

УДК 624.044

## Математическое моделирование системы «вода — грунтовый массив — опускная секция»

А. А. Сокорнов, Я. В. Мельник, А. П. Ледяев, А. В. Пинчук

Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Российской Федерации, 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., 9

**Для цитирования:** Сокорнов А. А., Мельник Я. В., Ледяев А. П., Пинчук А. В. Математическое моделирование системы «вода — грунтовый массив — опускная секция» // Известия Петербургского университета путей сообщения. — СПб.: ПГУПС, 2025. — Т. 22. — Вып. 4. — С. 999–1012. DOI: 10.20295/1815-588X-2025-4-999-1012

### Аннотация

**Цель:** Разработка рекомендаций по построению математической модели методом конечных элементов для определения напряженно-деформированного состояния опускных секций в системе «вода — грунтовый массив — опускная секция». **Методы:** Математическое моделирование методом конечных элементов и методом Метрогипротранса. **Результаты:** При сравнении метода Метрогипротранса с моделированием тоннелей способом опускных секций методом конечных элементов, учитывающим этапы производства работ, выявлены дополнительные силовые эффекты воздействия грунтового основания и призм сползания обратной засыпки. В ходе математического моделирования системы «вода — грунтовый массив — опускная секция» был обнаружен неочевидный эффект гидростатического давления изнутри секции. Для устранения данного эффекта были предложены и проанализированы три варианта решения: задание специального материала заполнения секций; приложение «противодавления» изнутри секции; замена функции *Water level* на равномерно распределенные нагрузки на каждом этапе моделирования. По результатам сравнительного анализа были выбраны наиболее эффективные варианты, обеспечивающие оптимальное сочетание удобства моделирования и наилучшей сходимости с методом Метрогипротранса. **Практическая значимость:** Результаты исследования могут быть использованы на этапе проектирования конструкций для моделирования системы «вода — грунтовый массив — опускная секция» методом конечных элементов.

**Ключевые слова:** Подводный тоннель, опускные секции, математическое моделирование, метод конечных элементов, МКЭ, метод Метрогипротранса, HRM.

### Введение

Тоннели, сооружаемые способом опускных секций, являются эффективным вариантом преодоления водных препятствий. Способ заключается в изготовлении на специальных строительных площадках герметичных железобетонных тоннельных секций с их последующейстыковкой между собой в заранее разработанной подводной траншее. Способ позволяет добиваться экономической эффективности в сравнении с мостовым вариантом ввиду отсутствия протяженных

подъездных путей, необходимых для соблюдения мостом судоходного габарита. На сегодняшний день способом опускных секций по всему миру построено около двухсот подводных тоннелей, тогда как в России этим способом был пристроен только один тоннель в Санкт-Петербурге — Канонерский тоннель в 1983 г.

Несмотря на то, что в нашей стране опыт строительства опускных секций давно утерян, разработаны подробные рекомендации по их проектированию и статическому расчету [1].

В инженерной среде большое распространение получил расчет опускных секций как стержневых конструкций в упругой среде по методу Метрогипротранса (другие названия: метод Метропроекта, *Hyperstatic Reaction Method, HRM*). Но, как отмечалось в [2], у метода Метрогипротранса имеется существенный недостаток в части задания свойств окружающего грунтового массива. Для описания грунтовой среды используется всего одна характеристика — коэффициент упругого отпора (или коэффициента постели в случае рассмотрения плитных конструкций). В методе конечных элементов, напротив, упругий отпор определяется автоматически в процессе силового взаимодействия конструкции и грунтового массива, что особенно актуально в случае основания, сложенного разными грунтами, как в большинстве геологических формаций акваторий [3].

За последние годы в мировой науке выполнено большое количество исследований, посвященных вопросу проектирования, строительства и содержания тоннелей из опускных секций. По большей части исследования посвящены построению аналитических моделей, учитывающих работу стыков секций [4–9]. Также выполнены исследования, посвященные проблеме текущего содержания секций [10], влиянию гидродинамики волн и судов [11, 12], восприятию секциями сейсмических воздействий [13]. Куда в меньшей степени исследован вопрос оценки напряженно-деформированного состояния секций. В последних исследованиях по этой тематике [14, 15] авторы выполняли расчеты секций методом конечных элементов в упругих грунтовых массивах, а гидростатическое давление воды задавали активными нагрузками.

В то же время современные высокопроизводительные расчетные программные комплексы, реализующие метод конечных элементов, позволяют моделировать условия погружения конструкции и грунта обратной засыпки в воду,

определять поровое давление грунта, рассматривая тем самым систему «вода — грунтовый массив — опускная секция». Таким образом, целью исследования является разработка рекомендаций по построению математических моделей методом конечных элементов для определения напряженно-деформированного состояния опускных секций в системе «вода — грунтовый массив — опускная секция».

В процессе исследований для решения задач методом конечных элементов применялся специализированный геотехнический программный комплекс *Midas GTS NX*. Для решения задач методом Метрогипротранса применялся программный комплекс РК-6 (учебная версия), разработанная ОАО НИПИИ «Ленметрогипротранс».

## 1. Постановка задачи

Поперечное сечение секции (рис. 1) разработано в процессе выполнения дипломного проекта А. В. Пинчука «Проектирование подводного автодорожного тоннеля» в рамках строительства второй кольцевой автодороги (КАД-2) через Неву в районе города Отрадное. Толщина наружных стен секции составляет 1200 мм, внутренних — 800 мм. Постоянство толщины позволяет представить элементы конструкции одномерными стержневыми конечными элементами.

Математическая модель показана на рис. 2. Синей линией на рисунке показан уровень воды в акватории. Мощность грунта засыпки над тоннелем составляет 3,6 м, глубина воды — 12 м. Грунтовый массив представлен плоскими конечными элементами размером от 2 до 0,5 м. Всего в модели 5251 узел и 5367 элементов.

Физико-механические характеристики материала конструкций приняты как для бетона класса В30: объемный вес  $\gamma = 24 \text{ кН/м}^3$ , модуль упругости  $E = 32\,500 \text{ МПа}$ , коэффициент Пуассона  $\nu = 0,2$ .

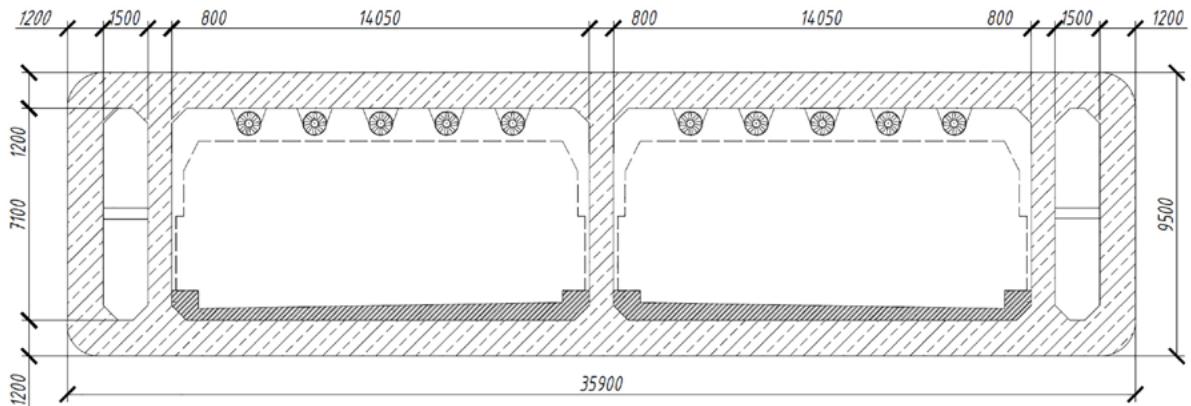


Рис. 1. Поперечное сечение тоннельной секции

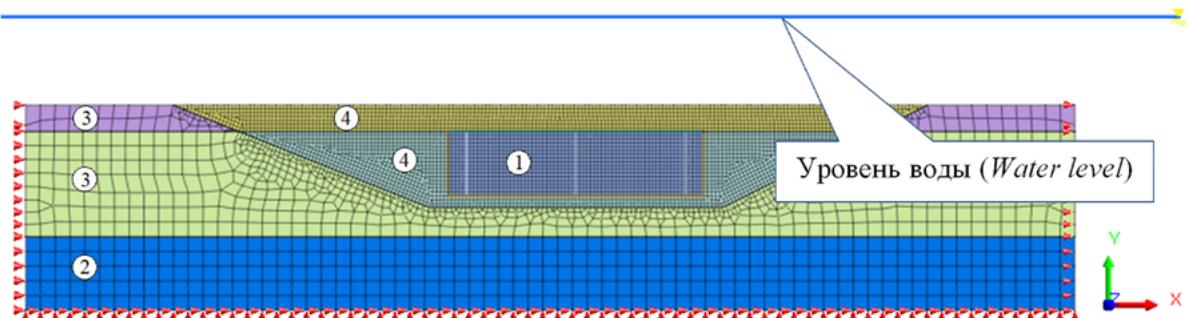


Рис. 2. Математическая модель опускной секции:

1 — элементы заполнения; 2 — котлинские глины; 3 — супесь; 4 — обратная засыпка

Таблица 1. Физико-механические характеристики грунтов

Грунт	Супесь	Котлинские глины	Песок крупный
Объемный вес в сухом/ водонасыщенном состоянии, $\gamma$ , кН/м <sup>3</sup>	20/21	22/22	18/21
Коэффициент пористости, $e$	0,5	—	0,6
Модуль упругости, $E_{50}$ , МПа	12	200	50
Коэффициент Пуассона, $v$	0,31	0,23	0,3
Сцепление, $C$ , кПа	20	300	1
Угол внутреннего трения, $\phi$	30	22	32

Для упрощения модели был рассмотрено три типа грунта: супеси и подстилающие их коренные котлинские глины, а также грунт обратной засыпки — песок крупный. Физико-механические характеристики грунтов были описаны геомеханической моделью Мора — Кулона (табл. 1).

Уровень воды был задан функцией *Water Level*, сообщающей дренирующим грунтам характеристики обводненных грунтов. Помимо этого, функция *Water Level* автоматически вычисляет давление воды на поверхность грунта.

Процесс сооружения подводного тоннеля разбит на три этапа:

1. Создание начального напряженного состояния с обнулением исторических перемещений.
2. Разработка траншеи. На этом этапе деформации также обнуляются из предположения, что на мелком заложении перераспределение напряжений происходит одновременно с извлечением грунта.
3. Установка секции и обратная засыпка.

## 2. Неочевидная проблема с функцией уровня воды

Одна из наиболее частых инженерных ошибок, возникающих при создании математических моделей, связана с тем, что расчетчик «осознает» моделируемые объекты, в то время как компьютерная программа этого не делает. Даже самый совершенный программный комплекс «не понимает» не только концепцию тоннеля как инженерного сооружения, но даже идею пустого пространства внутри конструкции. В нашем случае это выглядит следующим образом.

В то время как расчетчик на этапе сооружения опускной секции воспринимает отсутствие конечных элементов внутри стержневой конструкции как воздушное пространство внутри тоннеля, функция *Water level* сообщает давление воды на каждую открытую поверхность ниже своего уровня, в том числе и на внутреннюю поверхность секции.

В отсутствие открытого доступа к алгоритмам программного комплекса это предположение можно доказать на примере построенной нами модели следующим образом. Рассмотрим две задачи без верхних конечных элементов засыпки и грунта (см. рис. 2, верхние группы элементов «3» и «4»). В первой задаче «пустое пространство» внутри секции закрыто перекрытием (рис. 3), во второй — секция открыта (рис. 4).

Для исключения различного характера деформирования секций в этих задачах в месте сопряжения стен секций с перекрытием были заданы запреты горизонтальных перемещений.

Результаты расчета на рис. 5 и 6 показывают давление на грунт по подошве секции, равное весу столба воды и собственному весу плиты основания — что в одном, что в другом случае (погрешность в 0,4 % обуславливается работой решателя).

Эти расчеты доказывают, что для корректной оценки напряженно-деформированного состоя-

ния секции следует разработать алгоритм моделирования системы «вода — грунтовый массив — опускная секция», в которой внутри секции будет задано атмосферное давление.

## 3. Варианты создания атмосферного давления внутри секции

### 3.1. Задание *s*-материала заполнения

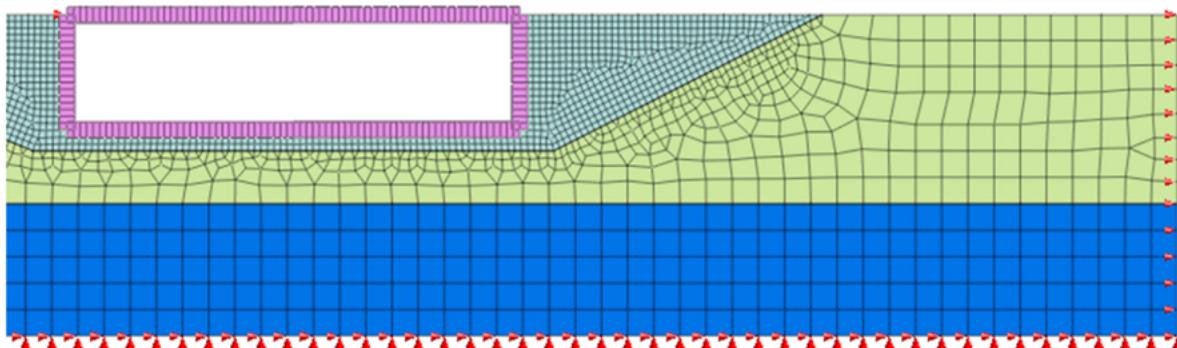
В первом варианте математической модели на этапе сооружения секции заполним ее внутреннее пространство неким искусственным материалом. В дальнейшем будем использовать термин *s*-материал (от английского *strange* — «странный»). Характеристики этого материала примем такими, чтобы они математически фигурировали во всех уравнениях системы, но фактически не оказывали влияние ни на какие параметры напряженно-деформированного состояния. Опишем этот материал линейно-деформируемой моделью и зададим следующие значения его характеристик:

- объемный вес  $\gamma = 0,00001 \text{ кН/м}^3$  (примерно 1 г на  $\text{м}^3$ );
- модуль упругости  $E = 1 \text{ кПа}$  (в 1000 раз меньше, чем у текущих грунтов);
- коэффициент Пуассона  $\nu = 0,2$ .

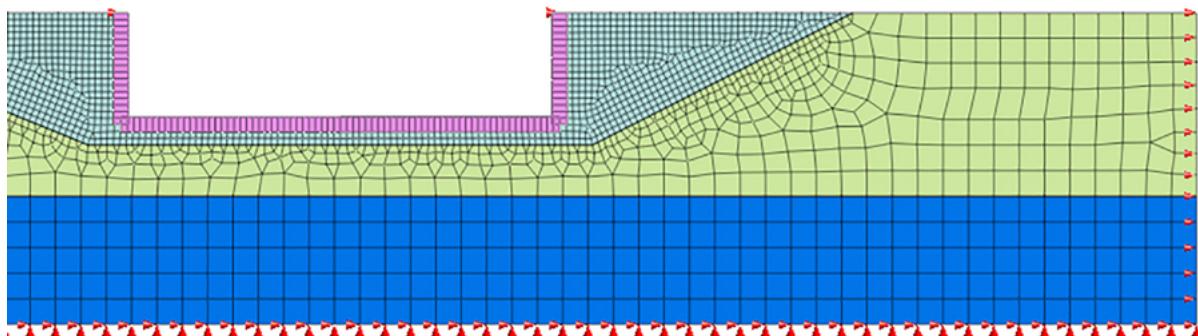
Влияние коэффициента Пуассона на получаемые результаты оказалось минимальным, вследствие чего для корректной работы системы было принято решение устанавливать его в диапазоне 0,2–0,3, избегая как чрезмерно малых, так и чрезмерно больших значений.

Нагрузки от гидростатического давления будем получать автоматически с помощью функции *Water level*.

По результатам выполненного расчета, представленного на рис. 7, установлено, что материал заполнения секции практически не влияет на напряженно-деформированное состояние секции и массива, однако эффективно препятствует про-



**Рис. 3.** Математическая модель опускной секции с плитой перекрытия без верхних конечных элементов засыпки и грунта



**Рис. 4.** Математическая модель опускной секции без плиты перекрытия без верхних конечных элементов засыпки и грунта

никновению гидростатического давления внутрь секции.

Эпюры изгибающих моментов и нормальных сил представлены на рис. 8 и 9. Общий вид эпюров будет одинаковым для всех дальнейших вариантов создания атмосферного давления внутри секции. Количественное сопоставление значений между собой выполнено в табл. 2 в конце статьи.

### 3.2. Задание противодавления

Во втором варианте математической модели создание атмосферного давления внутри секции заключается в приложении «противодавления» на стены секции, которое равняется значению гидростатического давления с обратным знаком и тем самым его уравновешивает.

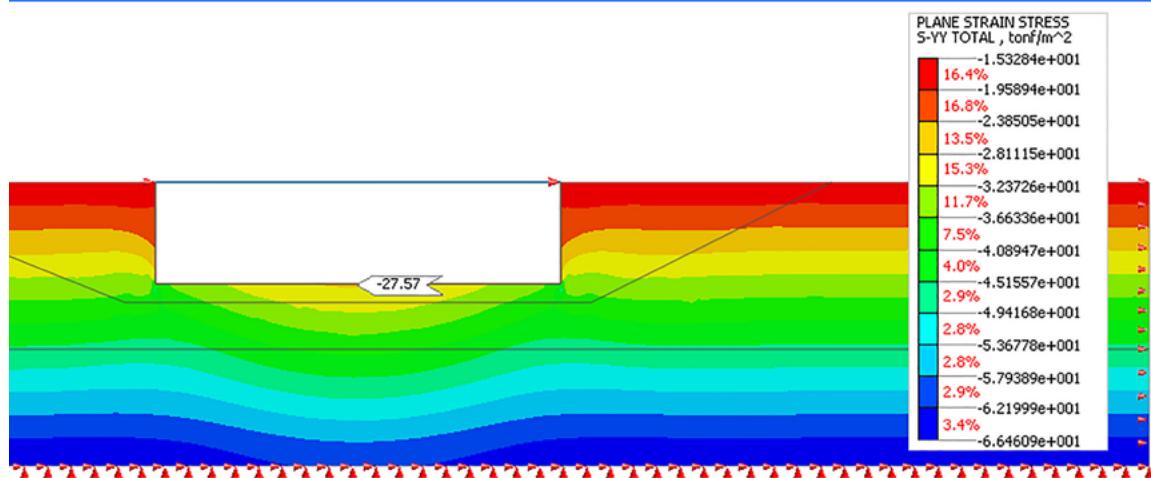


Рис. 5. Изополя вертикальных напряжений в массиве (опускная секции с плитой перекрытия)

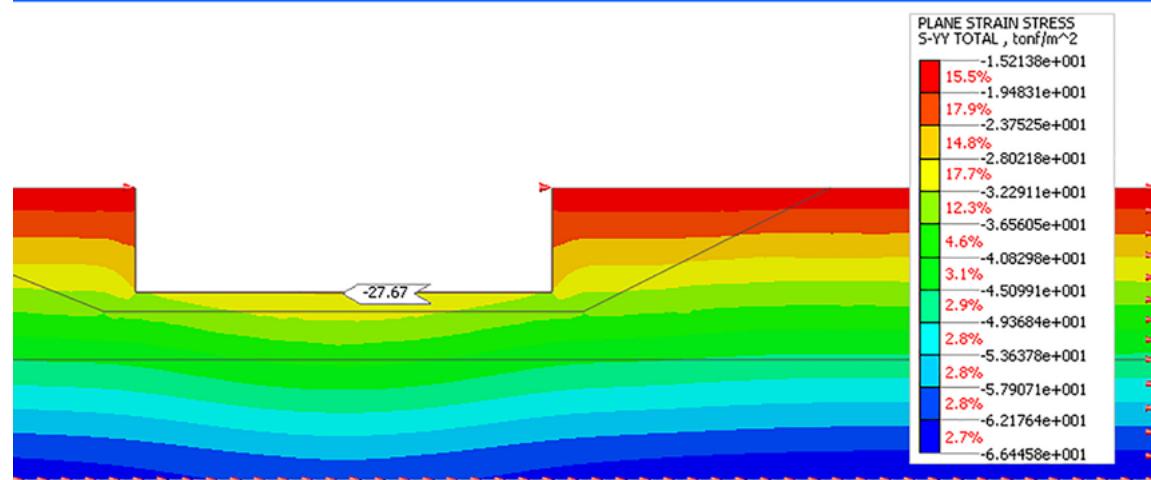


Рис. 6. Изополя вертикальных напряжений в массиве (опускная секции без плиты перекрытия)

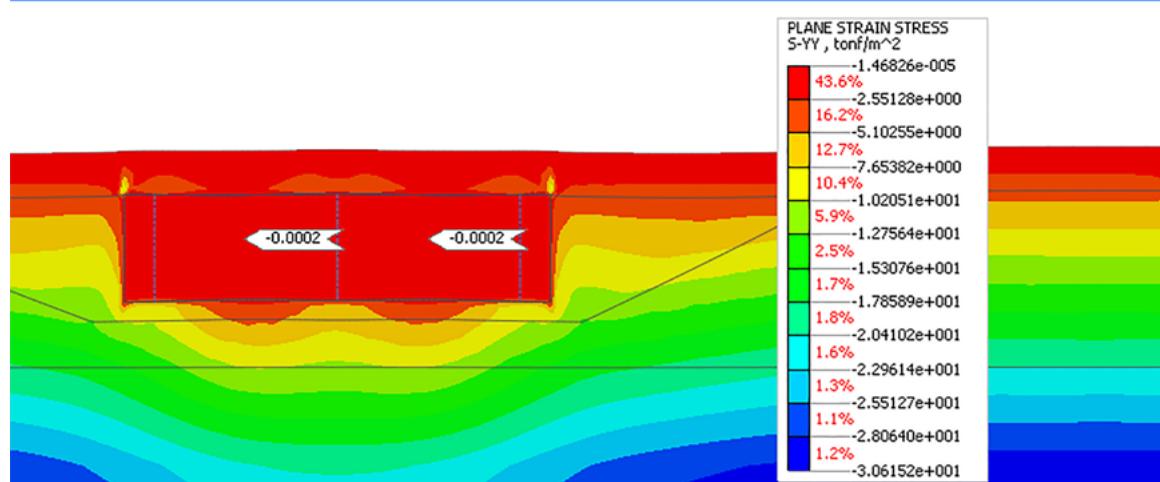


Рис. 7. Изополя вертикальных напряжений в массиве (опускная секции с s-материалом заполнения)

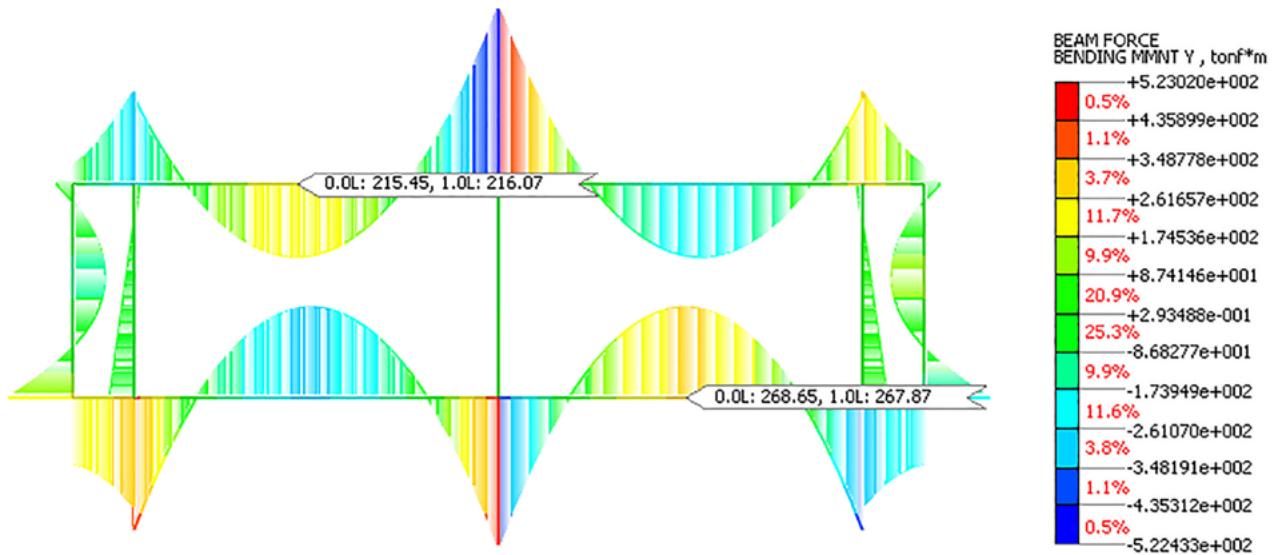


Рис. 8. Эпюра изгибающих моментов в секции по результатам расчета методом конечных элементов

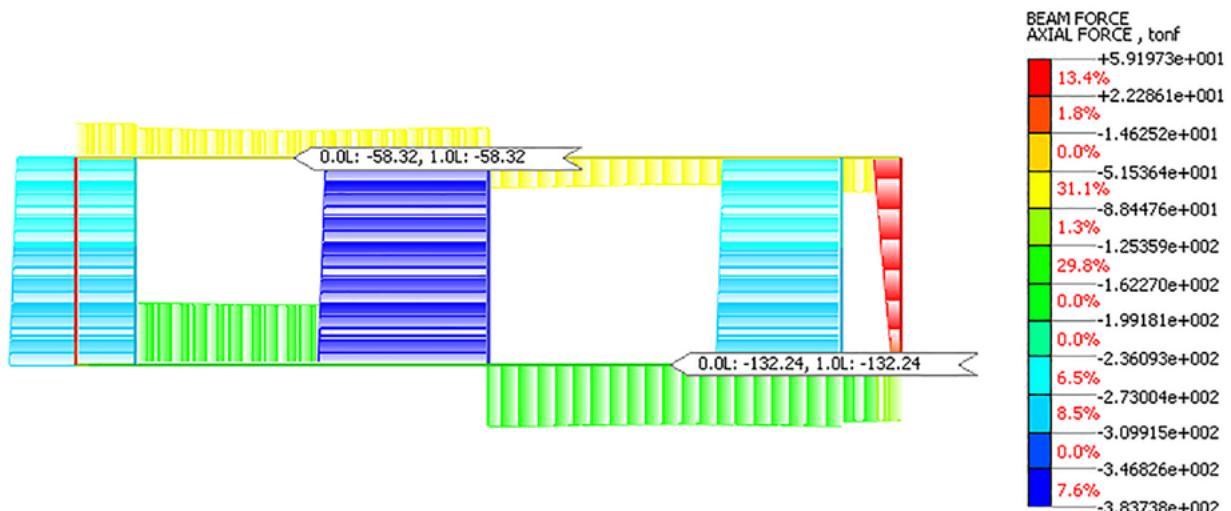


Рис. 9. Эпюра нормальных сил в секции по результатам расчета методом конечных элементов

В *Midas GTS NX* существует возможность указать функцию увеличения давления с глубиной и корректно приложить «противодавление» к конечным элементам внутри секции (рис. 10).

Нагрузки от гидростатического давления, как и в первом варианте, определяются автоматически с помощью функции *Water level*.

Общий вид эпюр изгибающих моментов и нормальных сил соответствует рис. 8 и 9. Количественное сопоставление значений приведено в табл. 2 в конце статьи.

### 3.3. Задание нагрузок в явном виде

В третьем варианте математической модели была выполнена попытка отказаться от функции *Water level* и задать нагрузки от гидростатики в явном виде. Как видно из рис. 11, этот вариант требует активации и деактивации соответствующих нагрузок на каждом из этапов расчета:

- на этапе начального напряженного состояния активируется нагрузка «1»;
- на этапе откопки траншеи активируется нагрузка «2» и деактивируется нагрузка «1»;

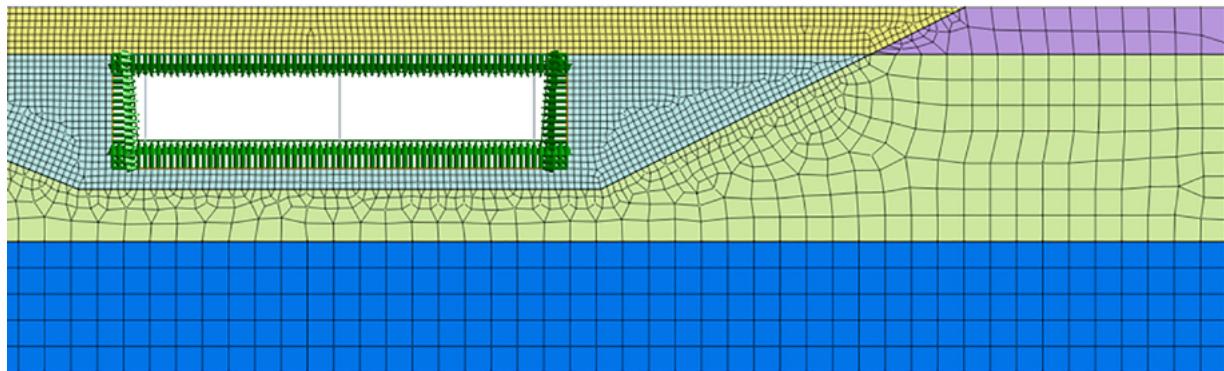


Рис. 10. Приложение «противодавления» к элементам внутри секции

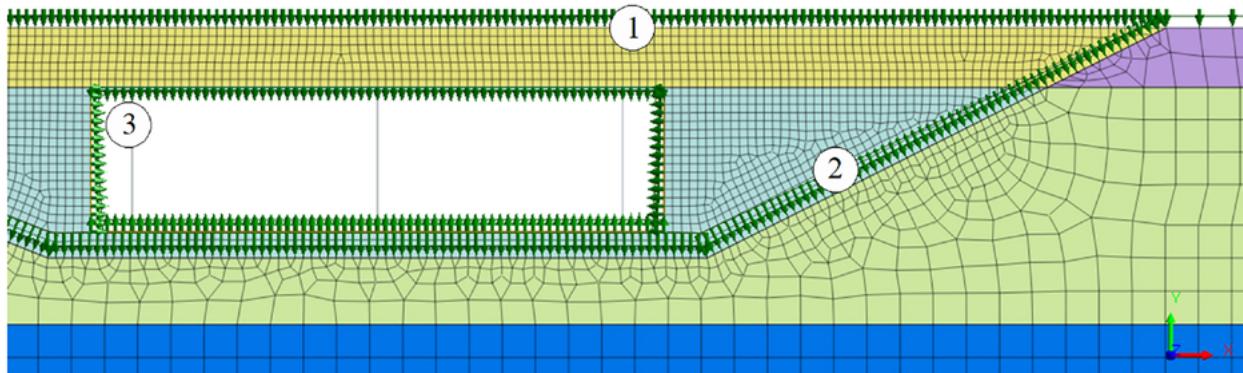


Рис. 11. Приложение нагрузок от гидростатического давления в явном виде:  
1 — нагрузка на этапе начального напряженного состояния; 2 — нагрузка на этапе откопки траншеи; 3 — добавочная нагрузка на секцию

— на этапе сооружения секции активируются нагрузки «1» и «3» и деактивируется нагрузка «2».

При этом нагрузки «2» и «3» должны учитывать изменение давления с глубиной, а нагрузка «3» — учитывать только добавочное значение гидростатического давления к нагрузке «1». Вес обводненного грунта при этом следует задавать во взвешенном состоянии.

В совокупности выполнение большого числа операций значительно усложняет расчет и повышает вероятность допустить ошибку по причине человеческого фактора.

Общий вид эпюор изгибающих моментов и нормальных сил также соответствует рис. 8 и 9.

Количественное сопоставление значений между собой выполнено в табл. 2 в конце статьи.

#### 4. Построение расчетной схемы методом Метрогипротранса

Для наиболее полного сравнительного анализа сопоставим результаты математического моделирования методом конечных элементов со статическим расчетом по методу Метрогипротранса в соответствии с рекомендациями [1]. Построение расчетной схемы выполним в программе РК-6 (учебная версия). В случае симметричной конструкции в программе можно выполнить построение половины расчетной схемы (рис. 12).

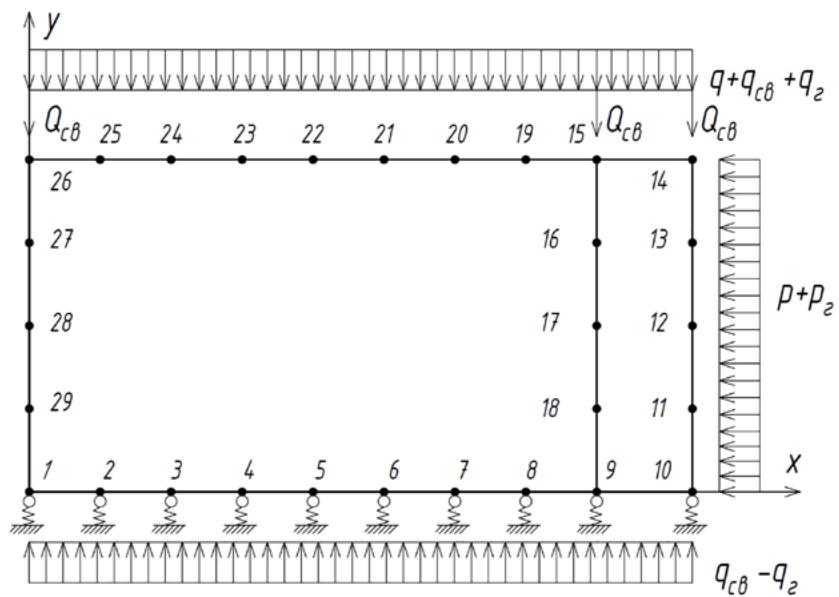


Рис. 12. Расчетная схема по методу Метрогипротранса

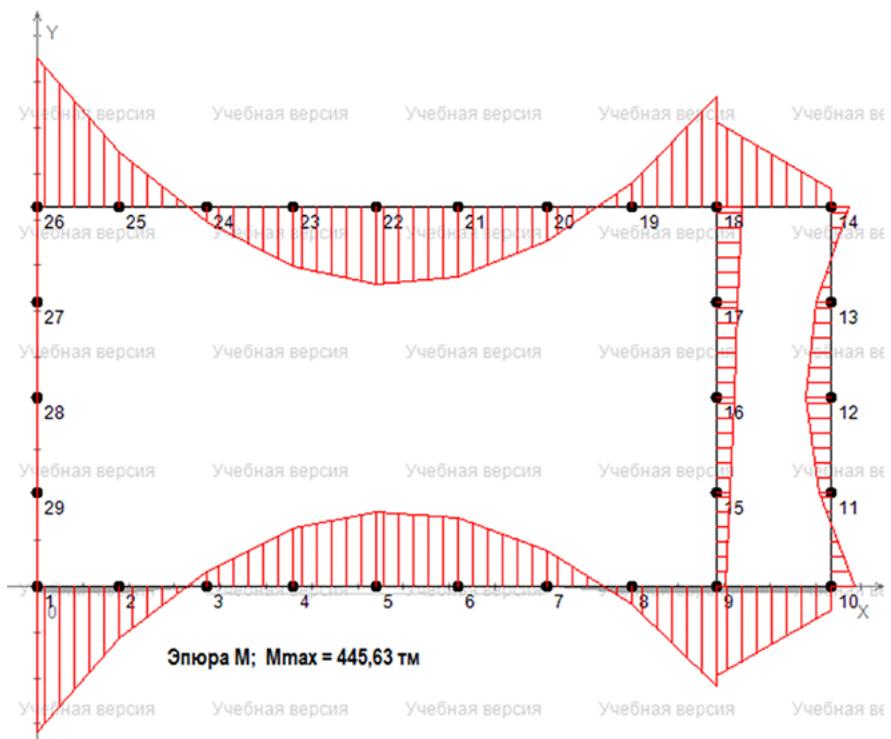


Рис. 13. Эпюра изгибающих моментов в секции по результатам расчета методом Метрогипротранса

Все нагрузки, приложенные к расчетной схеме, задаются в явном виде, а именно:

$q$  — вертикальная распределенная нагрузка от давления грунта,  $\text{т}/\text{м}^2$ ;

$q_{cb}$  — вертикальная распределенная нагрузка от собственного веса конструкции,  $\text{т}/\text{м}^2$ ;

$q_r$  — вертикальная распределенная нагрузка от гидростатического давления,  $\text{т}/\text{м}^2$ ;

$p$  — горизонтальная распределенная нагрузка от давления грунта,  $\text{т}/\text{м}^2$ ;

$p_r$  — горизонтальная распределенная нагрузка от гидростатического давления,  $\text{т}/\text{м}^2$ ;

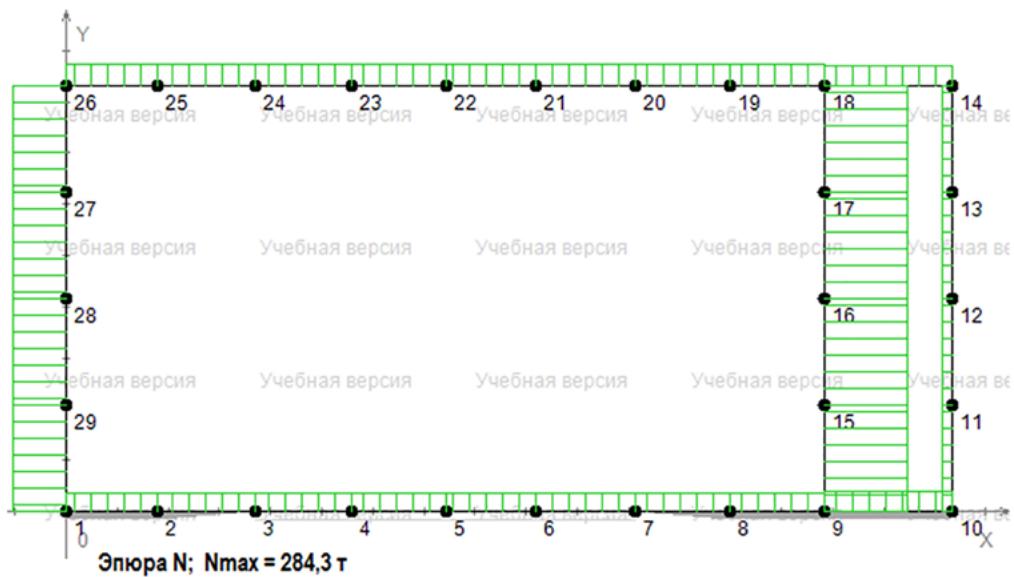


Рис. 14. Эпюра нормальных сил в секции по результатам расчета методом Метрогипротранса

$Q_{cb}$  — сосредоточенная нагрузка от собственного веса внутренних стен, т.

Следует отметить, что горизонтальные распределенные нагрузки принимались средними в пределах высоты секции.

Грунтовое основание секции моделируется упругими опорами (пружинами) с коэффициентом постели, равным  $5000 \text{ т}/\text{м}^3$ . Установлено, что изменение значения коэффициента постели в 0,5–2 раза оказывает влияние на величину внутренних усилий незначительно — в пределах 2 %.

Эпюры изгибающих моментов и нормальных сил показаны на рис. 13 и 14. Их общий вид соответствует эпюрам на рис. 8 и 9. Количественное сопоставление значений между собой выполнено в табл. 2.

## 5. Сравнение математических моделей

Количественное сопоставление значений расчетов между собой приведено в табл. 2. В качестве критериев сравнения были выбраны изгибающие моменты и нормальные силы в наиболее ответственных элементах секции — в перекрытии и в лотковой плите.

По причине отсутствия результатаов натурных экспериментов или физического моделирования

сравнение вариантов математических моделей проводилось относительно результатов расчета по методу Метрогипротранса как наиболее распространенного и обоснованного в инженерной среде.

Усилия в плите перекрытия оказались сопоставимыми, но несколько меньшими в расчетах по методу конечных элементов по сравнению с расчетом по методу Метрогипротранса. Разница по изгибающему моменту составляет менее 10 %, а по нормальной силе — около 20–30 %. Это может объясняться тем, что нагрузка от горизонтального давления грунта и гидростатики в РК-6 была задана большей, чем она есть на уровне перекрытия (среднее значение вместо минимального). Наибольшее отличие от результатов расчета по методу Метрогипротранса наблюдается в третьем варианте математической модели.

Напротив, усилия в лотковой плите оказались больше по методу конечных элементов по сравнению с методом Метрогипротранса. Разница по изгибающему моменту в первых двух вариантах составляет около 20 %, а по нормальной силе — 100–110 %. В третьем варианте разница еще более значительная — почти 50 и 230 % по моменту и нормальной силе соответственно.

Таблица 2. Сопоставление значений расчетов

PK-6		Midas GTS NX					
		Вариант 1	%	Вариант 2	%	Вариант 3	%
Перекрытие секции							
$M$ , тм	232,95	216,07	-7	216,67	-7	240,07	3
$N$ , т	72,01	58,32	-19	55,51	-23	50,51	-30
Лотковая плита секции							
$M$ , тм	226,59	268,65	19	274,18	21	337,26	49
$N$ , т	64,94	132,24	104	137,33	111	212,28	227

Причина различий в результатах расчета по разным методам заключается в том, что метод конечных элементов более точно учитывает пластическую работу грунта основания и подстилающих слоев, а также более корректно определяет давление призм сползания грунта засыпки по сравнению с ручным расчетом заданных нагрузок в методе Метрогипротранса.

При сравнении вариантов математического моделирования методом конечных элементов установлено, что наиболее сопоставимыми являются первый и второй варианты — с  $s$ -элементами заполнения и с приложением «противодавления» соответственно. Эти варианты, помимо удовлетворительной сходимости с расчетом по методу Метрогипротранса, также отличаются относительной простотой моделирования

## Выводы

В процессе математического моделирования могут проявляться неочевидные математические эффекты, например, гидростатическое давление изнутри секции. По результатам исследования предложены варианты устранения данного эффекта. С инженерной точки зрения все они представляют собой «математические костыли» — искусственно вводимые параметры,

позволяющие корректно моделировать реальные объекты.

После сопоставления трех вариантов «математических костылей» выбраны два наиболее эффективных с точки зрения моделирования, обеспечивающих наилучшую сходимость с методом Метрогипротранса:

- задание  $s$ -элементов заполнения внутреннего пространства секции;
- приложение «противодавления», уравновешивающего гидростатическое давление внутри секции.

Математическое моделирование подводных тоннелей, сооружаемых способом опускных секций, методом конечных элементов с учетом этапов производства работ позволяет учитывать дополнительные силовые эффекты воздействия грунтового основания и призм сползания обратной засыпки по сравнению с традиционным методом Метрогипротранса.

К неоспоримым преимуществам метода конечных элементов относятся:

- автоматическое определение давления воды;
- учет порового давления грунта.

Учет этих факторов требует усиления лотковой плиты конструкции, что не отражается в расчетах по методу Метрогипротранса.

## Список источников

1. Маковский Л. В. Подводные транспортные тоннели из опускных секций / Л. В. Маковский, В. В. Кравченко. — Москва: Кнорус, 2020. — 144 с.
2. Сокорнов А. А. Расчет обделки на заданные нагрузки методом конечных элементов и методом Метропротранса / А. А. Сокорнов, А. Н. Коньков // Путевой навигатор. — 2023. — № 56(82). — С. 42–51.
3. Shaposhnikov E. A. Sediments of an underwater tunnel constructed by the immersed sections method / E. A. Shaposhnikov, I. V. Melnik // E3S web of conferences. — 2024. — Vol. 549. — DOI: 10.1051/e3sconf/202454903030.
4. Li Y. Seismic performance study of immersed tunnel with longitudinal limit device of flexible joint / Y. Li, J. Lai, Y. Yang, J. Zhou et al. // Underground Space. — 2025. — Vol. 20. — Pp. 17–32. — DOI: 10.1016/j.undsp.2024.04.007.
5. Hao D. Experimental study on the mechanical response model of the vertical shear key under typical deformation of segmental joints of the in-service immersed tunnel / D. Hao, G. Hongyan, Ch. Liang, X. Jiang et al. // Tunnelling and Underground Space Technology. — 2025. — Vol. 157. — DOI: 10.1016/j.tust.2024.106337.
6. Su Ch. Mechanical behavior of immersed tunnel under the influence of differential settlements: A case study of GZ tunnel / Ch. Su, A. Che, Z. Xu, Zh. Han et al. // Tunnelling and Underground Space Technology. — 2024. — Vol. 151. — DOI: 10.1016/j.tust.2024.105873.
7. Hart C. M. P. 't The influence of spatial variation on the design of foundations of immersed tunnels: Advanced probabilistic analysis / C. M. P. 't Hart, O. Morales-Nápoles, B. Jonkman // Tunnelling and Underground Space Technology. — 2024. — Vol. 147. — DOI: 10.1016/j.tust.2024.105624.
8. Li J. Experimental study on joint behaviour of immersed tunnel subjected to differential settlement / J. Li, P. Ni, Zh. Lu // Tunnelling and Underground Space Technology. — 2025. — Vol. 156. — DOI: 10.1016/j.tust.2024.106261.
9. Tang C. Enhanced elastic beam model with BADS integrated for settlement assessment of immersed tunnels / C. Tang, S.-Y. He, Z. Guan, W.-H. Zhou et al. // Underground Space. — 2023. — Vol. 12. — Pp. 79–88. — DOI: 10.1016/j.undsp.2023.02.005.
10. He S.-Y. Settlement-based triple factor framework for long-term safety assessment of immersed tunnel / S.-Y. He, C. Tang, M. Pan, W.-H. Zhou // Tunnelling and Underground Space Technology. — 2025. — Vol. 162. — DOI: 10.1016/j.tust.2025.106597.
11. Bai X. An integrated model for seabed liquefaction analysis around an immersed tunnel with a backfilled trench under wave-current hydrodynamics / X. Bai, H. Luo, Q. Wang, K. Zhao et al. // Ocean Engineering. — 2025. — Vol. 331. — DOI: 10.1016/j.oceaneng.2025.121335.
12. Zhou Y. Numerical study on hydrodynamic analysis and resonant behavior of the immersed tunnel suspended by barge / Y. Zhou, L. Chen, Z. Sun, P. Zhang // Ocean Engineering. — 2025. — Vol. 332. — DOI: 10.1016/j.oceaneng.2025.121362.
13. Wang B. Seismic response analysis of the three-dimensional model of immersed tunnel considering offshore site factors / B. Wang, S. Hu, W. Hu, G. Song et al. // Structures. — 2025. — Vol. 75. — DOI: 10.1016/j.istruc.2025.108589.
14. Hu Z.-n. Mechanical and Failure Characteristics of Shear Keys on Immersed Tunnel Segment Joints under Differential Settlements / Hu Z.-n., Xie Y.-l. // Procedia Engineering. — 2016. — Vol. 166. — Pp. 373–378. — DOI: 10.1016/j.proeng.2016.11.564.
15. Wu M. Risk Assessment of Operation Period Structural Stability for Long and Large Immersed Tube Tunnel / M. Wu, Q. Zhang, S. Wu // Procedia Engineering. — 2016. — Vol. 166. — Pp. 266–278. — DOI: 10.1016/j.proeng.2016.11.549.

Дата поступления: 06.07.2025

Решение о публикации: 03.09.2025

## Контактная информация:

СОКОРНОВ Антон Александрович —

ст. преподаватель; scarlunch@mail.ru

МЕЛЬНИК Яна Владленовна — канд. техн. наук, доц.;

melnik-yana@yandex.ru

ЛЕДЯЕВ Александр Петрович — д-р техн. наук, проф.; ledyaev@pgupstm.ru

ПИНЧУК Александр Владимирович — студент;

alexandrepinchuk@yandex.ru

## Mathematical Modelling of the “Water — Ground Mass — Immersed Section” System

**A. A. Sokornov, I. V. Melnik, A. P. Ledyayev, A. V. Pinchuk**

Emperor Alexander I Petersburg State Transport University, 9, Moskovsky pr, Saint Petersburg, 190031, Russian Federation

**For citation:** Sokornov A. A., Melnik I. V., Ledyayev A. P., Pinchuk A. V. Mathematical Modelling of the “Water — Ground Mass — Immersed Section” System // *Proceedings of Petersburg State Transport University*, 2025, vol. 22, iss. 4, pp. 999–1012. (In Russian) DOI: 10.20295/1815-588X-2025-4-999-1012

### Summary

**Purpose:** To formulate recommendations for constructing a mathematical model using the finite element method for determining the stress-strain state of immersed sections within the “water — ground mass — immersed section” system. **Methods:** The finite element method and the Metrogiprotrans technique were used. **Results:** When comparing the Metrogiprotrans technique with the finite element method for modelling the immersed tunnel sections that consider construction stages, additional force impacts from the soil foundation and the effects of sliding backfill prisms have been identified. During the mathematical modelling of the “water — ground mass — immersed section” system, an unexpected mathematical phenomenon related to hydrostatic pressure exerted from within the section has been discovered. Three potential solutions have been put forward to mitigate this effect: the introduction of a specified filling material for the sections, the application of internal “back pressure” within the section, and the substitution of the “*Water Level*” function with a consistent distribution of loads at each simulation stage. Following the comparative analysis of the options, the most effective solution, from a modelling perspective, that aligned with the Metrogiprotrans method, has been chosen. **Practical significance:** The study’s outcomes can be applied during the design phase of structures to effectively model the “water — ground mass — immersed section” system using the finite element method.

**Keywords:** Underwater tunnel, immersed sections, mathematical modelling, finite element method (FEM), Metrogiprotrans method, HRM.

### References

1. Makovskiy L. V., Kravchenko V. V. *Podvodnye transportnye tonneli iz opusknnykh sektsiy* [Underwater transport tunnels from lowering sections]. Moscow: Knorus Publ., 2020, 144 p. (In Russian)
2. Sokornov A. A., Kon’kov A. N. *Raschet obdelki na zadannye nagruzki metodom konechnykh elementov i metodom Metrogiprotransa* [Calculation of lining for specified loads by the finite element method and the Metrogiprotrans method]. *Putevoy navigator* [Route navigator]. 2023, Iss. 56(82), pp. 42–51. (In Russian)
3. Shaposhnikov E. A., Melnik I. V. *Sediments of an underwater tunnel constructed by the immersed sections* method. E3S web of conferences, 2024, vol. 549. DOI: 10.1051/e3sconf/202454903030.
4. Li Y., Lai J., Yang Y., Zhou J. et al. Seismic performance study of immersed tunnel with longitudinal limit device of flexible joint. *Underground Space*, 2025, vol. 20, pp. 17–32. DOI: 10.1016/j.undsp.2024.04.007.
5. Hao D., Hongyan G., Liang Ch., Jiang X. et al. Experimental study on the mechanical response model of the vertical shear key under typical deformation of segmental joints of the in-service immersed tunnel. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2025, vol. 157. DOI: 10.1016/j.tust.2024.106337.

6. Su Ch., Che A., Xu Z., Han Zh. et al. Mechanical behavior of immersed tunnel under the influence of differential settlements: A case study of GZ tunnel. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2024, vol. 151. DOI: 10.1016/j.tust.2024.105873.

7. Hart C. M. P. 't, Morales-Nápoles O., Jonkman B. The influence of spatial variation on the design of foundations of immersed tunnels: Advanced probabilistic analysis. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2024, vol. 147. DOI: 10.1016/j.tust.2024.105624.

8. Li J., Ni P., Lu Zh. Experimental study on joint behaviour of immersed tunnel subjected to differential settlement. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2025, vol. 156. DOI: 10.1016/j.tust.2024.106261.

9. Tang C., He S.-Y., Guan Z., Zhou W.-H. et al. Enhanced elastic beam model with BADS integrated for settlement assessment of immersed tunnels. *Underground Space*, 2023, vol. 12, pp. 79–88. DOI: 10.1016/j.undsp.2023.02.005.

10. He S.-Y., Tang C., Pan M., Zhou W.-H. Settlement-based triple factor framework for long-term safety assessment of immersed tunnel. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2025, vol. 162. DOI: 10.1016/j.tust.2025.106597.

11. Bai X., Luo H., Wang Q., Zhao K. et al. An integrated model for seabed liquefaction analysis around an immersed tunnel with a backfilled trench under wave-current hydrodynamics. *Ocean Engineering*, 2025, vol. 331. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2025.121335.

12. Zhou Y., Chen L., Sun Z., Zhang P. Numerical study on hydrodynamic analysis and resonant behavior of the immersed tunnel suspended by barge. *Ocean Engineering*, 2025, vol. 332. DOI: 10.1016/j.oceaneng.2025.121362.

13. Wang B., Hu S., Hu W., Song G. et al. Seismic response analysis of the three-dimensional model of immersed tunnel considering offshore site factors. *Structures*, 2025, vol. 75. DOI: 10.1016/j.istruc.2025.108589

14. Hu Z.-n., Xie Y.-l. Mechanical and Failure Characteristics of Shear Keys on Immersed Tunnel Segment Joints under Differential Settlements. *Procedia Engineering*, 2016, vol. 166, pp. 373–378. DOI: 10.1016/j.proeng.2016.11.564.

15. Wu M., Zhang Q., Wu S. Risk Assessment of Operation Period Structural Stability for Long and Large Immersed Tube Tunnel. *Procedia Engineering*, 2016, vol. 166, pp. 266–278. DOI: 10.1016/j.proeng.2016.11.549.

Received: July 06, 2025

Accepted: September 03, 2025

#### Author's information:

Anton A. SOKORNOV — Senior Lecturer;  
scarlunch@mail.ru

Iana V. MELNIK — PhD in Engineering, Associate Professor; melnik-yana@yandex.ru

Alexandr P. LEDYAEV — Dr. Sci. in Engineering, Professor; ledyaev@pgupstm.ru

Alexandr V. PINCHUK — Undergraduate;  
alexandrepinchuk@yandex.ru