

УДК 629.4.023

К вопросу о законе распределения динамической силы воздействия колеса на рельс

А. В. Романов, А. А. Киселев

Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Российская Федерация, 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., 9

Для цитирования: Романов А. В., Киселев А. А. К вопросу о законе распределения динамической силы воздействия колеса на рельс // Известия Петербургского университета путей сообщения. — СПб.: ПГУПС, 2025. — Т. 22. — Вып. 4. — С. 926–937. DOI: 10.20295/1815-588X-2025-4-926-937

Аннотация

Цель: Исследование направлено на определение закона распределения вертикальной динамической силы воздействия колеса на рельс для повышения точности расчетов надежности железнодорожного пути. **Методы:** Использован метод кусочно-непрерывной регистрации сил (метод ПГУПС) с анализом данных 9400 колесных пар. Применены статистические методы (критерии Шапиро — Уилка, Колмогорова — Смирнова, AIC) для оценки соответствия экспериментальных данных нормальному и альтернативным распределениям (логнормальному, гамма, Вейбулла). **Результаты:** Установлено, что нормальное распределение не описывает «тяжелые хвосты» экспериментальных данных. Наилучшее соответствие показало гамма-распределение. Для сложных случаев предложены смешанные распределения (например, нормальное + гамма), улучшающие точность моделирования. **Практическая значимость:** Результаты позволяют усовершенствовать методики расчета пути по предельным состояниям, учитывая реальное распределение динамических нагрузок.

Ключевые слова: Вертикальная динамическая сила, распределение сил, железнодорожный путь, гамма-распределение, смешанные распределения, ударное воздействие, статистический анализ, методы измерений.

Введение

Снижение деформативности балластного слоя и грунтов земляного полотна является наиболее актуальной задачей путевого хозяйства железных дорог Российской Федерации. В актуализированной редакции СП 119.13330.2024 «Железные дороги колеи 1520 мм» особое внимание уделяется обеспечению требуемой деформативности грунтов земляного полотна. Так, нормами предусматривается устройство подбалластных защитных слоев для всех категорий железнодорожных линий с целью достижения на поверхности основной площадки земляного полотна требуемого штампового модуля деформации E_{v2} .

В соответствии с утверждениями ученых в области взаимодействия железнодорожного пути и подвижного состава, в том числе А. Я. Когана [1], задачи расчетов железнодорожного пути по первому предельному состоянию могут решаться в детерминистической постановке. Для оценки накопления остаточных деформаций по второму предельному состоянию расчеты должны выполняться только в вероятностной постановке. Деформативные характеристики грунтов снижаются под действием как вибрации, так и повышенного динамического воздействия на грунты, определение которых и выполняется по теории вероятности.

В Правилах расчетов пути на прочность, основные положения которых разработаны в 1954 г. [2], принято, что все многообразие действующих на железнодорожный путь переменных силовых факторов при движении по нему подвижного состава описывается нормальным законом распределения случайной величины (кривой Гаусса). В соответствии с Правилами вертикальная динамическая сила складывается из следующих составляющих:

- статической нагрузки от колеса на рельс;
- сил инерции, возникающих из-за колебаний кузова на рессорах;
- сил инерции, возникающих из-за наличия на колесах подвижного состава непрерывных и изолированных неровностей;
- сил инерции, возникающих при преодолении колесом неровностей на пути.

Плотность вероятности нормального распределения определяется по известной формуле:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

где σ — стандартное отклонение случайной величины, в рассматриваемом случае — вертикальной динамической силы, кН;

μ — среднее значение вертикальной динамической силы, кН.

Возможность использования закона Гаусса обеспечивается наличием практически независимых случайных величин, особенно если среди них нет одной или двух доминирующих величин, которые не подчиняются закону Гаусса [3]. Так, например, колебания кузова на рессорах, колебания центра масс колеса, имеющего непрерывную неровность, колебания центра масс колеса, движущегося по неровности на пути длиной больше длины окружности колеса, имеют гармонический характер. Доминирующими величинами при определении распределения вертикальной силы являются силы, которые возникают из-за корот-

ких изолированных неровностей на колесе и на рельсе. Такие силы имеют высокочастотное ударное воздействие.

Определение ударной силы

Точное определение ударной силы воздействия колес на рельсы во время разработки первых правил расчетов железнодорожного пути было весьма затруднительно. Первые экспериментальные измерения вертикальных динамических сил выполнялись методом Шлюмпфа [4], который заключается в определении разности моментов в двух точках поперечного сечения рельса. Величину ударной силы при наличии изолированных неровностей на колесе в данном методе измерить практически невозможно, так как измерительная зона расположена в одной точке, и вероятность того, что удар ползуна произойдет именно в месте измерительной зоны, мала.

В работе Н. Н. Кудрявцева [5] была исследована сила удара, действующая на шейку рельса, на путях различных конструкций. Была получена зависимость силы удара от скорости движения.

До февраля 2023 г. действовал ГОСТ Р 55050 «Железнодорожный подвижной состав. Нормы допустимого воздействия на железнодорожный путь и методы испытаний», область применения которого распространялась на выявление дефектов на поверхности катания колес. Максимальное значение вертикальной силы установлено 450 кН, при регистрации которой вагон подлежал бы обязательной отцепке. Как уже было отмечено ранее, данный метод регистрировал воздействие от подвижного состава в одиночном сечении пути, и в случае, если ударное воздействие не реализовывалось непосредственно над оборудованным сечением пути, оно не регистрировалось.

С целью исключения данного недостатка кафедрой «Вагоны и вагонное хозяйство» ФГБОУ ВО ПГУПС был предложен метод двух сечений (метод ПГУПС) [6–11], который предполагает

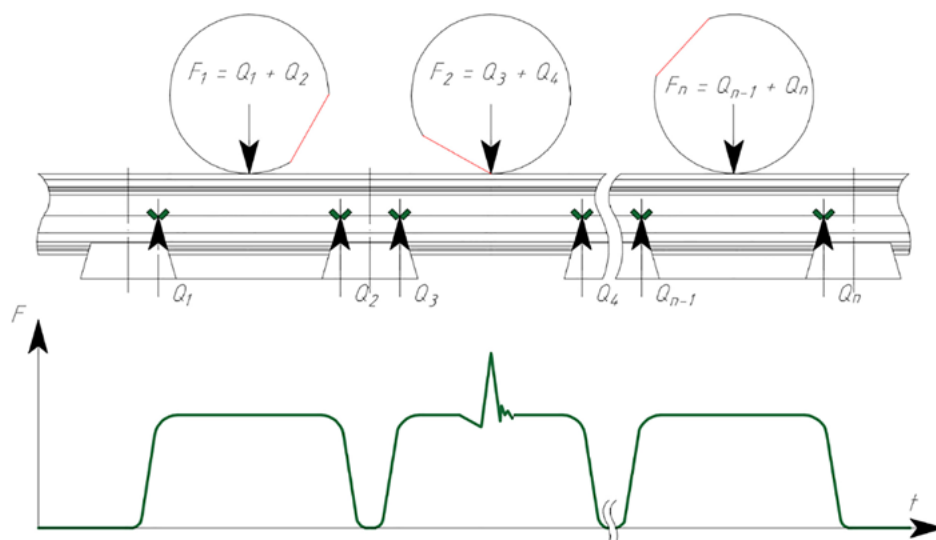


Рис. 1. Схема измерительного участка пути с реализацией метода кусочно-непрерывной регистрации вертикальных сил по измерению касательных напряжений в двух сечениях рельса:

a — схема расположения датчиков; *б* — записи возникающих сил;

F_1 – F_4 — восстанавливаемые вертикальные усилия; Q_1 – Q_4 — поперечные усилия на рельсе

кусочно-непрерывную регистрацию вертикальных сил на протяжении измерительного участка длиной примерно 200 мм, как показано на рис. 1.

В 2023 г. специалистами ПГУПС была выполнена серия экспериментов по определению повышенного вертикального динамического воздействия с использованием метода двух сечений на подходах к порту Усть-Луга, где обращаются поезда повышенной массы и длины. Под повышенным динамическим воздействием будем понимать вертикальное воздействие колес, имеющих неровности на поверхности катания, которое явно отличается от среднего значения вертикаль-

ной силы. Было оборудовано 15 измерительных сечений на длине 10 м. Всего в период измерений было проанализировано состояние 9400 колесных пар.

По результатам измерений были выборочно проверены колеса поезда, прошедшего измерительные сечения. Это позволило построить график зависимости ударной силы колеса по рельсу, имеющего ползун глубиной 1 мм, от скорости движения. Анализ зависимости, представленной на рис. 2, показывает, что форма зависимости близка к полученной Н. Н. Кудрявцевым [5], однако значения ударной силы значительно выше.

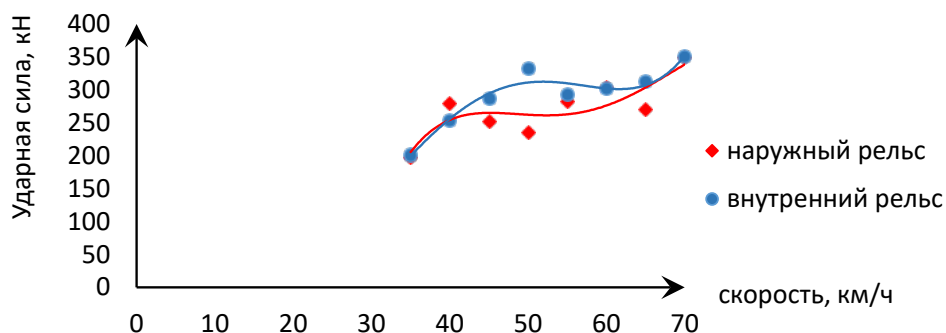


Рис. 2. Зависимость ударной силы колеса по рельсу от скорости движения

Определение закона распределения случайной величины — вертикальной динамической силы воздействия от колеса на рельс

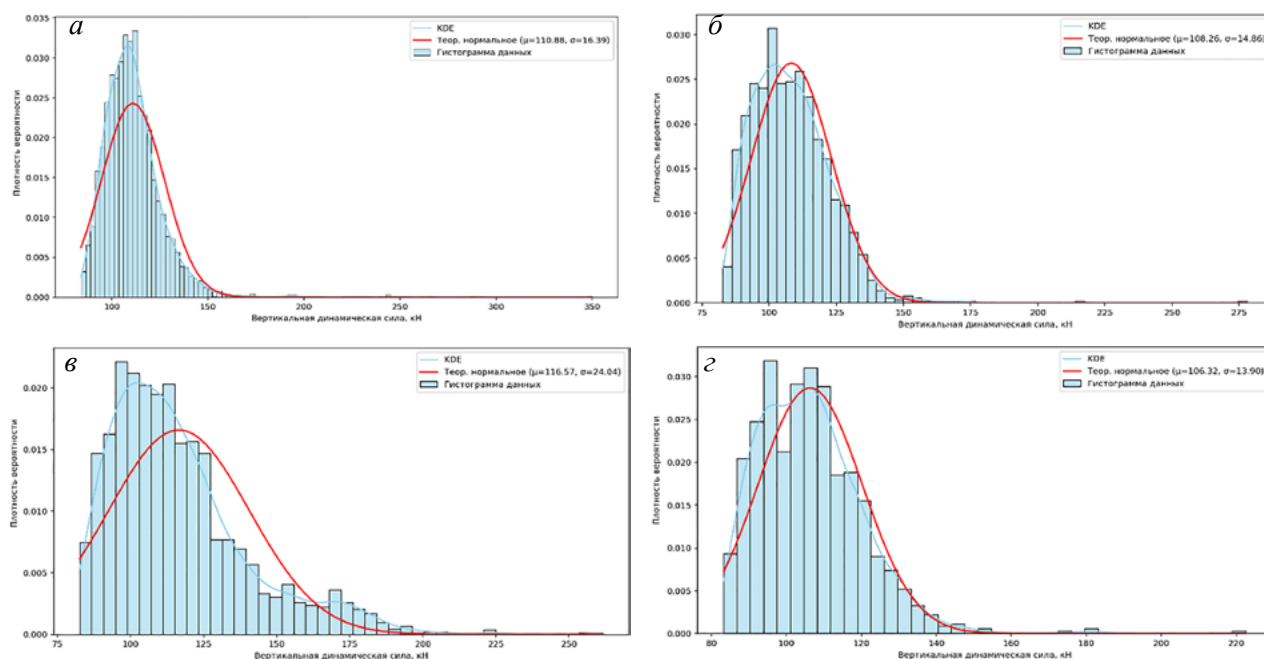
Для оценки повышенного динамического воздействия были проанализированы вертикальные динамические силы воздействия от всех осей в 33 поездах по наружной и внутренней нити (всего 66 случаев). Результаты были ранжированы для каждого поезда отдельно и отдельно по наружной и внутренней нити (то есть всего 66 выборок). На рис. 3 представлена аппроксимация некоторых экспериментальных измерений вертикальных сил нормальным законом распределения.

Для оценки нормальности распределения использованы методы Шапиро — Уилка и Колмогорова — Смирнова. Напомним, что такая оценка ведется по величине уровня значимости p -value. В случае если p -value $\geq 0,05$, то нет оснований

отвергать принятую гипотезу о законе распределения на уровне значимости 5 %. Если же p -value $< 0,05$, то гипотеза отвергается.

Результаты проверки данных экспериментальных измерений показывают, что для всех поездов тест Шапиро — Уилка отвергает гипотезу о нормальности распределения (p -value близко к нулю), а тест Колмогорова — Смирнова только в двух случаях не отвергает принятую гипотезу (значения p -value составили 0,065 и 0,078).

Для визуальной оценки нормальности распределения используют график «квантиль-квантиль». Такие графики представлены на рис. 4, где синими точками изображены квантили экспериментальных данных, красной линией — квантили нормального распределения. Анализ показывает, что имеются значительные расхождения экспериментальных данных от нормального распределения в начале и в конце графиков.



Условные обозначения: KDE — ядерная оценка плотности вероятности; μ — среднее значение вертикальной силы, кН; σ — среднее квадратическое отклонение, кН

Рис. 3. Гистограмма распределения вертикальных сил от колес одного поезда и аппроксимация нормальным законом распределения:
а — скорость 69 км/ч; б — скорость 55 км/ч; в — скорость 62 км/ч; г — скорость 57 км/ч.

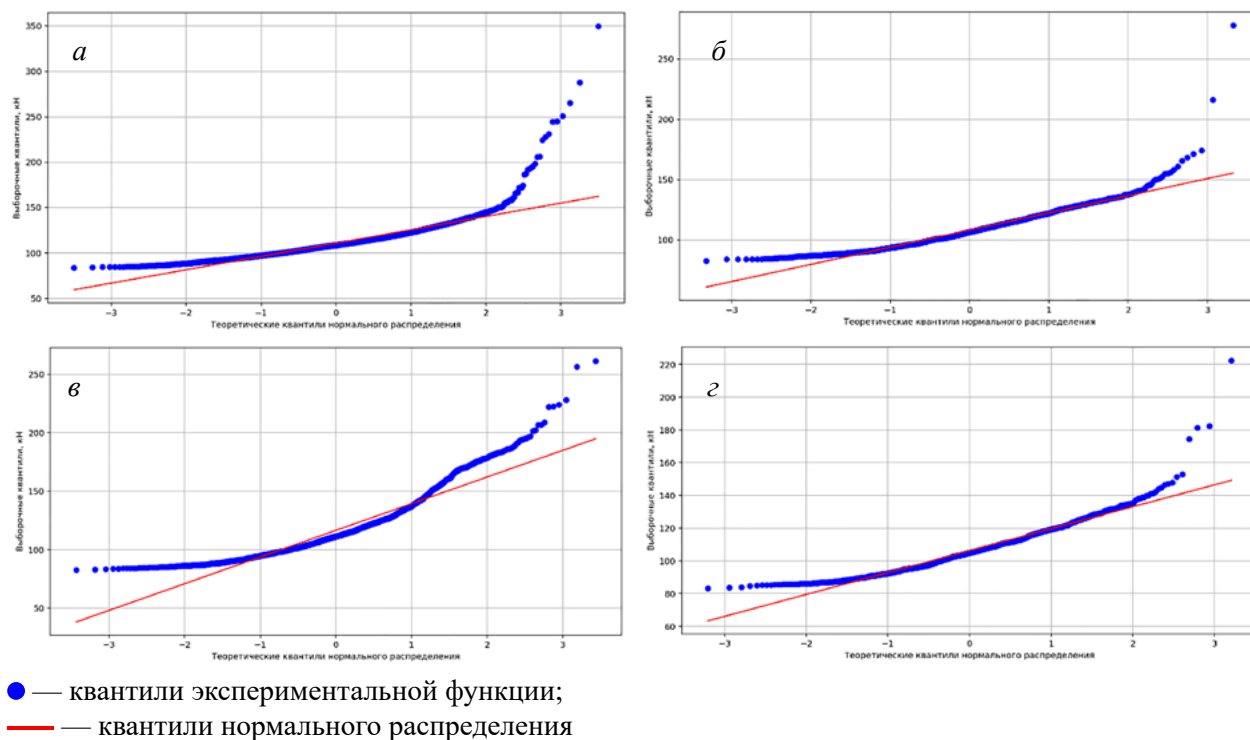


Рис. 4. График «квантиль-квантиль» для экспериментальной функции и нормального распределения:

a — скорость 69 км/ч; *б* — скорость 55 км/ч; *в* — скорость 62 км/ч; *з* — скорость 57 км/ч

Таким образом, можно сделать вывод о том, что закон распределения вертикальных сил не может быть отнесен к нормальному. Все распределения имеют «тяжелые хвосты» с коэффициентом асимметрии от 0,25 до 4,08. Из 66 проанализированных выборок только 9 имеют вершину, близкую к нормальному распределению (коэффициент эксцесса от -0,5 до +0,5). Все остальные случаи имеют острую вершину с коэффициентом эксцесса больше +1.

Выбор наилучшего закона распределения случайной величины — вертикальной динамической силы воздействия от колеса на рельс

Так как ранее был сделан вывод о том, что закон распределения случайной величины не может быть принят нормальным, то необходимо подобрать такое распределение, которое наилучшим образом будет описывать полученные экспериментальные данные вертикальных сил от

колес, в составе которых имеются случаи повышенного динамического воздействия. Нами проанализированы следующие гипотезы о законе распределения случайных величин:

— логнормальное распределение, плотность вероятности которого рассчитывается по формуле:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x)-\mu}{\sigma}\right)^2};$$

— гамма-распределение, плотность вероятности которого рассчитывается по формуле:

$$f(x) = \frac{\alpha^\beta x^{\beta-1}}{\Gamma(\beta)} e^{-\alpha x};$$

где α — коэффициент формы;

β — коэффициент масштаба;

$\Gamma(\beta)$ — гамма-функция Эйлера, которая имеет вид:

$$\Gamma(\beta) = \int_0^{+\infty} x^{\beta-1} e^{-x} dx;$$

– распределение χ -квадрат, плотность вероятности которого рассчитывается по формуле:

$$f(x) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{k}{2}}}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} x^{\frac{k}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}},$$

где k — число степеней свободы или число независимых стандартных нормальных случайных величин;

– распределение Вейбулла, плотность вероятности которого рассчитывается по формуле:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}};$$

– распределение Релея, плотность вероятности которого рассчитывается по формуле:

$$f(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}};$$

– логистическое распределение, плотность вероятности которого рассчитывается по формуле:

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{x-\mu}{s}}}{s \left(1 + e^{-\frac{x-\mu}{s}}\right)^2};$$

где s — коэффициент эксцесса;

– распределение Стюдента, плотность вероятности которого рассчитывается по формуле:

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{k}\right)^{-\frac{k+1}{2}};$$

– распределение Коши, плотность вероятности которого рассчитывается по формуле:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\beta}{\beta^2 + (x - \alpha)^2} \right).$$

Для выбора наилучшего распределения из 66 выборок использовался информационный критерий AIC [12]. Данный метод позволяет выбрать закон распределения, который имеет наибольшую точность и наименьшую сложность. В результате были выбраны 4 наилучших закона распределения:

– логнормальное распределение (рис. 5, а), которое имеет вероятность быть лучшим распределением 22,42 %;

– распределение χ -квадрат (рис. 5, б), которое имеет вероятность быть лучшим распределением 22,86 %;

– γ -распределение (рис. 5, в), которое имеет вероятность быть лучшим распределением 23,78 %;

– распределение Вейбулла (рис. 5, г), которое имеет вероятность быть лучшим распределением 18,07 %;

Для наглядной оценки соответствия данных измерений вертикальной динамической силы теоретическому распределению были построены графики «квантиль-квантиль». Анализ рис. 6 показывает достаточно хорошую сходимость. Имеется небольшой разброс значений в правом «хвосте».

Для оценки соответствия экспериментальных данных подобранному распределению возможно пользоваться методом Колмогорова — Смирнова и критерием χ -квадрат. По результатам теста Колмогорова — Смирнова из 66 исследованных выборок в 39 случаях (59 %) не было обнаружено статистически значимых оснований для отклонения гипотезы о соответствии данных предполагаемому закону распределения при уровне значимости 5 %. По тесту χ -квадрат только в 12 выборках (18 %) отсутствуют основания отвергать принятый закон распределения на уровне значимости 5 %. Из сказанного выше можно сделать вывод, что экспериментальные данные имеют большую неравномерность распределения.

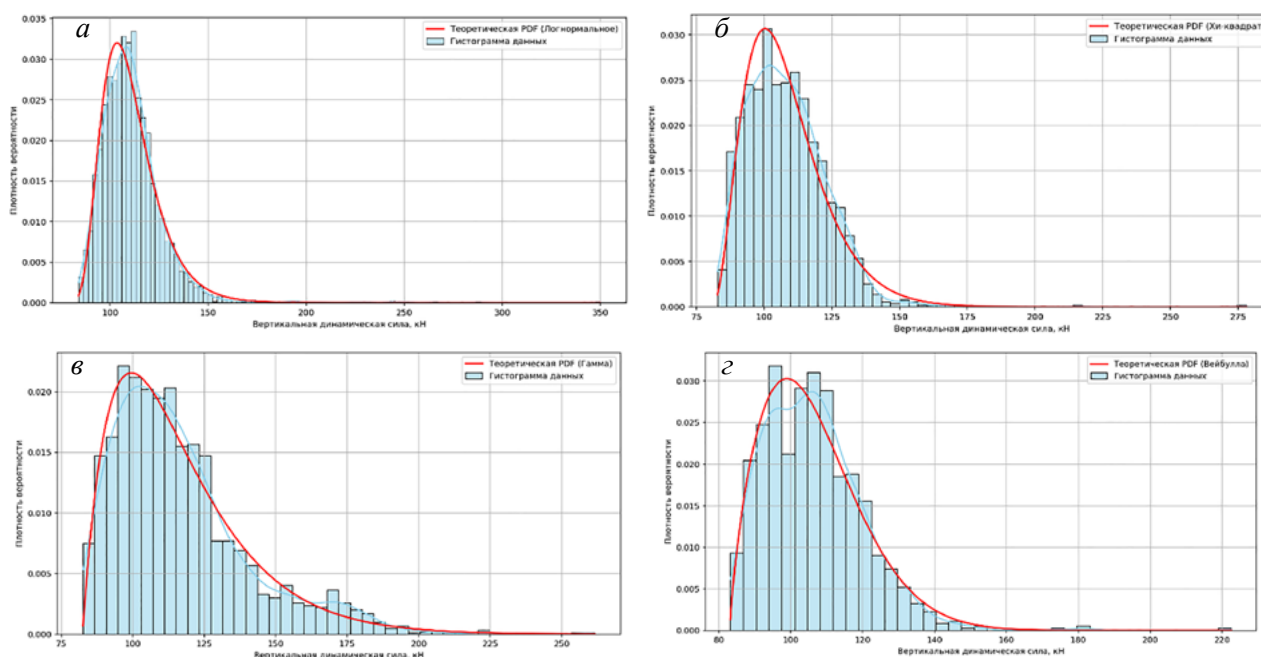


Рис. 5. Гистограмма распределения вертикальных сил от колес одного поезда и аппроксимация:

а — логнормальным распределением; *б* — распределением χ -квадрат;

в — γ -распределением; *г* — распределением Вейбулла

Смешанные распределения для вертикальной динамической силы

Для оценки сложных распределений в статистике используют смешанные распределения. Они представляют собой сумму различных законов распределения:

$$F(x) = \sum_{i=1}^n \omega_i f_i(x),$$

где ω_i — вес i -го распределения;

$f_i(x)$ — плотность вероятности i -го распределения.

Был выполнен подбор различных смесей распределения: нормальное + нормальное, нормальное + γ -распределение, γ -распределение + γ -распределение, нормальное + нормальное + γ -распределение, нормальное + нормальное + γ -распределение, нормальное + γ -распределение + γ -распределение, γ -распределение + γ -распределение. Для определения весов распределений использовался

метод логарифмического правдоподобия [13]. На рис. 7 представлены результаты подбора наилучших смесей распределений.

На рис. 7, *а*, *г* представлена смесь распределений нормальное + γ -распределение + γ -распределение:

$$F(x) = \omega_1 N_1(x|\mu_1, \sigma_1) + \omega_2 \Gamma_2(x|\alpha_2, \beta_2) + \omega_3 \Gamma_3(x|\alpha_3, \beta_3),$$

где N_1 — функция плотности вероятности нормального распределения;

μ_1 — математическое ожидание вертикальной динамической силы, кН;

σ_1 — стандартное отклонение вертикальной динамической силы, кН;

$\Gamma(x)$ — функция плотности вероятности γ -распределения;

α_i — коэффициент формы γ -распределения;

β_i — коэффициент масштаба γ -распределения.

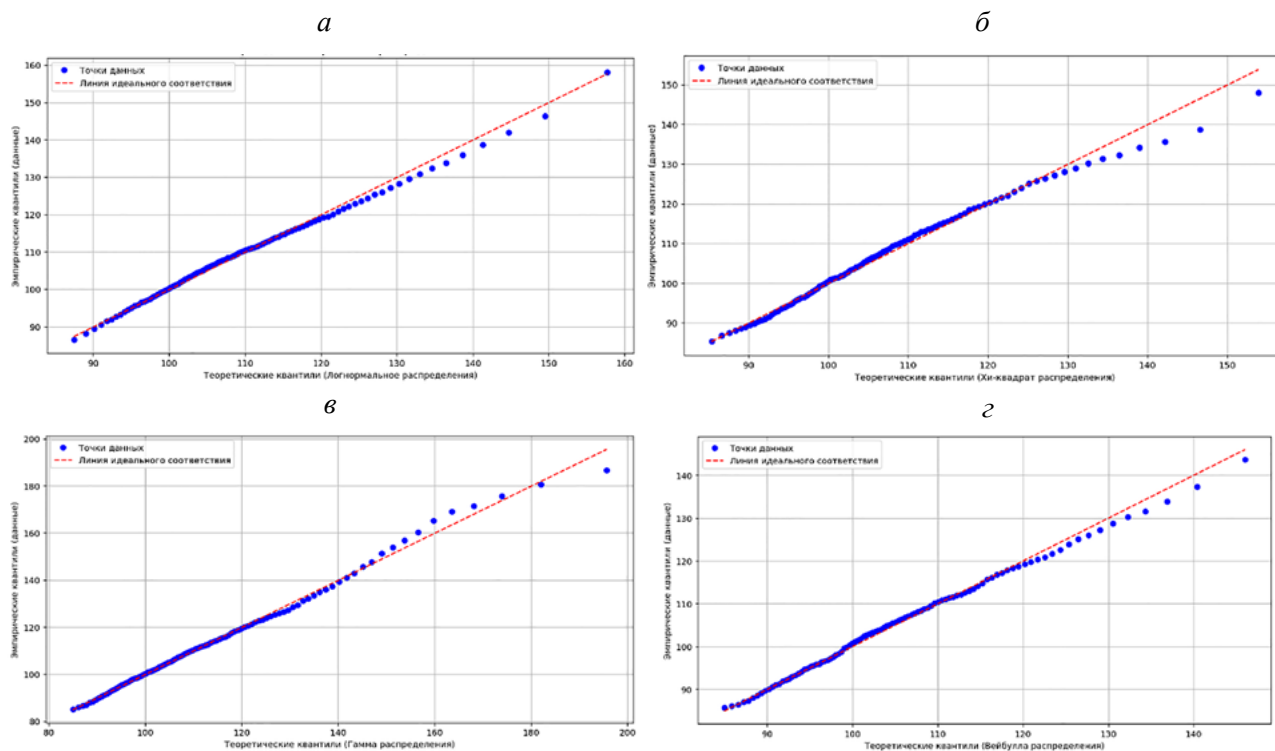


Рис. 6. График «квантиль-квантиль» для экспериментальной функции и распределения:

a — логнормального распределения; *б* — распределения χ -квадрат;

в — γ -распределения; *г* — распределения Вейбулла

На рис. 5, *б* представлена смесь распределений γ -распределение + γ -распределение + γ -распределение:

$$F(x) = \omega_1 \Gamma_1(x|\alpha_1, \beta_1) + \omega_2 \Gamma_2(x|\alpha_2, \beta_2) + \omega_3 \Gamma_3(x|\alpha_3, \beta_3).$$

На рис. 5, *в* представлена смесь распределений нормальное + нормальное + γ -распределение:

$$F(x) = \omega_1 N_1(x|\mu_1, \sigma_1) + \omega_2 N_2(x|\mu_2, \sigma_2) + \omega_3 \Gamma_3(x|\alpha_3, \beta_3).$$

Параметры подобранных смесей распределений сведены в табл. 1.

Заключение

В результате выполненных исследований можно сделать следующие выводы.

Закон распределения случайной величины — вертикальной динамической силы воздействия от колеса на рельс — далеко не всегда можно отнести к нормальному, принятому в Правилах расчета пути на прочность. Это допущение в Правилах, по всей видимости, было принято ввиду технической сложности достоверного обнаружения сверхнормативного ударного воздействия колеса на рельс. Современные методы измерений позволяют с достаточно большой точностью выявлять и измерять такое воздействие. Выполненные расчеты показывают, что распределение вертикальной динамической силы имеет асимметрию (тяжелые правые «хвосты»).

Наилучшее соответствие экспериментальным измерениям вертикальных сил от колеса на рельс имеет гамма-распределение. Этот закон распределения достаточно хорошо отображает результаты эксперимента. Однако ввиду большой

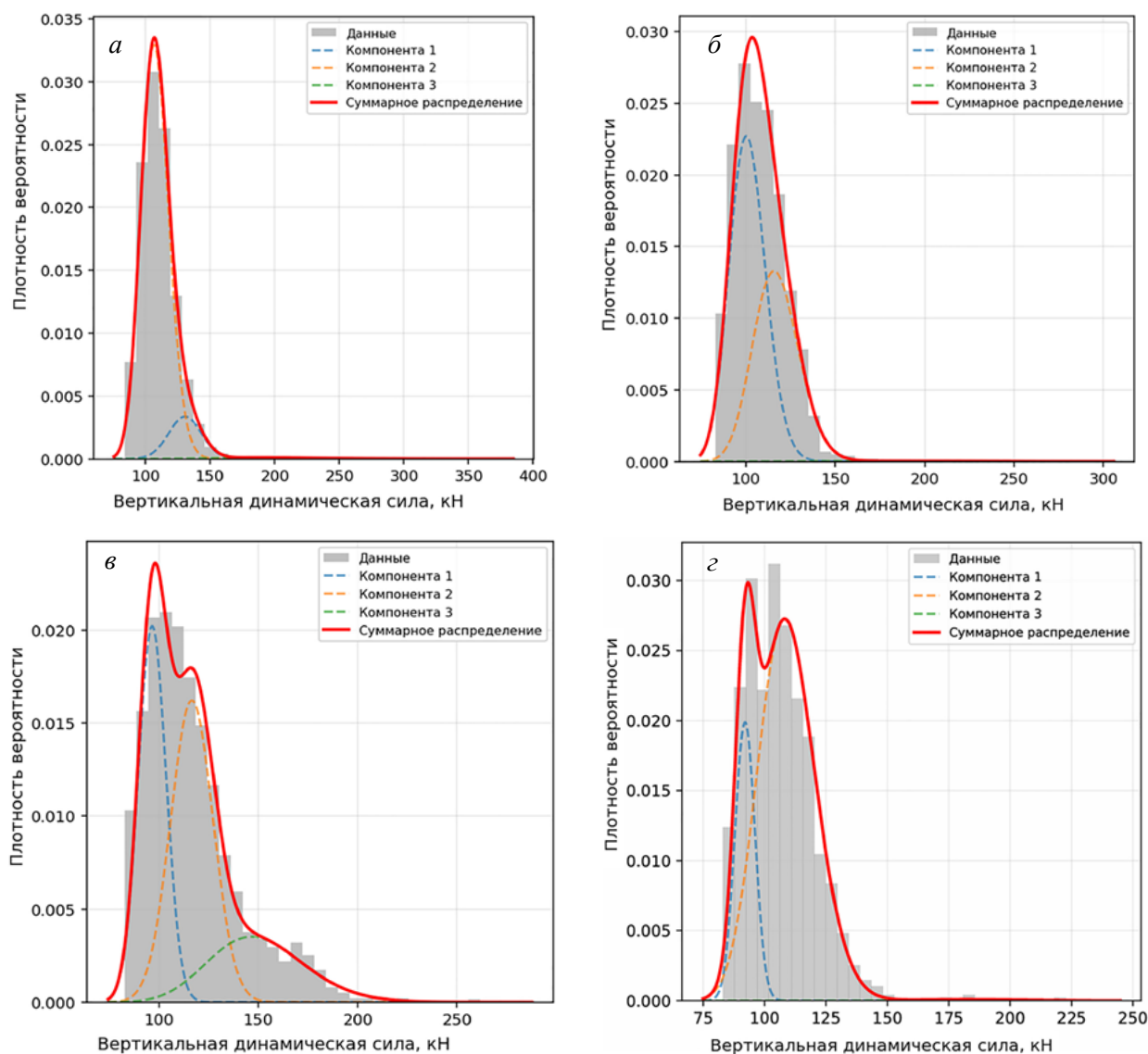


Рис. 7. Гистограмма распределения вертикальных сил от колес одного поезда и аппроксимация смесью:

- а — нормальное + γ -распределение + γ -распределение;
- б — γ -распределение + γ -распределение + γ -распределение;
- в — нормальное + нормальное + γ -распределение;
- г — нормальное + γ -распределение + γ -распределение

неравномерности измеренных данных имеются расхождения в правом «хвосте».

Для более точной оценки вертикальной динамической силы рекомендуется использовать смеси распределений, которые хорошо отражают результаты измерений, в том числе в правом «хвосте». При современном развитии вычислительных средств эти законы распределения не представляют технических сложностей.

Таким образом, для практических расчетов железнодорожного пути по первому предельному состоянию необходимо пересмотреть методику определения вертикальных сил от колеса на рельс с учетом изменения закона распределения случайной величины и использовать гамма-распределение.

Для более сложных моделей расчетов железнодорожного пути по второму предельному

Таблица 1. Параметры подобранных смесей распределения

Смесь распределения	Веса компонентов распределения	Среднее значение экспериментальных данных, кН	Стандартное отклонение экспериментальных данных, кН	Среднее значение смеси распределения, кН	Стандартное отклонение смеси распределения, кН	p-value по методу Колмогорова — Смирнова
рис. 5, а $N_1(x) + \Gamma_2(x) + \Gamma_3(x)$	$\omega_1 = 0,1061$, $\omega_2 = 0,8841$, $\omega_3 = 0,0098$	110,88	16,40	111,10 +0,20 %	16,79 +2,40 %	0,486
рис. 5, б $\Gamma_1(x) + \Gamma_2(x) + \Gamma_3(x)$	$\omega_1 = 0,5729$, $\omega_2 = 0,4235$, $\omega_3 = 0,1163$	108,26	14,86	107,76 -0,47 %	14,26 -4,08 %	0,134
рис. 5, в $N_1(x) + N_2(x) + \Gamma_3(x)$	$\omega_1 = 0,3561$, $\omega_2 = 0,4338$, $\omega_3 = 0,2102$	116,57	24,04	117,03 +0,39 %	23,92 -0,50 %	0,309
рис. 5, г $N_1(x) + \Gamma_2(x) + \Gamma_3(x)$	$\omega_1 = 0,2019$, $\omega_2 = 0,7934$, $\omega_3 = 0,0047$	106,32	13,90	106,13 -0,17 %	13,72 -3,78 %	0,197

состоянию предлагается определять вертикальную динамическую силу, основываясь на смешанном распределении.

Список источников

1. Вериго М. Ф. Взаимодействие пути и подвижного состава / М. Ф. Вериго, А. Я. Коган; под ред. М. Ф. Вериго. — М.: Транспорт, 1986. — 559 с.

2. Методика оценки воздействия подвижного состава на путь по условиям обеспечения надежности: утверждена распоряжением ОАО «РЖД» от 22.12.2017 № 2706/р.

3. Шахунянц Г. М. Железнодорожный путь / Г. М. Шахунянц. — Изд. 2-е, перераб. и доп. — М.: Транспорт, 1969. — 536 с.

4. Schlumpf G. Messungen mit Dehnungsmesstreifen bei den SBB / G. Schlumpf // Technische Rundschau. — Bern, 1955. — Iss. 26. — Pp. 35–41.

5. Кудрявцев Н. Н. Исследование динамики необрессоренных масс вагонов / Н. Н. Кудрявцев // Труды ЦНИИ МПС. — М.: Транспорт, 1965. — Вып. 287.

6. Рахимов Р. В. Нагруженность ходовых частей вагонов и пути и обоснование возможности увеличения осевых нагрузок на железных дорогах Республики Узбекистан: дисс. ... д-ра техн. наук / Р. В. Рахимов. — СПб., 2020. — 366 с.

7. Бороненко Ю. П. Кусочно-непрерывное измерение сил между колесом и рельсом по касательным напряжениям в двух сечениях рельса / Ю. П. Бороненко, Р. В. Рахимов, А. А. Петров // Транспорт Российской Федерации. — 2018. — № 3(76). — С. 58–64.

8. Бороненко Ю. П. Непрерывное измерение вертикальных нагрузок в контакте между колесом и рельсом по напряжениям в двух сечениях рельса / Ю. П. Бороненко, Р. В. Рахимов // Профессиональное образование, наука и инновации в XXI веке: сборник трудов XII Санкт-Петербургского конгресса, Санкт-Петербург, 12–30 ноября 2018 года. — СПб.: Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, 2018. — С. 37–38.

9. Бороненко Ю. П. Апробация нового метода измерения вертикальной нагрузки от колеса на рельс / Ю. П. Бороненко, Р. В. Рахимов, Д. А. Сергеев и др. // Транспорт Российской Федерации. — 2019. — № 1(80). — С. 56–59.

10. Бороненко Ю. П. Измерение боковых нагрузок от колес на рельсы / Ю. П. Бороненко, Р. В. Рахимов // Транспорт Российской Федерации. — 2019. — № 4(83). — С. 45–50. — EDN DGEAEF.

11. Бороненко Ю. П. Экспериментальное определение боковых нагрузок от взаимодействия колеса

с рельсом / Ю. П. Бороненко, Р. В. Рахимов // Транспорт Российской Федерации. — 2019. — № 6(85). — С. 50–53.

12. Akaike H. A New Look at the Statistical Model Identification / H. Akaike // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1974. — Vol. AC-19. — Pp. 716–723.

13. Casella G. Statistical inference / G. Casella, R. L. Berger. — 2nd ed.

Дата поступления: 07.09.2025

Решение о публикации: 05.10.2025

Контактная информация:

РОМАНОВ Андрей Валерьевич — канд. техн. наук, доц.; andrey.romanov@mail.ru

КИСЕЛЕВ Артем Александрович — канд. техн. наук, доц.; zhdp10@gmail.com

On the Distribution Law of Dynamic Wheel–Rail Interaction Force

A. V. Romanov, A. A. Kiselev

Emperor Alexander I Petersburg State Transport University, 9, Moskovsky pr., Saint Petersburg, 190031, Russian Federation

For citation: Romanov A. V., Kiselev A. A. On the Distribution Law of Dynamic Wheel-Rail Interaction Force // *Proceedings of Petersburg State Transport University*, 2025, vol. 22, iss. 4, pp. 926–937. (In Russian) DOI: 10.20295/1815-588X-2025-4-926-937

Summary

Purpose: To establish the law of distribution of the vertical dynamic wheel-rail force. This will improve the accuracy and reliability of railway track calculations. **Methods:** A piecewise-continuous force measurement method known as the SPTU (PGUPS) technique was used to analyze data collected from 9,400 wheelsets. The application of statistical tests, including Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, and AIC, was employed to evaluate the compatibility of experimental data with normal and alternative distributions (lognormal, gamma, and Weibull). **Results:** The normal distribution has been found to be inadequate in describing the “heavy tails” observed in the experimental data. The gamma distribution has been found to provide the optimal fit. In cases of a complex nature, the proposal of mixed distributions (e.g. normal + gamma) has been put forward, with the aim of enhancing the accuracy of the modelling. **Practical significance:** The findings facilitate the refinement of track design methodologies for limit states, accounting for real dynamic load distributions.

Keywords: Vertical dynamic force, force distribution, railway track, gamma distribution, mixed distribution models, impact forces, statistical analysis, measurement methods.

References

1. Verigo M. F., Kogan A. Ya. *Vzaimodeystvie puti i podvizhnogo sostava* [Interaction of track and rolling stock]. M.: Transport Publ., 1986, 559 p. (In Russian)
2. *Metodika otsenki vozdeystviya podvizhnogo sostava na put' po usloviyam obespecheniya nadezhnosti: utverzhdena rasporyazheniem OAO “RZhD” ot 22.12.2017 № 2706/r* [Methodology for assessing the impact of rolling stock on the

track in terms of reliability assurance: approved by Order of JSC “RZD” № 2706/r dated 22.12.2017]. (In Russian)

3. Shakhunyants G. M. *Zheleznodorozhnyy put'. Izd. 2-e, pererab. i dop.* [Railway track, 2nd ed., rev. and enl.]. Moscow: Transport Publ., 1969, 536 p. (In Russian)

4. Schlumpf G. Messungen mit Dehnungsmessstreifen bei den SBB. *Technische Rundschau*, Bern, 1955, Iss. 26, pp. 35–41.

5. Kudryavtsev N. N. Issledovanie dinamiki neobres-sorenykh mass vagonov [Research on the dynamics of unsprung wagon masses]. *Trudy TsNII MPS* [Proceedings of the Central Research Institute of the Ministry of Railways]. 1965, Iss. 287. (In Russian)
6. Rakhimov R. V. *Nagruzhenost' khodovykh chastey vagonov i puti i obosnovanie vozmozhnosti uvelicheniya oseykh nagruzok na zheleznykh dorogakh Respubliki Uzbekistan: diss. ... d-ra tekhn. nauk* [Loading of wagon running parts and track and justification of the possibility of increasing axle loads on railways of the Republic of Uzbekistan: Dr. tech. sci. diss.]. St. Petersburg, 2020, 366 p. (In Russian)
7. Boronenko Yu. P., Rakhimov R. V., Petrov A. A. Kusochno-nepreryvnoe izmerenie sil mezhdu kolesom i rel'som po kasatel'nym napryazheniyam v dvukh secheniyakh rel'sa [Piecewise-continuous measurement of forces between wheel and rail by tangential stresses in two rail sections]. *Transport Rossiyskoy Federatsii* [Transport of the Russian Federation]. 2018, Iss. 3(76), pp. 58–64. (In Russian)
8. Boronenko Yu. P., Rakhimov R. V. Nepreryvnoe izmerenie vertikal'nykh nagruzok v kontakte mezhdu kolesom i rel'som po napryazheniyam v dvukh secheniyakh rel'sa [Continuous measurement of vertical loads in contact between wheel and rail by stresses in two rail sections]. *Professional'noe obrazovanie, nauka i innovatsii v XXI veke: sbornik trudov XII Sankt-Peterburgskogo kongressa, Sankt-Peterburg, 12–30 noyabrya 2018 goda* [Professional Education, Science, and Innovations in the 21st Century: Proceedings of the XII St. Petersburg Congress, St. Petersburg, November 12–30, 2018]. St. Petersburg: Peterburgskiy gosudarstvennyy universitet putey soobsh-cheniya Imperatora Aleksandra I Publ., 2018, pp. 37–38. (In Russian)
9. Boronenko Yu. P., Rakhimov R. V., Sergeev D. A. et al. Aprobatsiya novogo metoda izmereniya vertikal'noy nagruzki ot kolesa na rel's [Approval of a new method for measuring vertical load from wheel to rail]. *Transport Rossiyskoy Federatsii* [Transport of the Russian Federation]. 2019, Iss. 1(80), pp. 56–59. (In Russian)
10. Boronenko Yu. P., Rakhimov R. V. Izmerenie bokovykh nagruzok ot koles na rel'sy [Measurement of lateral loads from wheels to rails]. *Transport Rossiyskoy Federatsii* [Transport of the Russian Federation]. 2019, Iss. 4(83), pp. 45–50. (In Russian)
11. Boronenko Yu. P., Rakhimov R. V. Eksperimental'noe opredelenie bokovykh nagruzok ot vzaimodeystviya kolesa s rel'som [Experimental determination of lateral loads from wheel-rail interaction]. *Transport Rossiyskoy Federatsii* [Transport of the Russian Federation]. 2019, Iss. 6(85), pp. 50–53. (In Russian)
12. Akaike H. A New Look at the Statistical Model Identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, vol. AC-19, pp. 716–723.
13. Casella G., Berger R. L. *Statistical inference*. 2nd ed.

Received: September 07, 2025

Accepted: October 05, 2025

Author's information:

Andrey V. ROMANOV — PhD in Engineering, Associate Professor; andrey.romanov@mail.ru

Artem A. KISELEV — PhD in Engineering, Associate Professor; zhdp10@gmail.com