

МОДЕЛЬ НЕПРЕРЫВНОГО ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА БЕСПИЛОТНЫХ АВТОМОБИЛЕЙ ПРИ ДВИЖЕНИИ НА СЕРПАНТИНЕ С ВИРАЖАМИ С УЧЕТОМ СРЕДНЕЙ СКОРОСТИ ДВИЖУЩИХСЯ ВПЕРЕДИ АВТОМОБИЛЕЙ

КУВЕРИН Игорь Юрьевич, канд. техн. наук, доцент; e-mail: igorkuv@mail.ru

ГУСЕВ Сергей Александрович, докт. экон. наук, профессор; e-mail: o051nm@yandex.ru

БЛИНОВ Дмитрий Геннадьевич, аспирант; e-mail: bdg@rusptk.com

ГУСЕВА Инна Андреевна, аспирант; e-mail: guseva11.ia@yandex.ru

Саратовский государственный технический университет имени Ю. А. Гагарина, кафедра «Организация перевозок, безопасность движения и сервис автомобилей», Саратов

В статье предлагается новая модель непрерывного транспортного потока беспилотных автомобилей при движении на серпантине с виражами, учитывающая среднюю скорость движущихся впереди автомобилей. Проведен обзор существующих моделей транспортных потоков, в частности моделей следования за лидером, таких как модель оптимальной скорости, обобщенная модель движения, модель полной разности скоростей. Отмечено, что эти модели не учитывают особенности движения на серпантинах с виражами. На основе существующих моделей разработана новая модель непрерывного транспортного потока, принципиальным отличием которой является учет поперечного уклона дороги (виража) при движении на серпантине. Модель учитывает действие сил на транспортное средство, включая силу тяжести, движущую силу и центростремительную силу. Показаны перспективы использования разработанной модели в условиях использования интеллектуальных транспортных систем, когда информация о средней скорости движущихся впереди автомобилей передается по сети. Предложенная модель позволяет при расчете скоростных режимов движения учитывать поперечный уклон дороги на криволинейных участках серпантина, адекватно оценивать пропускную способность и выявлять потенциально опасные участки для оптимизации проектных решений при создании беспилотного транспорта.

Ключевые слова: беспилотные автотранспортные средства, моделирование транспортного потока, серпантин, вираж, моделирование движения на серпантине, дорога, модель, безопасность дорожного движения

DOI: 10.20295/2412-9186-2024-10-03-269-281

▼ Введение

Использование моделей транспортного потока для проектирования и оптимизации движения автомобильного транспорта является эффективным инструментом, позволяющим значительно повысить эффективность, безопасность и устойчивость городских транспортных систем [1–3]. Это приводит к улучшению качества жизни горожан, экономии ресурсов и созданию более комфортной городской среды.

Среди множества существующих моделей транспортного потока рассмотрим модели следования автомобиля за лидером [4–8].

Модели следования за лидером являются одними из основных моделей в теории транс-

портных потоков, так как обладают рядом существенных преимуществ в контексте описания и анализа движения автотранспортных средств. Они представляют собой эффективный инструмент для исследования транспортных потоков, обладающий значительными преимуществами в части достоверности, аналитического потенциала и практической применимости получаемых результатов, а также могут быть использованы для разработки беспилотных транспортных средств, обеспечивая безопасность, эффективность и надежность их функционирования в условиях реального дорожного движения [9–14].

Классическая модель следования автомобиля за лидером была впервые предложена

в 1953 году Пайпсом [15], который математически изучал динамику ряда последовательных двигающихся автомобилей.

Но после того как Ньюэлл [16] исследовал аналитически нелинейные эффекты в динамике следования автомобиля в 1961 году, модель следования автомобиля за лидером была улучшена Бандо и др. [17]. Они предложили динамическую модель — модель оптимальной скорости (optimal velocity model — OVM) для устранения недостатка классической модели при описании движения последовательных двигающихся транспортных средств. С тех пор модель следования за лидером с интересом изучалась и развивалась многими учеными.

На основе модели OVM М. Бандо, Т. С. Комацу и С. И. Саса [18] проанализировали заторы на дорогах и вывели модифицированное уравнение Кортевега — де Фриза (Korteweg — De Vries, KdV). Ими были численно найдены волны плотности, распространяющиеся в обратном направлении. В 1999 году Ленц и др. [19] провели расширение модели OVM до многоупреждающей модели, которая учитывала взаимодействия между каждой парой последовательных транспортных средств до текущего. В том же году и в следующем году Нагатани [20] и Савада [21] соответственно проанализировали расширенную модель с учетом взаимодействия следующего ближайшего автомобиля аналитически и численно. Было обнаружено, что взаимодействие с ближайшим автомобилем играет важную роль в моделировании транспортного потока. Кониси [22, 23] и Чжао [24] выявили феномен появления пробок.

Все приведенные улучшения для теории следования за автомобилем разработаны для движения по обычной дороге, которая считается ровной (без уклона) или прямой (без кривизны). Однако не все дороги являются ровными или прямыми в реальной дорожной системе. Поведение транспортного потока на неровной дороге, такой как градиентная дорога, исследовалось Ли [25], который изучал фазовый переход на ограниченном по скорости транспортном потоке с уклоном в 2008 году. В следующем году Комада и Нагатани [26] исследовали аналитически и численно гравитационное воздействие на транспортный поток на градиентной дороге. Ими была выведена

фундаментальная диаграмма для транспортного потока в ситуациях горизонтального движения, подъема и спуска. В 2012 году Чжу и Ю вывели уравнение Бюргерса, уравнение KdV и модифицированное уравнение KdV для улучшенной модели с учетом переменного тормозного пути в ситуациях подъема и спуска [27] в состоянии стабильности, нейтральной стабильности и неустойчивости соответственно. Транспортный поток на кольцевой дороге был впервые изучен Ляном и Сюэ [28], которые в 2010 году численно исследовали поведение движения транспортного средства на кольцевой дороге с помощью модели клеточного автомата. В 2012 году Чжу и Чжан [29] аналитически исследовали влияние коэффициента трения и радиусов кривизны на транспортный поток с помощью модели следования за автомобилем. Модифицированное уравнение KdV было выведено в нестабильной области. Поведение транспортного потока на серпантине (или, другими словами, на гироидальной дороге, то есть изогнутой дороге с уклоном) впервые было исследовано Вэнь-Син Чжу, Руи-Лин Юй в 2013 году [30].

Авторами была предложена новая модель следования за автомобилем для описания движения транспортных средств, движущихся по гироидальной дороге. Аналитически и численно были исследованы сопутствующие факторы гироидальной дороги при равномерном транспортном потоке. Результаты анализа показывают, что на состояние устойчивости влияют коэффициент трения, радиус кривизны и уклон. С увеличением уклонов устойчивость повышается на подъеме и снижается на спуске, поскольку два других фактора неизменны. В то же время с увеличением трения или радиуса кривизны устойчивость транспортного потока снижается как на подъеме, так и на спуске. Ими было выведено модифицированное уравнение KdV вблизи критической точки в нестабильной области, и также было проведено моделирование для проверки влияния на равномерный поток. С увеличением уклонов колебания движения транспортных средств уменьшаются при подъеме в гору и увеличиваются при спуске. В то же время с увеличением трения или радиуса кривизны колебания движения транспортных средств

увеличиваются как при движении в гору, так и при спуске. Ими показано, что численный результат хорошо согласуется с аналитическим результатом.

В дальнейшем С. Чжай, В. Ву и Ю. Сяо [31] добавили в модель учет влияния впереди идущих автомобилей, информация о которых должна передаваться с помощью среды интеллектуальных транспортных систем.

Современные автомобильные дороги представляют собой сложные инженерные сооружения. Они должны обеспечить возможность безопасного движения как одиночных автомобилей с расчетными скоростями, так и транспортных потоков с высоким уровнем удобства даже в самые неблагоприятные периоды года. Их проектируют и строят таким образом, чтобы автомобили могли реализовать свои динамические качества при нормальном режиме работы двигателя, чтобы на поворотах, подъемах и спусках автомобилю не грозили занос или опрокидывание [32].

При проектировании автомобильных дорог для уменьшения центробежной силы при движении автомобиля по кривой смещают центры тяжести автомобиля в сторону действия центробежной силы. При этом составляющая веса автомобиля будет противодействовать центробежной силе. Это возможно, если выполнить вираж [33]. Вираж — это односкатный поперечный профиль проезжей части малого радиуса с углом к центру кривой. На вираж можно передать 1/3–1/4 действующей на автомобиль центробежной силы. При этом увеличивается устойчивость автомобиля, повышается безопасность движения, водитель уверенно управляет автомобилем без снижения скорости движения [34]. Согласно СП 34.13330.2021 «Автомобильные дороги», в России виражи устраивают на всех кривых с радиусом менее 3000 м на дорогах I категории и меньше 2000 м — на дорогах остальных категорий.

Учет виражей имеет большое значение при компьютерном моделировании транспортных потоков. Корректное отражение геометрии виражей в расчетных моделях позволяет:

- 1) точнее прогнозировать скоростные режимы движения на криволинейных участках;
- 2) адекватно оценивать пропускную способность и уровень загрузки дорог;

3) выявлять потенциально опасные участки и оптимизировать проектные решения.

Таким образом, виражи являются неотъемлемым элементом современных дорог, обеспечивающим безопасность и эффективность движения. Их грамотное проектирование и учет при моделировании транспортных потоков имеют важнейшее значение для создания надежной и комфортной дорожной инфраструктуры [35, 36]. Однако до настоящего времени в рассматриваемом классе транспортных моделей учет виражей и в целом поперечного уклона дорожного полотна не проводился.

Целью работы является разработка модели непрерывного транспортного потока при движении на серпантине с виражами с учетом средней скорости движущихся впереди автомобилей. Задачи исследования: обзор существующих моделей транспортных потоков; разработка на основе существующих моделей модели непрерывного транспортного потока при движении на серпантине с виражами с учетом средней скорости движущихся впереди автомобилей, принципиальным отличием которой является учет поперечного уклона дороги; анализ результатов и формулирование выводов о перспективах использования разработанной модели в условиях внедрения интеллектуальных транспортных систем.

1. Адаптация модели оптимальной скорости применительно к движению непрерывного транспортного потока беспилотных автомобилей при движении на серпантине с виражами с учетом средней скорости движущихся впереди автомобилей

В этом разделе мы возвращаемся к традиционной модели оптимальной скорости (OVM) и представляем обоснование нашей предлагаемой модели.

В 1995 году Бандо и др. предложили модель оптимальной скорости [37] для изучения взаимодействия транспортных средств на одной полосе движения. Предложенная модель выглядит следующим образом:

$$\frac{dv_n}{dt} = a \left[V^{op} (\Delta X_n) - v_n \right], \quad (1)$$

где n — индекс транспортного средства;

v_n — мгновенная скорость транспортного средства n ;

a — чувствительность водителя;

$V^{op}(\cdot)$ — функция оптимальной скорости;

ΔX_n — мгновенное расстояние от текущего транспортного средства n до впереди идущего транспортного средства.

Функция оптимальной скорости в приведенном выше уравнении задается следующим образом:

$$V^{op}(\Delta X_n) = \frac{v_{max}}{2} [\tanh(\Delta X_n - y_s) + \tanh(y_s)], \quad (2)$$

где v_{max} — максимально допустимая скорость движения в условиях обычной дорожной сцены;

y_s — безопасная дистанция для движения без столкновений при обычных дорожных условиях

Позже Д. Хелбинг и Б. Тилч [38] обнаружили, что в приведенной выше модели OVM наблюдалось необоснованное ускорение и замедление. Для устранения данного недостатка они предложили учитывать разницу скоростей между предшествующим и текущим транспортным средством в том случае, когда скорость текущего транспортного средства меньше скорости последующих транспортных средств, и таким образом получили обобщенную модель движения (generalized force — GF), которая выглядит следующим образом:

$$\frac{dv_n}{dt} = a [V^{op}(\Delta X_n) - v_n] + \lambda H(-\Delta v_n) \Delta v_n, \quad (3)$$

где λ — коэффициент чувствительности к разнице скоростей;

$H(\cdot)$ — функция Хевисайда.

Р. Цзян, К. Ву и З. Чжу [39] использовали модель GF для моделирования процесса начала движения неподвижного транспортного средства и заметили, что начальная скорость волны модели была слишком маленькой. Они предложили учитывать разность скоростей также при превышении текущей скоростью транспортного средства скорости предыдущего транспортного средства, что дало модель полной разности скоростей (full velocity difference — FVD), которая описывается следующим выражением:

$$\frac{dv_n}{dt} = a [V^{op}(\Delta X_n) - v_n] + \lambda \Delta v_n. \quad (4)$$

В вышеупомянутых работах предполагается, что транспортные средства движутся по обычной дорожной обстановке, то есть информация об уклоне дороги игнорируется. Однако в горных районах, а также при обустройстве сложных многоуровневых элементов дорожной развязки распространены серпантины (гириодальные дороги). Действие сил на транспортное средство, движущееся по серпантину, намного сложнее: на него влияют не только сила тяжести и движущая сила, но и центробежная сила. Рис. 1 отображает диаграмму разложения силы транспортных средств, движущихся по серпантину.

Чтобы проанализировать взаимодействие между последовательными транспортными

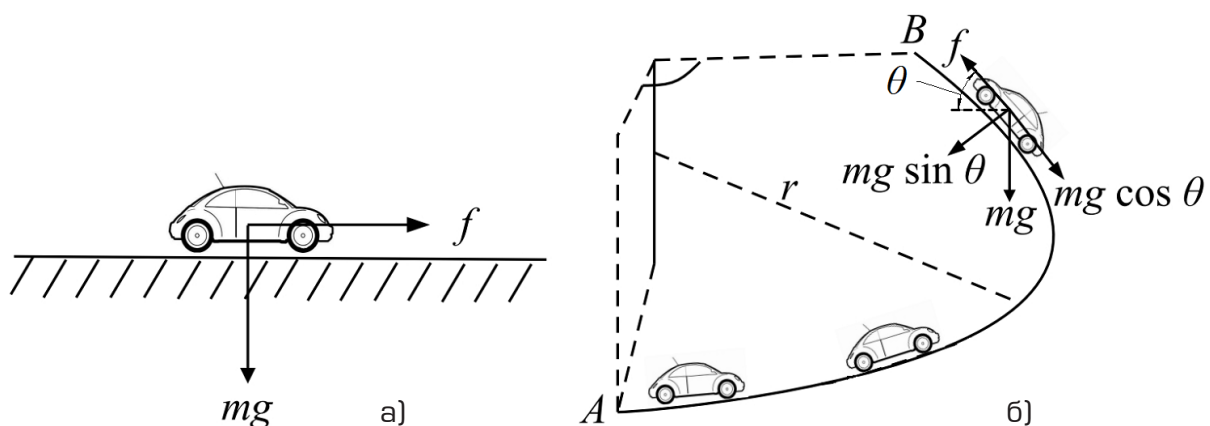


Рис. 1. Действие сил на транспортное средство на различных дорожных сценах: а) абстрактная горизонтальная дорога без уклонов; б) серпантин (гириодальная дорога)

средствами на этой специальной дорожной сцене, Чжу и Ю [40] улучшили модель OVM и предложили следующую новую модель транспортного потока:

$$\frac{d^2 S_n}{dt^2} = a \left[V(\Delta S_n) - \frac{dS_n}{dt} \right], \quad (5)$$

где ΔS_n — расстояние от текущего транспортного средства n до впереди идущего транспортного средства на гироидальной дороге, $S_n = r\Delta\varphi_n$;

S_n — информация о мгновенном положении транспортного средства n на гироидальной дороге, $S_n = r\varphi_n$.

Функция оптимальной скорости на гироидальной дороге $V(\cdot)$:

$$V(r\Delta\varphi_n) = \frac{r\omega_{max} \mp v_{g,max}}{2} \left[\tanh(r\Delta\varphi_n - y_s(\Theta)) + \tanh(y_s(\Theta)) \right], \quad (6)$$

где $r\Delta\varphi_n$ — расстояние между текущим n и последующим транспортными средствами во время t ;

r — радиус кривизны, $r = \frac{\gamma}{\cos\Theta}$;

γ — радиус окружности;

Θ — угол наклона, $\Theta < 0$ и $\Theta > 0$ соответствующие спускам и подъемам соответственно;

$y_s(\Theta)$ — минимально допустимое расстояние безопасности на гироидальных дорогах, $y_s(\Theta) = y_s(1 - \alpha \sin\Theta)$;

$r\Delta\varphi_n = r\Delta\varphi_{n+1} - r\Delta\varphi_n + 1$ — элементарный путь транспортного средства по дуге радиусом r ;

a — чувствительность водителя (или электронных элементов управления в случае беспилотного автомобиля) и тормозной системы автомобиля (равна $1/\tau$, где τ — время задержки реакции водителя и тормозной системы автомобиля (или электронных элементов управления в случае беспилотного автомобиля));

$\frac{d^2 S_n}{dt^2}$ — ускорение транспортного средства;

$\frac{dS_n}{dt}$ — скорость транспортного средства;

$V(\Delta S_n)$ — функция оптимальной скорости транспортного средства n во время t ;

ω_{max} — максимально допустимая угловая скорость на гироидальной дороге;

$v_{g,max}$ — снижение/увеличение максимальной скорости на дороге с уклоном;

«+»/«-» — обозначают подъем и спуск соответственно;

$y_s(\Theta)$ — безопасное расстояние на дороге с уклоном.

$$y_s(\Theta) = y_s(1 \pm \alpha \sin\Theta), \quad (7)$$

где α — константа, в первом приближении можно принять $= 1$;

y_s — безопасное расстояние на дороге без уклона.

Для определения ω_{max} из формулы центростремительной силы при движении по дороге без поперечного уклона мы можем получить следующее уравнение:

$$m\omega_{max}^2 r = \mu mg \cos\Theta, \quad (8)$$

где g — ускорение свободного падения, приближенно $g = 9,81 \text{ мс}^{-2}$;

μ — коэффициент бокового трения.

Однако при проектировании дорог для повышения поперечной устойчивости у дороги может быть реализован поперечный уклон (косягор), при этом силу тяжести можно разложить на две составляющие: силу, действующую перпендикулярно плоскости дороги, и силу, действующую параллельно плоскости дороги и направленную к центру поворота. При этом выражение примет вид:

$$m\omega_{max}^2 r \cos\beta - mg \sin\beta = \mu mg \cos\beta \cos\Theta. \quad (9)$$

Разделим обе части выражения на $\cos\beta$ и на m :

$$\omega_{max}^2 r - g \tan\beta = \mu g \cos\Theta. \quad (10)$$

откуда после преобразований получим выражение для максимальной угловой скорости:

$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{\mu g \cos\Theta + g \tan\beta}{r}}. \quad (11)$$

Подставляя уравнение (11) в уравнение (6), мы имеем:

$$V(r\Delta\varphi_n) = \frac{kr\sqrt{\frac{\mu g \cos\Theta + gtg\beta}{r}} \mp v_{g,max}}{2} V_o(r\Delta\varphi_n), \quad (12)$$

где:

$$V_o(r\Delta\varphi_n) = \tanh(r\Delta\varphi_n - y_s(\Theta)) + \tanh(y_s(\Theta)). \quad (13)$$

Максимальная угловая скорость меньше теоретических значений в реальной дорожной ситуации, поэтому мы вводим постоянный коэффициент κ ($0 < \kappa \leq 1$ в первом приближении можно принять $\kappa = 0,6$), который представляет собой коэффициент безопасности, запаса. Тогда функцию оптимальной скорости можно записать следующим образом:

$$V(r\Delta\varphi_n) = \frac{kr\sqrt{\frac{\mu g \cos\Theta + gtg\beta}{r}} \mp v_{g,max}}{2} V_o(r\Delta\varphi_n), \quad (14)$$

где $v_{g,max}$ — снижение/увеличение максимальной скорости на дороге с уклоном, задается как

$$v_{g,max} = \sin\Theta. \quad (15)$$

Как хорошо известно, угловая скорость движущегося транспортного средства является производной угла поворота. С учетом вышесказанного уравнение для дальнейшего анализа можно переписать следующим образом:

$$\frac{d\omega_n}{dt} = a \left[\frac{kr\sqrt{\frac{\mu g \cos\Theta + gtg\beta}{r}} \mp mgsin\Theta}{2} V_o(r\Delta\varphi_n) - \omega_n \right], \quad (16)$$

где $\omega_n = \frac{d\varphi_n}{dt}, \frac{d\omega_n}{dt} = \frac{d^2 S_n}{dt^2}$.

Благодаря достижениям в области коммуникационных технологий информацию о нескольких транспортных средствах впереди, такую как скорость или направление движения, можно легко собирать в режиме реального времени, что предоставляет больше возможно-

стей для обмена информацией и совместного управления [41, 42].

Исходя из этого, вводится влияние средней скорости нескольких транспортных средств впереди и предлагается следующая макроскопическая модель транспортного потока:

$$\frac{d\omega_n}{dt} = a \left[\frac{kr\sqrt{\frac{\mu g \cos\Theta + gtg\beta}{r}} \mp mgsin\Theta}{2} V_o(r\Delta\varphi_n) - \omega_n \right] + \lambda \left(\frac{1}{l} \sum_{m=1}^l \omega_{n+1} - \omega_n \right), \quad (17)$$

где l — количество рассматриваемых транспортных средств впереди;

$\frac{1}{l} \sum_{m=1}^l \omega_{n+1}(t) - \omega_n(t)$ — разница скоростей между средней скоростью нескольких транспортных средств впереди и рассматриваемого транспортного средства.

Когда угол $\beta = 0$, предлагаемая модель не учитывает поперечный уклон дорожного полотна и модель сводится к модели С. Чжай, В. Ву и Ю. Сяо [43]. Когда $l = 1$, в предлагаемой модели учитывается только разность скоростей между предыдущим транспортным средством и текущим транспортным средством и она аналогична традиционной модели FVD. При $\lambda = 0$ модель сводится к модели [40]. Таким образом, предыдущие модели можно рассматривать как частные случаи предлагаемой модели.

2. Пример расчета параметров движения по разработанной модели

В качестве примера проведем расчет основных параметров движения автомобилей по формулам (12–17). Принятые для расчета исходные данные представлены в табл. 1 с учетом возможных реальных значений параметров, согласно СП 34.13330.2021 «Автомобильные дороги». В реальности в модель подставляются данные геометрических параметров дороги, состояния дорожного покрытия, параметров транспортного потока. При использовании модели для движения беспилотных автомобилей часть данных может передаваться с использованием средств телематики в режиме реального

Таблица 1. Исходные данные для расчета

Обозначение	Принятое значение
r	30 м
k	0,7
β	60‰ (3,43°)
θ	30‰ (1,72°)
t_p	4,5 м
t_{cp}	1,5 с
t_n	0,5 с
L_0	0,2 м
γ	0,3
μ	0,3
v	4,53 м/с (16,3 км/ч)
t_p	1,5 с
t_{cp}	0,5 с
t_n	0,2 с
L_0	3 м
$r\Delta\varphi_n$	$r\Delta\varphi_n = y_s(\Theta)$

времени для оперативного управления транспортными средствами.

Максимально возможная угловая скорость по условию бокового скольжения на дороге с радиусом без учета выража:

$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{\mu g \cos \Theta}{r}} = \sqrt{\frac{0,3 \cdot 9,81 \cdot \cos(1,72^\circ)}{30}} = 0,312 \text{ рад/с.}$$

Соответствующее значение линейной скорости:

$$v = \omega_{max} r = 0,312 \cdot 30 = 9,36 \text{ м/с.}$$

что соответствует скорости 33,69 км/ч.

Максимально возможная угловая скорость по условию бокового скольжения на дороге с радиусом с учетом выража:

$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{\mu g \cos \Theta + g \tan \beta}{r}} = \sqrt{\frac{0,3 \cdot 9,81 \cdot \cos(1,72^\circ) + 9,8 \cdot \tan(3,43^\circ)}{30}} = 0,342 \text{ рад/с.}$$

Соответствующее значение линейной скорости:

$$v = \omega_{max} r = 0,342 \cdot 30 = 10,26 \text{ м/с.}$$

что соответствует скорости 36,94 км/ч.

Снижение или увеличение максимальной скорости на дороге от уклона:

$$v_{g,max} = \sin \Theta = \sin(1,72^\circ) = 0,03 \text{ м/с.}$$

Безопасное расстояние на дороге без уклона y_s найдем как динамический габарит автомобиля. Динамический габарит автомобиля включает его длину L_a и дистанцию безопасности D между движущимися транспортными средствами, то есть

$$y_s = L_D = L_a + D.$$

Предположим, что дистанция должна быть равна полному остановочному пути автомобиля. Тогда

$$L_D = L_a + (t_p + t_{cp} + 0,5 t_n) v + \frac{v^2}{2g\gamma} + L_0, \quad (18)$$

где t_p — время реакции водителя;
 t_{cp} — время срабатывания (запаздывания) тормозных механизмов;
 t_n — время нарастания тормозных сил до максимальных значений при экстренном торможении;
 γ — коэффициент продольного трения;
 L_0 — зазор между медленно движущимися автомобилями.

$$y_s = 4,5 + (1,5 + 0,5 + 0,5 \cdot 0,2) v + \frac{v^2}{2 \cdot 9,8 \cdot 0,3} = 4,5 + 2,1v + 0,17v^2 + 3 = 4,5 + 2,1 \cdot 4,53 + 0,17 \cdot 4,53^2 + 3 = 45,5 \text{ м.}$$

Безопасное расстояние на дороге с уклоном

$$y_s(\Theta) = y_s(1 \pm \alpha \sin \Theta) = 45,5(1 - 1 \cdot \sin(1,72^\circ)) = 44,1 \text{ м.}$$

Примем, что расстояние между автомобилями равно минимально безопасному для данной скорости, тогда функция

$$V_o(r\Delta\varphi_n) = \tanh(r\Delta\varphi_n - y_s(\Theta)) + \tanh(y_s(\Theta)) = \tanh(0) + \tanh(44,1) = 1.$$

Оптимальная скорость без учета виража:

$$V(r\Delta\varphi_n) = \frac{kr\omega_{max} - v_{g,max}}{2} V_o(r\Delta\varphi_n) = \frac{0,7 \cdot 30 \cdot 0,312 - 0,0300}{2} \cdot 1 = 6,53 \text{ м/с},$$

что соответствует скорости 23,50 км/ч.

Оптимальная скорость с учетом виража:

$$V(r\Delta\varphi_n) = \frac{kr\omega_{max} - v_{g,max}}{2} V_o(r\Delta\varphi_n) = \frac{0,7 \cdot 30 \cdot 0,342 - 0,0300}{2} \cdot 1 = 7,16 \text{ м/с},$$

что соответствует скорости 25,78 км/ч.

Примем, что впереди автомобиля двигаются с такой же скоростью, как и рассматриваемый, тогда второй член выражения (17) будет равен 0:

$$\lambda \left(\frac{1}{l} \sum_{m=1}^l \omega_{n+1} - \omega_n \right) = 0.$$

Коэффициент из формулы (17) найдем аналогично второму члену выражения (18):

$$a = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{t_p + t_{cp} + 0,5t_n} = \frac{1}{1,5 + 0,5 + 0,5 \cdot 0,2} = 0,37.$$

Ускорение транспортного средства без учета виража:

$$\frac{d\omega_n}{dt} = a [V(r\Delta\varphi_n) - \omega_n] + \lambda \left(\frac{1}{l} \sum_{m=1}^l \omega_{n+1} - \omega_n \right) = 0,37 \cdot [6,53 - 4,53] + 0 = 0,74 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение транспортного средства с учетом виража:

$$\frac{d\omega_n}{dt} = a [V(r\Delta\varphi_n) - \omega_n] + \lambda \left(\frac{1}{l} \sum_{m=1}^l \omega_{n+1} - \omega_n \right) = 0,37 \cdot [7,16 - 4,53] + 0 = 0,97 \text{ м/с}^2.$$

3. Результаты расчета

Результаты расчета по предложенной модели представлены в табл. 2.

Как видно из примера расчета, учет виража оказывает довольно значительное влияние на результаты расчета. Так, при принятых значениях исходных данных учет виража позволил повысить максимально возможную скорость движения на 9,6 % (с 33,69 до 36,94 км/ч для рассмотренного примера), оптимальная скорость при этом повысилась на 9,7 % (с 23,50 до 25,78 км/ч) по сравнению с движением без виража. При этом ускорение транспортного средства увеличивается на 31 % (с 0,74 до 0,97 м/с²).

Заключение

В данной статье авторы предложили новую модель непрерывного транспортного потока беспилотных автомобилей при движении на серпантине с виражами, учитывающую среднюю скорость движущихся впереди автомобилей. Модель основана на классических моделях следования за лидером, таких как модель оптимальной скорости (OVM), обобщенная модель движения (GF) и модель полной разности скоростей (FVD), но с принципиальным отличием — учетом поперечного уклона дороги (виража) при движении на серпантине.

Таблица 2. Результаты расчета

Обозначение	Без учета виража	С учетом виража
Безопасное расстояние на дороге без уклона	45,5 м	45,5 м
Безопасное расстояние на дороге с уклоном	44,1 м	44,1 м
Максимально возможная угловая скорость по условию бокового скольжения на дороге с радиусом	0,312 рад/с	0,342 рад/с
Линейная скорость, соответствующая максимально возможной угловой скорости	9,36 м/с (33,69 км/ч)	10,26 м/с (36,94 км/ч)
Оптимальная скорость	6,53 м/с (23,50 км/ч)	7,16 м/с (25,78 км/ч)
Ускорение транспортного средства	0,74 м/с ²	0,97 м/с ²

В модели учтены действующие на транспортное средство силы, включая силу тяжести, движущую силу и центростремительную силу. Получены выражения для максимальной угловой скорости и оптимальной скорости движения с учетом геометрических параметров дороги и виража. Модель также учитывает влияние средней скорости нескольких впереди идущих транспортных средств, информация о которых может передаваться по Сети при использовании интеллектуальных транспортных систем.

Проведенный расчет параметров движения по разработанной модели показал, что учет виража позволяет повысить максимально возможную скорость движения на 9,6% (с 33,69 до 36,94 км/ч для рассмотренного примера) и оптимальную скорость на 9,7% (с 23,50 до 25,78 км/ч) по сравнению с движением без виража. При этом ускорение транспортного средства увеличивается на 31%.

Таким образом, предложенная модель позволяет более точно прогнозировать скоростные режимы движения на криволинейных участках серпантина, адекватно оценивать пропускную способность и выявлять потенциально опасные участки для оптимизации проектных решений при создании беспилотного транспорта. Модель имеет перспективы использования в интеллектуальных транспортных системах, когда информация о средней скорости движущихся впереди автомобилей передается по Сети.

Дальнейшие направления исследований могут быть связаны с проведением более масштабных расчетов и компьютерного моделирования движения на основе предложенной модели, ее верификацией на реальных данных, исследованием влияния погодных условий на поведение транспортного потока в рамках разработанной модели [44–46], а также с разработкой на ее основе усовершенствованных алгоритмов управления беспилотными транспортными средствами. ▲

Библиографический список

1. Transfer learning-based highway crash risk evaluation considering manifold characteristics of traffic flow / Q. Liu [et al.] // *Accident Analysis & Prevention*. 2022. Vol. 168. P. 106598. DOI: 10.1016/j.aap.2022.106598. EDN JZHQBQ.
2. VISSIM calibration and validation of urban traffic: a case study Al-Madinah City / M. A. R. Abdeen [et al.] // *Personal and Ubiquitous Computing*. 2023. Vol. 27, no. 5. P. 1747–1756. DOI: 10.1007/s00779-023-01738-9. EDN WNQLET.
3. Bharathi D., Vanajakshi L., Subramanian Sh.C. Spatio-temporal modelling and prediction of bus travel time using a higher-order traffic flow model // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2022. Vol. 596. P. 127086. DOI: 10.1016/j.physa.2022.127086. EDN HXKVPV.
4. A Review on Atmospheric Dispersion System for Air Pollutants Integrated with GIS in Urban Environment // *Nature Environment and Pollution Technology*. 2022. Vol. 21, no. 4. P. 1553–1563. DOI: 10.46488/nept.2022.v21i04.008. EDN BDVMYZ.
5. End-to-End Machine Learning Pipeline for Real-Time Network Traffic Classification and Monitoring in Android Automotive / Sr. Muralidharan [et al.] // *International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering*. 2022. Vol. 11, no. 7. P. 32–38. DOI: 10.35940/ijitee.g9982.0611722. EDN BAIMAJ.
6. Moumen I., Abouchabaka Ja., Rafalia N. Adaptive traffic lights based on traffic flow prediction using machine learning models // *International Journal of Electrical and Computer Engineering*. 2023. Vol. 13, no. 5. P. 5813. DOI: 10.11591/ijece.v13i5.pp5813–5823. EDN QHJDOR.
7. Worst-case traffic assignment model for mixed traffic flow of human-driven vehicles and connected and autonomous vehicles by factoring in the uncertain link capacity / J. Wang [et al.] // *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2022. Vol. 140. P. 103703. DOI: 10.1016/j.trc.2022.103703. EDN LEHMDS.
8. Chen X., Wu Zh., Liang Yu. Modeling Mixed Traffic Flow with Connected Autonomous Vehicles and Human-Driven Vehicles in Off-Ramp Diverging Areas // *Sustainability*. 2023. Vol. 15, no. 7. P. 5651. DOI: 10.3390/su15075651. EDN SWOUPU.
9. Analysis and comparison of traffic flow models: a new hybrid traffic flow model vs benchmark models / F. Storani [et al.] // *European Transport Research Review*. 2021. Vol. 13, no. 1. DOI: 10.1186/s12544-021-00515-0. EDN CADHKK.
10. Bilal M.T., Giglio D. Evaluation of macroscopic fundamental diagram characteristics for a quantified penetration rate of autonomous vehicles // *European Transport Research Review*. 2023. Vol. 15, no. 1. P. 10. DOI: 10.1186/s12544-023-00579-0. EDN NQMQS.
11. Моделирование однополосного транспортного потока беспилотных автомобилей на основе теории следования за лидером / И.Ю. Куверин [и др.] //

- Автоматика на транспорте. 2024. Т. 10, № 2. С. 166–177. DOI: 10.20295/2412-9186-2024-10-02-166-177. EDN FXSQXS.
12. Телематическая система мониторинга данных автомобиля / И.Ю. Куверин [и др.] // Научная жизнь. 2023. Т. 18, № 6 (132). С. 888–897. DOI: 10.26088/1991-9476-2023-18-6-888-897. EDN RSOPZJ.
 13. Гусев С.А., Куверин И.Ю., Васильев Д.А. Направления цифровизации транспортных систем в РФ // Автотранспортный комплекс: стратегия, инновации, кадры: сборник научных трудов VIII Международной научно-практической конференции (Москва, 24–25 марта 2022 года). М.: Перо, 2022. С. 114–116. EDN SJLXCM.
 14. Analysis and comparison of traffic flow models: a new hybrid traffic flow model vs benchmark models / F. Storani [et al.] // European Transport Research Review. 2021. Vol. 13, no. 1. DOI: 10.1186/s12544-021-00515-0. EDN CADHKN.
 15. Pipes L. A. An operational analysis of traffic dynamics // Journal of Applied Physics. 1953. Vol. 24, iss. 3. P. 274–281. DOI: 10.1063/1.1721265.
 16. Newell G.F. Nonlinear Effects in the Dynamics of Car Following // Operations Research. 1961. Vol. 9, no. 2. P. 209–229. DOI: 10.1287/opre.9.2.209.
 17. Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation / M. Bando [et al.] // Physical Review E. 1995. Vol. 51, iss. 2. P. 1035–1042. DOI: 10.1103/PhysRevE.51.1035.
 18. Komatsu T. S., Sasa S. -I. Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation // Physical Review E. 1995. Vol. 51, iss. 2. P. 1035–1042. DOI: 10.1103/PhysRevE.51.1035.
 19. Lenz H., Wagner C. K., Sollacher R. Multi-anticipative car-following model // Eur. Phys. J. 1998. B. 7. P. 331–335. DOI: 10.1007/s100510050618.
 20. Nagatani T. Stabilization and enhancement of traffic flow by the next-nearest-neighbor interaction // Physical Review E — Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics. 1999. Vol. 60, iss. 6. P. 6395–6401. DOI: 10.1103/PhysRevE.60.6395.
 21. Sawada S. Nonlinear analysis of a differential-difference equation with next-nearest-neighbour interaction for traffic flow // Journal of Physics A: Mathematical and General. 2001. Vol. 34, iss. 50. P. 11253–11259. DOI: 10.1088/0305-4470/34/50/307.
 22. Konishi K., Kokame H., Hirata K. Coupled map car-following model and its delayed-feedback control // Physical Review E — Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics. 1999. Vol. 60, iss. 4 A. P. 4000–4007. DOI: 10.1103/physreve.60.4000.
 23. Konishi K., Kokame H., Hirata K. Decentralized delayed-feedback control of an optimal velocity traffic model // European Physical Journal B. 2000. Vol. 15, iss. 4. P. 715–722. DOI: 10.1007/s100510051176.
 24. Zhao X., Gao Z. The stability analysis of the full velocity and acceleration velocity model // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Elsevier. 2007. Vol. 375, no. 2. P. 679–686. DOI: 10.1016/j.physa.2006.10.03.
 25. Phase transition on speed limit traffic with slope / X.-L. Li [et al.] // Chinese Physics B. 2008. Vol. 17, iss. 8. P. 3014–3020. DOI: 10.1088/1674-1056/17/8/042.
 26. Komada K., Masukura S., Nagatani T. Effect of gravitational force upon traffic flow with gradients // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2009. Vol. 388, iss. 14. P. 2880–2894. DOI: 10.1016/j.physa.2009.03.029.
 27. Zhu W.-X., Yu R.-L. Nonlinear analysis of traffic flow on a gradient highway // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2012. Vol. 391, iss. 4. P. 954–965. DOI: 10.1016/j.physa.2011.09.026.
 28. Liang Y.-J., Xue Y. Study on traffic flow affected by the road turning Wuli Xuebao // Acta Physica Sinica. 2010. Vol. 59, iss. 8. P. 5325–5331.
 29. Zhu W.-X., Zhang L.-D. Friction coefficient and radius of curvature effects upon traffic flow on a curved Road // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2012. Vol. 391, iss. 20. P. 4597–4605. DOI: 10.1016/j.physa.2012.05.032.
 30. Zhu W.-X., Yu R.-L. A new car-following model considering the related factors of a gyroidal road // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2014. Vol. 393. P. 101–111. DOI: 10.1016/j.physa.2013.09.049.
 31. Zhai C., Wu W., Xiao Y. 2023. Modeling continuous traffic flow with the average velocity effect of multiple vehicles ahead on gyroidal roads // Digital Transportation and Safety. 2023. Vol. 2, iss. 2. P. 124–138. DOI: 10.48130/DTS-2023-0010.
 32. Миненко Е.Ю., Кусморова Е.Ю. Повышение безопасности дорожного движения на вираже // Мир транспорта и технологических машин. 2015. № 1 (48). С. 103–110. EDN TNIJL.
 33. Михайлов К.А. Проектирование виража // Теоретические и практические аспекты развития современной науки: теория, методология, практика: сборник научных статей по материалам IX Международной научно-практической конференции (Уфа, 29 ноября 2022 года). Ч. 2. Уфа: НИЦ «Вестник науки», 2022. С. 219–224. EDN YGYAQS.
 34. Тарасик В.П. Оценка управляемости и устойчивости автомобиля при движении на вираже // Грузовик. 2020. № 11. С. 22–29. EDN EDPLNH.

35. Мустафин А.Ф. Анализ методик расчета виража по отечественным и зарубежным нормативным документам для автомобильной дороги IV категории // Перспективные научные исследования: опыт, проблемы и перспективы развития: сборник научных статей по материалам VI Международной научно-практической конференции (Уфа, 26 ноября 2021 года). Уфа: НИЦ «Вестник науки», 2021. С. 52–56. EDN MRKKTJ.
36. Миненко Е.Ю., Кусморова Ю.А. Повышение безопасности дорожного движения на вираже // Мир транспорта и технологических машин. 2015. № 1 (48). С. 103–110. EDN TNIJLL.
37. Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation / M. Bando [et al.] // Physical Review E. 1995. Vol. 51. P. 1035–1042 DOI: 10.1103/physreve.51.1035.
38. Helbing D., Tilch B. Generalized force model of traffic dynamics // Physical Review E. 1998. Vol. 58. P. 133–138. DOI: 10.1103/physreve.58.133.
39. Jiang R., Wu Q., Zhu Z. Full velocity difference model for a car-following theory // Physical Review E. 2001. Vol. 64. P. 017101. DOI: 10.1103/PhysRevE.64.017101.
40. Zhu W., Yu R. A new car-following model considering the related factors of a gyroidal road // Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications. 2014. Vol. 393. P. 101–111. DOI: 10.1016/j.physa.2013.09.049.
41. Sun D., Kang Y., Yang S. A novel car following model considering average speed of preceding vehicles group // Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications. 2015. Vol. 436. P. 103–109. DOI: 10.1016/j.physa.2015.04.028.
42. Multi-anticipative average flux effect in the lattice hydrodynamic model / H. Kuang [et al.] // IEEE Access. 2021. Vol. 9. P. 35279–35286. DOI: 10.1109/access.2021.3060080.
43. Zhai C., Wu W., Xiao Y. Modeling continuous traffic flow with the average velocity effect of multiple vehicles ahead on gyroidal roads // Digital Transportation and Safety. 2023. Vol. 2, iss. 2. P. 124–138. DOI: 10.48130/DTS-2023-0010.
44. Malicious traffic detection on sampled network flow data with novelty-detection-based models / A. Campazas-Vega [et al.] // Scientific Reports. 2023. Vol. 13, no. 1. P. 15446. DOI: 10.1038/s41598-023-42618-9. EDN EYVFBM.
45. Traffic flow prediction under multiple adverse weather based on self-attention mechanism and deep learning models / W. Zhang [et al.] // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2023. Vol. 625. P. 128988. DOI: 10.1016/j.physa.2023.128988. EDN OTBNLX.
46. Воробьев А.И. Управление движением высокоавтоматизированных автотранспортных средств в цифровой модели дорожного движения // XIV Всероссийская мультиконференция по проблемам управления МКПУ-2021: материалы XIV Мультиконференции (Дивноморское, Геленджик, 27 сентября – 2 октября 2021 года): в 4 т. Ростов-на-Дону; Таганрог: Южный федеральный университет, 2021. Т. 4. С. 145–147. EDN QJZKXM.

*TRANSPORT AUTOMATION RESEARCH. 2024. Vol. 10, no. 3. P. 269–281
DOI: 10.20295/2412-9186-2024-10-03-269-281*

Continuous traffic flow model of unmanned Vehicles travelling on a serpentine road with curves, taking into account the average speed of the vehicles ahead of them speed of vehicles ahead

Information about authors

Kuverin I. Yu., PhD in Engineering, Associate Professor. E-mail: igorkuv@mail.ru

Gusev S. A., Doctor of Economics, Professor, Head of the Department.

E-mail: o051nm@yandex.ru

Blinov D. G., Postgraduate Student. E-mail: bdg@rusptk.com

Gusrya I. A., Postgraduate Student. E-mail: guseva11.ia@yandex.ru

Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Department of “Organization of transportation, traffic safety and car service”, Saratov

Abstract: The paper proposes a new model of continuous traffic flow of unmanned autonomous cars when travelling on a serpentine with curves, taking into account the average speed of the cars ahead. The review of existing traffic flow models, in particular, the models of following the leader, such as the optimal speed model, generalised traffic model, model of total velocity difference is carried out. It is noted

that these models do not take into account the peculiarities of traffic on serpentine with turns. On the basis of the existing models, a new model of continuous traffic flow has been developed, the principal difference of which is the consideration of the transverse slope of the road (turn) when travelling on a serpentine. The model takes into account the action of forces on the vehicle, including gravity, driving force and centripetal force. The prospects of using the developed model in the conditions of using intelligent transport systems, when the information about the average speed of vehicles moving ahead is transmitted over the network, are shown. The proposed model allows to take into account the transverse slope of the road on curvilinear serpentine sections when calculating speed modes, to adequately assess the carrying capacity and identify potentially dangerous sections for optimisation of design decisions when creating unmanned transport.

Keywords: unmanned vehicles, traffic flow modelling, serpentine, curve, serpentine traffic modelling, road, model, road safety

References

1. Transfer learning-based highway crash risk evaluation considering manifold characteristics of traffic flow / Q. Liu [et al.] // Accident Analysis & Prevention. 2022. Vol. 168. P. 106598. DOI: 10.1016/j.aap.2022.106598. EDN JZHQBQ.
2. VISSIM calibration and validation of urban traffic: a case study Al-Madinah City / M. A. R. Abdeen [et al.] // Personal and Ubiquitous Computing. 2023. Vol. 27, no. 5. P. 1747–1756. DOI: 10.1007/s00779-023-01738-9. EDN WNQLET.

3. Bharathi D., Vanajakshi L., Subramanian Sh. C. Spatio-temporal modelling and prediction of bus travel time using a higher-order traffic flow model // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2022. Vol. 596. P. 127086. DOI: 10.1016/j.physa.2022.127086. EDN HXKVPV.
4. A Review on Atmospheric Dispersion System for Air Pollutants Integrated with GIS in Urban Environment // *Nature Environment and Pollution Technology*. 2022. Vol. 21, no. 4. P. 1553–1563. DOI: 10.46488/nept.2022.v21i04.008. EDN BDVMYZ.
5. End-to-End Machine Learning Pipeline for Real-Time Network Traffic Classification and Monitoring in Android Automotive / Sr. Muralidharan [et al.] // *International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering*. 2022. Vol. 11, no. 7. P. 32–38. DOI: 10.35940/ijtee.g9982.0611722. EDN BAIMAJ.
6. Moumen I., Abouchabaka Ja., Rafalia N. Adaptive traffic lights based on traffic flow prediction using machine learning models // *International Journal of Electrical and Computer Engineering*. 2023. Vol. 13, no. 5. P. 5813. DOI: 10.11591/ijece.v13i5.pp5813–5823. EDN QHJDOR.
7. Worst-case traffic assignment model for mixed traffic flow of human-driven vehicles and connected and autonomous vehicles by factoring in the uncertain link capacity / J. Wang [et al.] // *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2022. Vol. 140. P. 103703. DOI: 10.1016/j.trc.2022.103703. EDN LEHMDS.
8. Chen X., Wu Zh., Liang Yu. Modeling Mixed Traffic Flow with Connected Autonomous Vehicles and Human-Driven Vehicles in Off-Ramp Diverging Areas // *Sustainability*. 2023. Vol. 15, no. 7. P. 5651. DOI: 10.3390/su15075651. EDN SWOUPU.
9. Analysis and comparison of traffic flow models: a new hybrid traffic flow model vs benchmark models / F. Storani [et al.] // *European Transport Research Review*. 2021. Vol. 13, no. 1. DOI: 10.1186/s12544-021-00515-0. EDN CADHKH.
10. Bilal M. T., Giglio D. Evaluation of macroscopic fundamental diagram characteristics for a quantified penetration rate of autonomous vehicles // *European Transport Research Review*. 2023. Vol. 15, no. 1. P. 10. DOI: 10.1186/s12544-023-00579-0. EDN NQUMQS.
11. Modelirovanie odnopolosnogo transportnogo potoka bespilotny'x avtomobilej na osnove teorii sledovaniya za liderom / I. Yu. Kuverin [i dr.] // *Avtomatika na transporte*. 2024. T. 10, № 2. S. 166–177. DOI: 10.20295/2412-9186-2024-10-02-166-177. EDN FXSQXS. (In Russian)
12. Telematicheskaya sistema monitoringa danny'x avtomobilya / I. Yu. Kuverin [i dr.] // *Nauchnaya zhizn'*. 2023. T. 18, № 6 (132). S. 888–897. DOI: 10.26088/1991-9476-2023-18-6-888-897. EDN RSOPZJ. (In Russian)
13. Gusev S. A., Kuverin I. Yu., Vasil'ev D. A. Napravleniya cifrovizacii transportny'x sistem v RF // *Avtotransportny'j kompleks: strategiya, innovacii, kadry': sbornik nauchny'x trudov VIII Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii (Moskva, 24–25 marta 2022 goda)*. M.: Pero, 2022. S. 114–116. EDN SJLXCM. (In Russian)
14. Analysis and comparison of traffic flow models: a new hybrid traffic flow model vs benchmark models / F. Storani [et al.] // *European Transport Research Review*. 2021. Vol. 13, no. 1. DOI: 10.1186/s12544-021-00515-0. EDN CADHKH.
15. Pipes L. A. An operational analysis of traffic dynamics // *Journal of Applied Physics*. 1953. Vol. 24, iss. 3. P. 274–281. DOI: 10.1063/1.1721265.
16. Newell G. F. Nonlinear Effects in the Dynamics of Car Following // *Operations Research*. 1961. Vol. 9, no. 2. P. 209–229. DOI: 10.1287/opre.9.2.209.
17. Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation / M. Bando [et al.] // *Physical Review E*. 1995. Vol. 51, iss. 2. P. 1035–1042. DOI: 10.1103/PhysRevE.51.1035.
18. Komatsu T. S., Sasa S.-I. Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation // *Physical Review E*. 1995. Vol. 51, iss. 2. P. 1035–1042. DOI: 10.1103/PhysRevE.51.1035.
19. Lenz H., Wagner C. K., Solla R. Multi-anticipative car-following model // *Eur. Phys. J.* 1998. B. 7. P. 331–335. DOI: 10.1007/s100510050618.
20. Nagatani T. Stabilization and enhancement of traffic flow by the next-nearest-neighbor interaction // *Physical Review E — Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics*. 1999. Vol. 60, iss. 6. P. 6395–6401. DOI: 10.1103/PhysRevE.60.6395.
21. Sawada S. Nonlinear analysis of a differential-difference equation with next-nearest-neighbor interaction for traffic flow // *Journal of Physics A: Mathematical and General*. 2001. Vol. 34, iss. 50. P. 11253–11259. DOI: 10.1088/0305-4470/34/50/307.
22. Konishi K., Kokame H., Hirata K. Coupled map car-following model and its delayed-feedback control // *Physical Review E — Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics*. 1999. Vol. 60, iss. 4 A. P. 4000–4007. DOI: 10.1103/physreve.60.4000.
23. Konishi K., Kokame H., Hirata K. Decentralized delayed-feedback control of an optimal velocity traffic model // *European Physical Journal B*. 2000. Vol. 15, iss. 4. P. 715–722. DOI: 10.1007/s100510051176.
24. Zhao X., Gao Z. The stability analysis of the full velocity and acceleration velocity model // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Elsevier*. 2007. Vol. 375, No. 2. P. 679–686. DOI: 10.1016/j.physa.2006.10.03.
25. Phase transition on speed limit traffic with slope / X.-L. Li [et al.] // *Chinese Physics B*. 2008. Vol. 17, iss. 8. P. 3014–3020. DOI: 10.1088/1674-1056/17/8/042.
26. Komada K., Masukura S., Nagatani T. Effect of gravitational force upon traffic flow with gradients // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2009. Vol. 388, iss. 14. P. 2880–2894. DOI: 10.1016/j.physa.2009.03.029.
27. Zhu W.-X., Yu R.-L. Nonlinear analysis of traffic flow on a gradient highway // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2012. Vol. 391, iss. 4. P. 954–965. DOI: 10.1016/j.physa.2011.09.026.
28. Liang Y.-J., Xue Y. Study on traffic flow affected by the road turning Wuli Xuebao // *Acta Physica Sinica*. 2010. Vol. 59, iss. 8. P. 5325–5331.
29. Zhu W.-X., Zhang L.-D. Friction coefficient and radius of curvature effects upon traffic flow on a curved Road // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2012. Vol. 391, iss. 20. P. 4597–4605. DOI: 10.1016/j.physa.2012.05.032.
30. Zhu W.-X., Yu R.-L. A new car-following model considering the related factors of a gyroidal road // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2014. Vol. 393. P. 101–111. DOI: 10.1016/j.physa.2013.09.049.
31. Zhai C., Wu W., Xiao Y. 2023. Modeling continuous traffic flow with the average velocity effect of multiple vehicles ahead on gyroidal roads // *Digital Transportation and Safety*. 2023. Vol. 2, iss. 2. P. 124–138 DOI: 10.48130/DTS-2023-0010.
32. Minenko E. Yu., Kusmorova E. Yu. Povy'shenie bezopasnosti dorozhnogo dvizheniya na virazhe // *Mir transporta i tehnologicheskix mashin*. 2015. № 1 (48). S. 103–110. EDN TNIJLL. (In Russian)
33. Mixajlov K. A. Proektirovanie virazha // *Teoreticheskie i prakticheskie aspekty razvitiya sovremennoj nauki: teoriya, metodologiya, praktika: sbornik nauchny'x statej po materialam IX Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii (Ufa, 29 noyabrya 2022 goda)*. Ch. 2. Ufa: NICz "Vestnik nauki", 2022. S. 219–224. EDN YGYAQS. (In Russian)
34. Tarasik V. P. Ocenka upravlyaemosti i ustojchivosti avtomobilya pri dvizhenii na virazhe // *Gruzovik*. 2020. № 11. S. 22–29. EDN EDPLNH. (In Russian)
35. Mustafin A. F. Analiz metodik rascheta virazha po otechestvenny'm i zarubezhny'm normativny'm dokumentam dlya avtomobil'noj dorogi IV kategorii // *Perspektivny'e nauchny'e issledovaniya: opyt, problemy i perspektivy razvitiya: sbornik nauchny'x statej po materialam VI Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii (Ufa, 26 noyabrya 2021 goda)*. Ufa: NICz "Vestnik nauki", 2021. S. 52–56. EDN MRKKTJ. (In Russian)
36. Minenko E. Yu., Kusmorova Yu. A. Povy'shenie bezopasnosti dorozhnogo dvizheniya na virazhe // *Mir transporta i tehnologicheskix mashin*. 2015. № 1 (48). S. 103–110. EDN TNIJLL. (In Russian)
37. Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation / M. Bando [et al.] // *Physical Review E*. 1995. Vol. 51. P. 1035–1042 DOI: 10.1103/physreve.51.1035.
38. Helbing D., Tilch B. Generalized force model of traffic dynamics // *Physical Review E*. 1998. Vol. 58. P. 133–138. DOI: 10.1103/physreve.58.133.

39. Jiang R., Wu Q., Zhu Z. Full velocity difference model for a car-following theory // *Physical Review E*. 2001. Vol. 64. P. 017101. DOI: 10.1103/PhysRevE.64.017101.
40. Zhu W., Yu R. A new car-following model considering the related factors of a gyroidal road // *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*. 2014. Vol. 393. P. 101–111. DOI: 10.1016/j.physa.2013.09.049.
41. Sun D., Kang Y., Yang S. A novel car following model considering average speed of preceding vehicles group // *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*. 2015. Vol. 436. P. 103–109. DOI: 10.1016/j.physa.2015.04.028.
42. Multi-anticipative average flux effect in the lattice hydrodynamic model / H. Kuang [et al.] // *IEEE Access*. 2021. Vol. 9. P. 35279–35286. DOI: 10.1109/access.2021.3060080.
43. Zhai C., Wu W., Xiao Y. Modeling continuous traffic flow with the average velocity effect of multiple vehicles ahead on gyroidal roads // *Digital Transportation and Safety*. 2023. Vol. 2, iss. 2. P. 124–138. DOI: 10.48130/DTS-2023-0010.
44. Malicious traffic detection on sampled network flow data with novelty-detection-based models / A. Campazas-Vega [et al.] // *Scientific Reports*. 2023. Vol. 13, no. 1. P. 15446. DOI 10.1038/s41598-023-42618-9. EDN EYVFBM.
45. Traffic flow prediction under multiple adverse weather based on self-attention mechanism and deep learning models / W. Zhang [et al.] // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2023. Vol. 625. P. 128988. DOI: 10.1016/j.physa.2023.128988. EDN OTBNLX.
46. Vorob`ev A. I. Upravlenie dvizheniem vy`sokoavtomatizirovanny`x avtotransportny`x sredstv v cifrovoj modeli dorozhnogo dvizheniya // XIV Vserossijskaya mul`tikonferenciya po problemam upravleniya MKPU-2021: materialy` XIV Mul`tikonferencii (Divnomorskoe, Gelendzhik, 27 sentyabrya – 2 oktyabrya 2021 goda): v 4 t. Rostov-na-Dony; Taganrog: Yuzhny`j federal`ny`j universitet, 2021. T. 4. S. 145–147. EDN QJZKXM. (In Russian)