии. В узловых уравнениях конец линии задается фазным сопротивлением  $R_{end}$ . Теория линий с распределенными параметрами предсказывает, что при согласованной нагрузке  $R_{end} \approx Z_c$  отражение минимально, тогда как при  $R_{end} \gg Z_c$  имеет место почти полное отражение волны [31].

Для проверки этого свойства были выполнены расчеты для двух характерных режимов:

$$R_{end} \approx Z_c,$$

$$R_{end} \gg Z_c,$$

где  $Z_c$  — волновое сопротивление линии.

Основным критерием верификации являлось максимальное значение фазного напряжения в конце линии. В согласованном режиме получено:

$$|U_{end,max}| \approx 49 \text{ кВ.}$$

Тогда как при  $R_{end} \gg Z_c$ :

$$|U_{end,max}| \approx 117 \text{ кВ.}$$

Такое более чем двукратное увеличение амплитуды соответствует суперпозиции, падающей и отраженной волн и полностью согласуется с теоретическими представлениями о волновых процессах в линиях передачи.

В качестве дополнительного диагностического индикатора вычислялся приближенный коэффициент отражения [32]:

$$\Gamma(t) = \frac{U^-(t)}{U^+(t)}, \quad U^\pm(t) = \frac{1}{2}(U(t) \pm Z_c I(t)), \quad (17)$$

где  $U(t)$  — напряжение в конце линии;

$I(t)$  — ток в конце линии;

$U^+(t)$  — падающая составляющая напряжения;

$U^-(t)$  — отраженная составляющая напряжения.

Для режима  $R_{end} \approx Z_c$  получено  $\Gamma_{max} \approx 0,16$ , что соответствует слабому отражению и подтверждает корректную реализацию знаков токов.

Четвертый этап верификации был направлен на проверку устойчивости численного решения при изменении пространственной дискретизации. Расчеты выполнялись при  $N = 40, 60, 80$   $\pi$ -звеньях при фиксированной длине линии. Сопоставление максимальных напряжений в конце линии и времени прихода фронта показало, что различия между решениями не превышают нескольких процентов, а ключевые инварианты (ТОФ и порядок амплитуд перенапряжений) сохраняются. Это свидетельствует о сходимости решения при сгущении сетки и корректной реализации перехода от распределенной модели к дискретной форме [33].

Пятый этап верификации касался корректности включения нелинейных ограничителей перенапряжений. ОПН моделировался как нелинейный элемент с вольт-амперной характеристикой (11), входящий в систему уравнений состояния (14) через нелинейный член  $\varphi(x, t)$ . Для проверки корректности его действия выполнялось сравнение режимов без ОПН и с установленным ОПН в заданном узле.

Осциллограммы фазных напряжений в начале и в конце линии показывают, что при наличии ОПН максимальные значения перенапряжений ограничиваются на уровне 64 кВ вместо 117 кВ в режиме без защиты. Характерный «излом» формы волны после достижения порога ограничителя свидетельствует о физически корректном взаимодействии нелинейного элемента с бегущей волной [34].

Дополнительно анализировалась энергия, рассеиваемая в ОПН,

$$W(t) = \int_0^t u_{\text{ОПН}}(\tau) i_{\text{ОПН}}(\tau) d\tau. \quad (18)$$

Полученная зависимость носит монотонный характер и выходит на плато после завершения волнового процесса, что подтверждает корректность направлений токов, знаков мощности и численного интегрирования. Максимальное значение энергии соответствует масштабу ограничиваемых перенапря-

жений и используется в работе как количественный показатель нагрузки на защитное устройство [35].

Таким образом, выполненная верификация подтверждает корректность реализации базовых волновых свойств линии, граничных условий, масштабирования по длине, устойчивости решения при изменении дискретизации и корректного включения нелинейных ограничителей перенапряжений. Совокупность приведенных численных проверок позволяет считать, что математическая модель и ее программная реализация адекватно воспроизводят физику волновых процессов в ВЛ АБ при грозовых воздействиях и могут использоваться для дальнейшего анализа и инженерных выводов.

Для наглядного сопоставления теоретических ожиданий и результатов численного моделирования основные контрольные параметры, использованные при верификации математической модели, сведены в табл. 1.

**ТАБЛИЦА 1. Результаты верификации математической модели ВЛ АБ**

№	Проверяемое свойство	Верификационный критерий	Теоретическое ожидание	Результат моделирования	Оценка
1	Волновое сопротивление линии	Оценка $Z_c$	440 Ом	438 Ом	Соответствует теории
2	Скорость распространения линии	Оценка $v$	$2,63 \cdot 10^8$ м/с	$2,61 \cdot 10^8$ м/с	Соответствует теории
3	Время пробега фронта (TOF)	TOF	7,58 мкс	7,6 мкс	Соответствует теории
4	Линейность TOF по длине	$TOF \sim l$	Пропорционально длине линии	TOF (1000 м) = 3,8 мкс	
5	Отражение при согласованной нагрузке	Отношения амплитуд в конце линии	$\approx 1$	1,05	Совпадение
6	Отражение при разомкнутом конце	Отношения амплитуд в конце линии	$\approx 2$	2,2	Совпадение
7	Знак и ориентация отраженной волны	Знак отраженной составляющей	$U^-$ совпадает по знаку с $U^+$	Совпадение по знаку $U^-$ с $U^+$	Корректные значения
8	Сходимость по дискретизации	Разные $N = 40, 60, 80$	Малое изменение TOF и $U_{\text{max}}$	Расхождения $\approx 3\%$	Подтверждено
9	Ограничение ОПН	Сравнение $U_{\text{end, max}}$ с ОПН и без ОПН	Существенное снижение амплитуды	Снижение амплитуды в 2 раза	Эффект реализован
10	Энергия ОПН	$W(t)$	Монотонный рост, выход на плато	Наблюдается плато	Корректно
11	Локальность действия ОПН	Сравнение узла установки и удаленных узлов	Максимальное влияние вблизи удара	Отношение $\approx 0,6-0,7$	Соответствует физике

### Заключение

В настоящей работе удалось построить и реализовать математическую модель трехфазной ВЛ АБ 10 кВ, позволяющую анализировать волновые процессы при воздействии молнии во временной области. В отличие от упрощенных однофазных и квазистационарных подходов модель адекватно воспроизводит пространственно-временное распределение импульсных перенапряжений с учетом межфазных электромагнитных связей, отражений бегущих волн и граничных условий. Полученные результаты подтвердили, что грозовые перенапряжения формируются во всех фазах линии, а их максимальные уровни могут возникать в точках, удаленных от места приложения воздействия, что принципиально важно для оценки рисков повреждения оборудования.

В то же время проведенное исследование выявило ряд особенностей. Рассмотрение грозовых воздействий ограничено одиночными импульсами, тогда как в реальных условиях характерны серийные разряды с накоплением энергии в ограничителях перенапряжений и элементах линии. Кроме того, верификация модели выполнена по фундаментальным волновым характеристикам, однако сопоставление с натурными измерениями остается нерешенной задачей и требует дальнейших исследований.

Практическая ценность полученных результатов заключается в возможности использования разработанной модели для инженерного анализа эффективности молниезащиты ВЛ АБ, выбора мест установки и параметров ограничителей перенапряжений, а также обоснования концепции защищенных подходов к вводам электропитания. Дальнейшие исследования целесообразно направить на расширение модели за счет учета частотно-зависимых параметров, серийных грозовых разрядов и накопительных эффектов, а также на экспериментальную верификацию, что повысит достоверность оценки надежности и грозовой стойкости систем электропитания устройств ЖАТ. ▲

### Список источников

1. Соловьев, А. Д. Анализ воздействия атмосферных перенапряжений на устройства железнодорожной автоматики и телемеханики / А. Д. Соловьев, А. Д. Манаков // Автоматика на транспорте — 2025. — Т. 11, № 4. — С. 287–302. — DOI 10.20295/2412-9186-2025-11-04-287-302. — EDN MYPJAE.
2. Rachidi, F. Electromagnetic Fields Associated with Lightning Strikes to Overhead Lines / F. Rachidi, M. Rubinstein // IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility — 2008. — Vol. 50, no. 3. — Pp. 497–508. — DOI: 10.1109/TEMC.2008.919139.
3. Nucci, C. A. Lightning-Induced Overvoltages on Overhead Power Lines / C. A. Nucci, F. Rachidi // IEEE Transactions on Power Delivery. — 2009. — Vol. 4, no. 1. — Pp. 360–369. — DOI: 10.1109/TPWRD.2008.2002980.
4. Paolone, M. Numerical Analysis of Lightning-Induced Voltages on Overhead Lines Including Frequency-Dependent Parameters / M. Paolone, F. Rachidi, M. Rubinstein // IEEE Transactions on Power Delivery. — 2010. — Vol. 25, no. 4. — Pp. 2603–2611. — DOI: 10.1109/TPWRD.2010.2045410.
5. Bermudez, J. L. Lightning-Induced Voltages on Overhead Lines: Models and Numerical Analysis / J. L. Bermudez, M. Rubinstein, F. Rachidi // Electric Power Systems Research — 2013. — Vol. 94. — Pp. 1–10. — DOI: 10.1016/j.epsr.2012.07.003.
6. Bassi, W. Energy Absorption Capability of Surge Arresters under Multiple Lightning Strokes / W. Bassi, S. Visacro // IEEE Transactions on Power Delivery. — 2016. — Vol. 31, no. 2. — Pp. 610–618. — DOI: 10.1109/TPWRD.2015.2451616.
7. Dommel, H. W. Calculation of Electromagnetic Transients In Transmission Lines with Frequency Dependent Parameters / H. W. Dommel, J. R. Marti // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems — 1978. — Vol. PAS-97, no. 4. — Pp. 1023–1032. — DOI: 10.1109/TPAS.1978.354464.
8. Ametani, A. Power System Transients: Theory and Applications / A. Ametani, N. Nagaoka, Y. Baba, T. Ohno. — Wiley-IEEE Press, 2013.
9. Hairer, E. Solving Ordinary Differential Equations II: Stiff and Differential-Algebraic Problems / E. Hairer, G. Wanner. — Springer, 2010. — DOI: 10.1007/978-3-642-05221-7.
10. Paolone, M. On the Modeling of Lightning-Induced Voltages on Power Lines / M. Paolone, M. Pignati, F. Rachidi // Electric Power Systems Research. — 2012. — Vol. 82, no. 1. — Pp. 5–15. — DOI: 10.1016/j.epsr.2011.08.006
11. He, J. Performance of Surge Arresters Subjected to Lightning Overvoltages / J. He, R. Zeng,

- S. Chen // *IEEE Transactions on Power Delivery*. — 2014. — Vol. 29, no. 1. — Pp. 310–317. — DOI: 10.1109/TPWRD.2013.228201212.
12. Cooray, V. Modified Transmission Line Model with a Current Attenuation Function Derived from the Lightning Radiation Field — MTL Model / V. Cooray, M. Rubinstein, F. Rachidi // *Atmosphere*. — 2021. — Vol. 12 (2). — Art. 249. — DOI: 10.3390/atmos12020249.
  13. Overvoltages Caused by Direct Lightning Strokes to a Hybrid Overhead Line / L. B. Moraes, A. Piantini, M. Shigihara [et al.] // *Electric Power Systems Research*. — 2024. — Vol. 229. — Art. 110152. — DOI: 10.1016/j.epsr.2024.110152.
  14. Chilan, M. Analysis of Multiconductor Transmission Lines Using the Time Domain Method of Lines / M. Chilan, A. Pirhadi, S. Asadi, S. Helfert // *AEU — International Journal of Electronics and Communications*. — 2021. — Vol. 138. — Art. 153863. — DOI: 10.1016/j.aeue.2021.153863.
  15. Escamilla, J. C. New Model for Overhead Lossy Multiconductor Transmission Lines / J. C. Escamilla, P. Moreno, P. Gómez // *IET Generation, Transmission & Distribution*. — 2013. — Vol. 7 (11). — Pp. 1185–1193. — DOI: 10.1049/iet-gtd.2012.0284.
  16. Costa, E. C. M. Efficient Procedure to Evaluate Electromagnetic Transients: Transmission Line Model Based on Lumped Elements and State-Space Techniques / E. C. M. Costa, S. Kurokawa [et al.] // *IET Generation, Transmission & Distribution*. — 2010. — DOI: 10.1049/iet-gtd.2009.0660.
  17. Lightning-Induced Overvoltage on Overhead Distribution Line. / R. Fu [et al.] // *High Voltage*. — 2025. — DOI: 10.1049/hve2.70095.
  18. A Comprehensive Lightning Surge Analysis in Offshore Wind Farm / Q. Sun, L. Yang, Z. Zheng [et al.] // *Electric Power Systems Research*. — 2022. — Vol. 211. — Art. 108259. — DOI: 10.1016/j.epsr.2022.108259.
  19. Shampine, L. F. The MATLAB ODE Suite / L. F. Shampine, M. W. Reichelt // *SIAM Journal on Scientific Computing*. — 1997. — Vol. 18 (1). — Pp. 1–22. — DOI: 10.1137/S1064827594276424.
  20. Vujević, S. Exponential Approximation of the Heidler Function for the Reproduction of Lightning Current Waveshapes / S. Vujević, D. Lovrić // *Electric Power Systems Research*. — 2010. — Vol. 80 (10). — Pp. 1293–1298. — DOI: 10.1016/j.epsr.2010.04.012.
  21. Development of a Model for Calculation of Energy Absorbed by a ZnO Surge Arrester During Transients / G. Vilar Lira [et al.] // *IEEE Transactions on Power Delivery*. — 2021. — DOI: 10.1109/TPWRD.2021.3054247.
  22. Hosseini, S. M. A. Surge Analysis on Wind Farm Considering Lightning Strike to Multi-Blade / S. M. A. Hosseini, A. Mohammadirad, A. A. Akmal // *Renewable Energy*. — 2022. — Vol. 186. — Pp. 312–326. — DOI: 10.1016/j.renene.2021.12.061.
  23. Веников, В. А. Теория электрических систем. Электрические системы и сети: учебник для вузов / В. А. Веников. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Высшая школа, 1988. — 512 с.
  24. Kim, I. Modeling of Metal-Oxide Surge Arresters / I. Kim, T. Funabashi, H. Sasaki [et al.] // *IEEE Transactions on Power Delivery*. — 1998. — Vol. 13, no. 3. — Pp. 812–819. — DOI: 10.1109/61.686987.
  25. Paul, C. R. Analysis of Multiconductor Transmission Lines. — 2nd ed. — Hoboken: Wiley, 2008. — DOI: 10.1002/9780470195474.
  26. Cooray, V. Validation and Verification of Lightning Electromagnetic Field Models / V. Cooray, M. Rubinstein // *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*. — 2019. — Vol. 61, no. 5. — Pp. 1535–1545. — DOI: 10.1109/TEMC.2018.2880564.
  27. Borghetti, A. Influence of Line Terminations on Lightning-Induced Overvoltages / A. Borghetti, F. Napolitano, C. A. Nucci // *IEEE Transactions on Power Delivery*. — 2014. — Vol. 29, no. 1. — Pp. 402–409. — DOI: 10.1109/TPWRD.2013.2274082.
  28. Shampine, L. F. The MATLAB ODE Suite / L. F. Shampine, M. W. Reichelt // *SIAM Journal on Scientific Computing*. — 1997. — Vol. 18, no. 1. — Pp. 1–22. — DOI: 10.1137/S1064827594276424.
  29. Triverio, P. Time-Domain Modeling of Multiconductor Transmission Lines / P. Triverio, M. Nakhla // *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*. — 2012. — Vol. 2, no. 5. — Pp. 837–845. — DOI: 10.1109/TCPMT.2012.2190734.
  30. Chilan, M. Convergence Analysis of Multiconductor Transmission-Line Models / M. Chilan, A. Pirhadi, S. Helfert // *AEU — International Journal of Electronics and Communications*. — 2020. — Vol. 123. — Art. 153304. — DOI: 10.1016/j.aeue.2020.153304.
  31. Grcev, L. On the Stability and Accuracy of Lightning-Induced Voltage Calculations / L. Grcev, F. Rachidi // *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*. — 2004. — Vol. 46, no. 3. — P. 443–450. — DOI: 10.1109/TEMC.2004.832814.
  32. Escamilla, J. C. Accuracy Assessment of Lumped-Parameter Transmission Line Models / J. C. Escamilla, P. Moreno // *IET Generation, Transmission &*

- Distribution. — 2015. — Vol. 9, no. 9. — Pp. 834–842. — DOI: 10.1049/iet-gtd.2014.0604.
33. Vilar Lira, G. Energy Stress on ZnO Surge Arresters Due to Lightning-Induced Overvoltages / G. Vilar Lira, S. Visacro // IEEE Transactions on Power Delivery. — 2019. Vol. — 34, no. 3. Pp. 1124–1132. — DOI: 10.1109/TPWRD.2018.2877621.
  34. Piantini, A. Lightning-Induced Voltages on Overhead Lines: Experimental Validation and Numerical Modeling / A. Piantini, J. M. Janiszewski // IEEE Transactions on Power Delivery. — 2009. — Vol. 24, no. 4. — Pp. 2056–2063. — DOI: 10.1109/TPWRD.2009.2027515.
  35. Borghetti, A. Accuracy of Transmission Line Models for Lightning Studies / A. Borghetti, C. A. Nucci, M. Paolone // IEEE Transactions on Power Delivery. — 2011. — Vol. 26, no. 4. — Pp. 1983–1991. — DOI: 10.1109/TPWRD.2011.2159231.

*TRANSPORT AUTOMATION RESEARCH. 2026. Vol. 12, no. 1, pp. 56–72  
DOI: 10.20295/2412-9186-2026-12-01-56-72*

### Lightning-Induced Wave Processes in a 10 kV High-Voltage Automatic Block System

#### Information about authors

**Solovyov A. D.**, Postgraduate Student of the “Automation and Remote Control on Railways” Department. E-mail: Shura.Solovyov.01@mail.ru

**Manakov A. D.**, PhD in Engineering, Professor of the “Automation and Remote Control on Railways” Department. E-mail: manakoff\_2@mail.ru

Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, St. Petersburg

**Abstract:** this paper investigates wave processes occurring in a 10 kV high-voltage automatic block system exposed to lightning impact. The objective is to research a three-phase overhead transmission line with distributed parameters that powers railway signalling and interlocking systems. The study focuses on the impulse overvoltages and currents in the line caused by lightning discharges. A mathematical model of the overhead line based on multi-conductor telegraph equations and expressed in a state-variable format has been created in order to study these impacts. The model is implemented with spatial discretization along the line via a pi-approximation, providing an explicit three-phase representation that accounts for inter-phase inductive and capacitive couplings. Nonlinear surge limiters, a dynamic depiction of the lightning channel, and a lightning impact source are all included in the model.

The model has been numerically implemented in the time domain, using robust methods for integrating differential equations. The model is intended to compute the temporal and spatial distributions of voltages and currents at characteristic points along the line, in addition to analyzing the influence of line parameters and protective device configuration on the generating of wave overvoltages.

**Keywords:** lightning discharge, impulse overvoltage, mathematical model, high-voltage line, railway automation and remote control system, state-variable method

#### References

1. Solov'ev, A. D. Analiz vozdeystviya atmosferykh perenapryazhenij na ustrojstva zheleznodorozhnoj avtomatiki i telemekhaniki / A. D. Solov'ev, A. D. Manakov // Avtomatika na transporte — 2025. — T. 11, no. 4. — S. 287–302. — DOI 10.20295/2412-9186-2025-11-04-287-302. — EDN MYPJAE. (In Russian)
2. Rachidi, F. Electromagnetic Fields Associated with Lightning Strikes to Overhead Lines / F. Rachidi, M. Rubinstein // IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility — 2008. — Vol. 50, no. 3. — Pp. 497–508. — DOI: 10.1109/TEMC.2008.919139.
3. Nucci, C. A. Lightning-Induced Overvoltages on Overhead Power Lines / C. A. Nucci, F. Rachidi // IEEE Transactions on Power Delivery. — 2009. — Vol. 24, no. 1. — Pp. 360–369. — DOI: 10.1109/TPWRD.2008.2002980.
4. Paolone, M. Numerical Analysis of Lightning-Induced Voltages on Overhead Lines Including Frequency-Dependent Parameters / M. Paolone, F. Rachidi, M. Rubinstein // IEEE Transactions on Power Delivery. — 2010. — Vol. 25, no. 4. — Pp. 2603–2611. — DOI: 10.1109/TPWRD.2010.2045410.
5. Bermudez, J. L. Lightning-induced Voltages on Overhead Lines: Models and Numerical Analysis / J. L. Bermudez, M. Rubinstein, F. Rachidi // Electric Power Systems Research — 2013. — Vol. 94. — Pp. 1–10. — DOI: 10.1016/j.epr.2012.07.003.
6. Bassi, W. Energy Absorption Capability of Surge Arresters under Multiple Lightning Strokes / W. Bassi, S. Visacro // IEEE Transactions on Power Delivery. — 2016. — Vol. 31, no. 2. — Pp. 610–618. — DOI: 10.1109/TPWRD.2015.2451616.
7. Dommel, H. W. Calculation of Electromagnetic Transients in Transmission Lines with Frequency Dependent Parameters / H. W. Dommel, J. R. Marti // IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems — 1978. — Vol. PAS-97, no. 4. — Pp. 1023–1032. — DOI: 10.1109/TPAS.1978.354464.
8. Ametani, A. Power System Transients: Theory and Applications / A. Ametani, N. Nagaoka, Y. Baba, T. Ohno // Wiley-IEEE Press, 2013.
9. Hairer, E. Solving Ordinary Differential Equations II: Stiff and Differential-algebraic Problems / E. Hairer, G. Wanner // Springer, 2010. — DOI: 10.1007/978-3-642-05221-7.
10. Paolone, M. On the Modeling of Lightning-Induced Voltages on Power Lines / M. Paolone, M. Pignati, F. Rachidi // Electric Power Systems Research. — 2012. — Vol. 82, no. 1. — Pp. 5–15. DOI: 10.1016/j.epr.2011.08.006
11. He, J. Performance of Surge Arresters Subjected to Lightning Overvoltages / J. He, R. Zeng, S. Chen // IEEE Transactions on Power Delivery. — 2014. — Vol. 29, no. 1. — Pp. 310–317. — DOI: 10.1109/TPWRD.2013.2282012.
12. Cooray, V. Modified Transmission Line Model with a Current Attenuation Function Derived from the Lightning Radiation Field — MTL Model / V. Cooray, M. Rubinstein, F. Rachidi // Atmosphere. — 2021. — Vol. 12 (2), art. 249. — DOI: 10.3390/atmos12020249.
13. Moraes, L. B. Overvoltages Caused by Direct Lightning Strokes to a Hybrid Overhead Line / Moraes L. B., Piantini A., Shigihara M., Borghetti A. [et al] // Electric Power Systems Research. — 2024. — Vol. 229, art. 110152. — DOI: 10.1016/j.epr.2024.110152.
14. Chilan, M. Analysis of Multiconductor Transmission Lines Using the Time Domain Method of Lines / M. Chilan, A. Pirhadi, S. Asadi, S. Helfert // AEU — International Journal of Electronics and Communications. — 2021. — Vol. 138, art. 153863. — DOI: 10.1016/j.aeu.2021.153863.
15. Escamilla, J. C. New Model for Overhead Lossy Multiconductor Transmission Lines / J. C. Escamilla, P. Moreno, P. Gómez // IET Generation, Transmission & Distribution. — 2013. — Vol. 7 (11). — Pp. 1185–1193. — DOI: 10.1049/iet-gtd.2012.0284.
16. Costa, E. C. M. Efficient Procedure to Evaluate Electromagnetic Transients: Transmission Line Model Based on Lumped Elements and State-Space Techniques / E. C. M. Costa, S. Kurokawa [et al] // IET Generation, Transmission & Distribution. — 2010. — DOI: 10.1049/iet-gtd.2009.0660.
17. Fu, R. Lightning-Induced Overvoltage on Overhead Distribution Line / Fu R. [et al.] // High Voltage. — 2025. — DOI: 10.1049/hve2.70095.

18. Sun, Q. A Comprehensive Lightning Surge Analysis in Offshore Wind Farm / Q. Sun, L. Yang, Z. Zheng, J. Han, Y. Wang, L. Yao // *Electric Power Systems Research*. — 2022. — Vol. 211, art. 108259. — DOI: 10.1016/j.epsr.2022.108259.
19. Shampine, L. F. The MATLAB ODE Suite / L. F. Shampine, M. W. Reichelt // *SIAM Journal on Scientific Computing*. — 1997. — Vol. 18 (1). — P. 1–22. — DOI: 10.1137/S1064827594276424.
20. Vujević, S. Exponential Approximation of the Heidler Function for the Reproduction of Lightning Current Waveshapes / S. Vujević, D. Lovrić // *Electric Power Systems Research*. — 2010. — Vol. 80 (10). — Pp. 1293–1298. — DOI: 10.1016/j.epsr.2010.04.012.
21. Vilar Lira, G. Development of a Model for Calculation of Energy Absorbed by a ZnO Surge Arrester During Transients / Vilar Lira G. [et al.] // *IEEE Transactions on Power Delivery*. — 2021. — DOI: 10.1109/TPWRD.2021.3054247.
22. Hosseini, S. M. A. Surge Analysis on Wind Farm Considering Lightning Strike to Multi-Blade / S. M. A. Hosseini, A. Mohammadirad, A. A. Akmal // *Renewable Energy*. — 2022. — Vol. 186. — Pp. 312–326. — DOI: 10.1016/j.renene.2021.12.061.
23. Venikov, V. A. Teoriya elektricheskikh sistem. Elektricheskie sistemy i seti: uchebnik dlya vuzov / V. A. Venikov. — 3-e izd., pererab. i dop. — M.: Vysshaya shkola, 1988. — 512 s. (In Russian)
24. Kim, I. Modeling of Metal-Oxide Surge Arresters / I. Kim, T. Funabashi, H. Sasaki [et al.] // *IEEE Transactions on Power Delivery*. — 1998. — Vol. 13, no. 3. — Pp. 812–819. — DOI: 10.1109/61.686987.
25. Paul, C. R. Analysis of Multiconductor Transmission Lines. 2nd ed. Hoboken: Wiley, 2008. — DOI: 10.1002/9780470195474.
26. Cooray, V. Validation and Verification of Lightning Electromagnetic Field Models / V. Cooray, M. Rubinstein // *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*. — 2019. — Vol. 61, no. 5. — Pp. 1535–1545. — DOI: 10.1109/TEMC.2018.2880564.
27. Borghetti, A. Influence of Line Terminations on Lightning-Induced Overvoltages / A. Borghetti, F. Napolitano, C. A. Nucci // *IEEE Transactions on Power Delivery*. — 2014. — Vol. 29, no. 1. — P. 402–409. — DOI: 10.1109/TPWRD.2013.2274082.
28. Shampine, L. F. The MATLAB ODE Suite / L. F. Shampine, M. W. Reichelt // *SIAM Journal on Scientific Computing*. — 1997. — Vol. 18, no. 1. — P. 1–22. — DOI: 10.1137/S1064827594276424.
29. Triverio, P. Time-Domain Modeling of Multiconductor Transmission Lines / P. Triverio, M. Nakhla // *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*. — 2012. — Vol. 2, no. 5. — P. 837–845. — DOI: 10.1109/TCPMT.2012.2190734.
30. Chilan, M. Convergence Analysis of Multiconductor Transmission-Line Models / M. Chilan, A. Pirhadi, S. Helfert // *AEU — International Journal of Electronics and Communications*. — 2020. — Vol. 123, art. 153304. — DOI: 10.1016/j.aeu.2020.153304.
31. Grcev, L. On the Stability and Accuracy of Lightning-Induced Voltage Calculations/ L. Grcev, F. Rachidi // *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*. — 2004. — Vol. 46, no. 3. — P. 443–450. — DOI: 10.1109/TEMC.2004.832814.
32. Escamilla, J. C. Accuracy Assessment of Lumped-Parameter Transmission Line Models / J. C. Escamilla, P. Moreno // *IET Generation, Transmission & Distribution*. — 2015. — Vol. 9, no. 9. — Pp. 834–842. — DOI: 10.1049/iet-gtd.2014.0604.
33. Vilar Lira, G. Energy Stress on ZnO Surge Arresters Due to Lightning-Induced Overvoltages / G. Vilar Lira, S. Visacro // *IEEE Transactions on Power Delivery*. 2019. Vol. 34, No. 3. P. 1124–1132. DOI: 10.1109/TPWRD.2018.2877621.
34. Piantini, A. Lightning-Induced Voltages on Overhead Lines: Experimental Validation and Numerical Modeling / A. Piantini, J. M. Janiszewski // *IEEE Transactions on Power Delivery*. — 2009. — Vol. 24, no. 4. — Pp. 2056–2063. — DOI: 10.1109/TPWRD.2009.2027515.
35. Borghetti, A. Accuracy of Transmission Line Models for Lightning Studies / A. Borghetti, C. A. Nucci, M. Paolone // *IEEE Transactions on Power Delivery*. — 2011. — Vol. 26, no. 4. — Pp. 1983–1991. — DOI: 10.1109/TPWRD.2011.2159231.