

МЕТОДИКА ПОЛУЧЕНИЯ А-ПАРАМЕТРОВ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКА РЕЛЬСОВОЙ ЛИНИИ ПРИ ИЗЛОМЕ РЕЛЬСА БЕЗ АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

ЩЕРБИНА Алексей Евгеньевич, канд. техн. наук, руководитель отдела рельсовых цепей;
e-mail: alexey.shcherbina@1520signal.ru

ЩЕРБИНА Евгений Геннадьевич, канд. техн. наук, доцент, технический директор;
e-mail: evgeny.shcherbina@1520signal.ru

Отдел рельсовых цепей, дирекция ООО «1520 Сигнал»

Работа посвящена проблеме математического моделирования рельсовой линии при изломе рельса в рельсовых цепях сложной конфигурации. В первой части статьи приводится методика расчета А-параметров эквивалентного четырехполюсника рельсовой линии, позволяющая при использовании ЭВМ отказаться от аналитического решения системы уравнений, составленных на основании граничных условий для определения постоянных интегрирования, и последующего получения аналитических выражений для определения А-параметров. Методика основана на использовании метода обратной матрицы для решения системы линейных алгебраических уравнений, реализованного прикладным математическим пакетом. Указанная методика описывается на примере простейшего случая излома рельса — излома в неразветвленной рельсовой цепи, ограниченной изолирующими стыками. Во второй части приводится пример реализации описываемой методики в виде программного кода на языке программирования Python на данном простейшем примере, демонстрируется практическое совпадение с результатами расчета по известному аналитическому решению. В третьей части статьи приводятся уравнения, позволяющие с использованием представленной методики выполнить расчет А-параметров эквивалентного четырехполюсника рельсовой линии разветвленной рельсовой цепи с тремя стрелками и четырьмя релейными концами для всех возможных вариантов локализации излома рельса.

Ключевые слова: рельсовая цепь, математическая модель рельсовой линии, имитационное моделирование, контрольный режим, излом рельса.

DOI: 10.20295/2412-9186-2024-10-02-123-154

▼ Введение

Обеспечение правильного функционирования электрической рельсовой цепи по выполнению ее основной задачи — обнаружению поезда на пути и обнаружению излома рельса в отсутствие поезда — требует определения регулировочных характеристик расчетным путем. По заданным напряжению и току на входе путевого приемника находят необходимые для этого напряжение и ток на выходе путевого генератора. Или по известным напряжению и току на выходе путевого генератора рассчитывают напряжение и ток на входе путевого приемника. Для решения таких задач необходимы математические выражения, устанавливающие связь между входными и выходными величинами — математическая модель рельсовой линии в основных режимах ее работы — нормальном, шунтовом и контрольном. С пер-

выми двумя проблем нет, известные выражения просты и используются широко и без сомнений на практике, их несложно применить в расчетах на калькуляторе. В то же время с моделью контрольного режима более-менее ясно лишь в простейшем случае — случае неразветвленной рельсовой цепи. Поиску математической модели рельсовых цепей с ответвлениями посвящено множество научных трудов, но вопрос окончательно решенным не представляется в силу большого объема и сложности преобразований и сложности и плохой проверяемости на практике получаемых аналитических решений. Позволяющая отказаться от поиска аналитического решения методика предлагается в данной работе. Приводятся практические примеры решения задачи моделирования контрольного режима рельсовой цепи, позволяющие оценить адекватность и эффективность подхода.

Известная методика определения коэффициентов уравнений передачи в форме A рельсового четырехполюсника при оборванной рельсовой нити (полном изломе рельса), описанная в [1], включает в себя получение аналитических выражений для A -параметров на основании аналитического решения дифференциальных уравнений токов и напряжений вдоль рельсовой линии, для чего, в свою очередь, выполняется аналитическое решение системы линейных уравнений, составленной на основании граничных условий, относительно постоянных интегрирования. Количество постоянных интегрирования, а следовательно, и линейных уравнений в системе зависит от сложности топологии фрагмента рельсовой линии, для которого определяются параметры эквивалентного четырехполюсника. Например, постоянных интегрирования:

- четыре — для фрагмента неразветвленной рельсовой линии, ограниченной изолирующими стыками, от питающего конца до места излома рельса [1];

- двенадцать — для фрагмента рельсовой линии без изолирующих стыков от питающего конца до места излома рельса, с учетом одной смежной рельсовой цепи и допущением, что за ней находится бесконечно длинная рельсовая линия;

- шестнадцать — для фрагмента рельсовой линии от места излома рельса до релейного конца разветвленной рельсовой цепи с одной стрелкой и двумя релейными концами;

- двадцать — для фрагмента рельсовой линии от места излома рельса до релейного конца разветвленной рельсовой цепи с двумя стрелками и тремя релейными концами.

В данной статье описана методика, позволяющая отказаться от трудоемкого получения выражений A -параметров через аналитическое решение системы линейных уравнений для определения постоянных интегрирования. Вместо этого предлагается определять числовые значения постоянных интегрирования и уже по ним рассчитывать числовые значения A -параметров.

Для простоты и наглядности предлагаемая методика определения A -параметров продемонстрирована на простейшем примере из [1] (с. 91, раздел IV.3).

1. Суть предлагаемой методики

Используем схему замещения рельсовой линии и условные обозначения, принятые на рис. IV.4 в [1] (рис. 1). В этой схеме замещения рельсовая линия представляется как каскадное соединение двух четырехполюсников — N_{11} , N_{12} . Первый четырехполюсник, N_{11} , замещает участок рельсовой линии между питающим концом и местом обрыва рельсовой нити, а второй, N_{12} — между местом обрыва рельсовой нити и нагрузкой.

$$N_{ко} = \begin{vmatrix} A_{ко} & B_{ко} \\ C_{ко} & D_{ко} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_{13} & B_{13} \\ C_{13} & D_{13} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} A_{23} & B_{23} \\ C_{23} & D_{23} \end{vmatrix}. \quad (1)$$

Общее решение дифференциальных уравнений распространения напряжений и токов вдоль рельсовой линии в соответствии с [1] имеет вид (2) – (5).

$$\dot{U}_{1x} = A_1 \operatorname{ch}(\gamma_1 x) + A_2 \operatorname{sh}(\gamma_1 x) + A_3 \operatorname{ch}(\gamma_2 x) + A_4 \operatorname{sh}(\gamma_2 x), \quad (2)$$

$$\dot{U}_{2x} = M(A_1 \operatorname{ch}(\gamma_1 x) + A_2 \operatorname{sh}(\gamma_1 x)) + N(A_3 \operatorname{ch}(\gamma_2 x) + A_4 \operatorname{sh}(\gamma_2 x)), \quad (3)$$

$$\dot{I}_{1x} = y_{11}(A_1 \operatorname{sh}(\gamma_1 x) + A_2 \operatorname{ch}(\gamma_1 x)) + y_{12}(A_3 \operatorname{sh}(\gamma_2 x) + A_4 \operatorname{ch}(\gamma_2 x)), \quad (4)$$

$$\dot{I}_{2x} = y_{21}(A_1 \operatorname{sh}(\gamma_1 x) + A_2 \operatorname{ch}(\gamma_1 x)) + y_{22}(A_3 \operatorname{sh}(\gamma_2 x) + A_4 \operatorname{ch}(\gamma_2 x)). \quad (5)$$

Граничные условия для определения постоянных интегрирования $A_1 - A_4$ для участка рельсовой линии от питающего конца до места обрыва рельсовой нити в соответствии со схемой замещения, приведенной на рис. 1, имеют вид (6) – (9) (с. 92 в [1]):

$$y_{21}A_2 + y_{22}A_4 = 0, \quad (6)$$

$$y_{11}A_2 + y_{12}A_4 = \dot{I}_{1c}, \quad (7)$$

$$A_1 + A_3 = \dot{U}_{1c}, \quad (8)$$

$$k'_1A_1 + k'_2A_2 + k'_3A_3 + k'_4A_4 = 0. \quad (9)$$

Вместо вывода аналитических выражений для $A_1 - A_4$ из уравнений (6) – (9), как это выполняется в [1] (с. 93–94), перепишем эти уравнения в матричной форме:

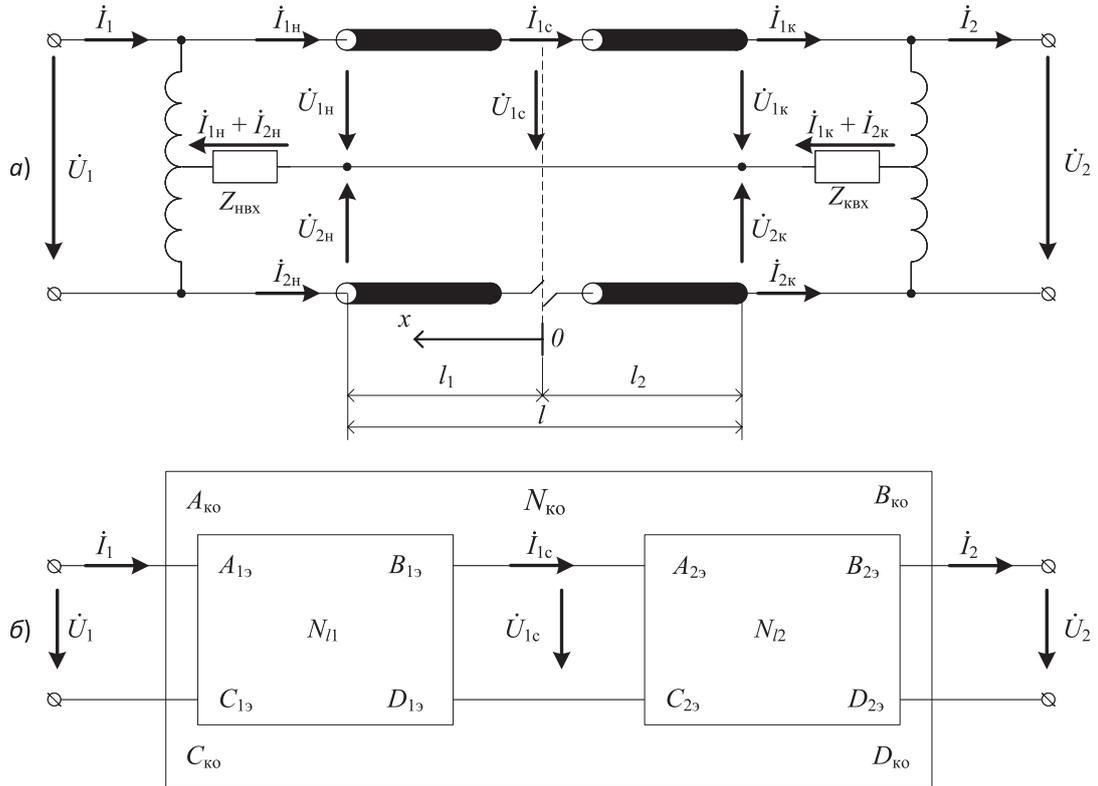


Рис. 1. Схема замещения рельсовой цепи в контрольном режиме, принятая в [1] (рис. IV.4): а) с линиями с распределенными параметрами; б) как каскадное соединение четырехполюсников

$$\begin{pmatrix} 0 & y_{21} & 0 & y_{22} \\ 0 & y_{11} & 0 & y_{12} \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ k'_1 & k'_2 & k'_3 & k'_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{i}_{1c} \\ \dot{U}_{1c} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

a — вектор неизвестных,

$$a = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Примем следующие обозначения:

K — матрица коэффициентов перед постоянными интегрирования $A_1 - A_4$,

$$K = \begin{pmatrix} 0 & y_{21} & 0 & y_{22} \\ 0 & y_{11} & 0 & y_{12} \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ k'_1 & k'_2 & k'_3 & k'_4 \end{pmatrix}; \quad (11)$$

b — вектор свободных членов,

$$b = \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{i}_{1c} \\ \dot{U}_{1c} \\ 0 \end{pmatrix}; \quad (12)$$

В соответствии с методом обратной матрицы вектор неизвестных определяется по формуле:

$$a = K^{-1} \cdot b. \quad (14)$$

Представим векторы a и b как функции двух переменных, \dot{U}_{1c} и \dot{i}_{1c} :

$$a(\dot{U}_{1c}, \dot{i}_{1c}) = K^{-1} \cdot b(\dot{U}_{1c}, \dot{i}_{1c}). \quad (15)$$

Тогда и напряжение, и ток в начале рельсовой линии можно представить как функции напряжения и тока в месте излома рельса, \dot{U}_{1c} , \dot{i}_{1c} , а формулу (IV.43) [1] записать в виде:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1(\dot{U}_{1c}, \dot{I}_{1c}) = & (1-M)(a(\dot{U}_{1c}, \dot{I}_{1c})_0 \operatorname{ch}(\gamma_1 l_1) + \\ & + a(\dot{U}_{1c}, \dot{I}_{1c})_1 \operatorname{sh}(\gamma_1 l_1)) + (1-N)(a(\dot{U}_{1c}, \dot{I}_{1c})_2 \operatorname{ch}(\gamma_2 l_1) + \\ & + a(\dot{U}_{1c}, \dot{I}_{1c})_3 \operatorname{sh}(\gamma_2 l_1)). \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_1(\dot{U}_{1c}, \dot{I}_{1c}) = & 0,5[(y_{11} - y_{21})(a(\dot{U}_{1c}, \dot{I}_{1c})_0 \operatorname{sh}(\gamma_1 l_1) + \\ & + a(\dot{U}_{1c}, \dot{I}_{1c})_1 \operatorname{ch}(\gamma_1 l_1)) + (y_{12} - y_{22})(a(\dot{U}_{1c}, \dot{I}_{1c})_2 \operatorname{sh}(\gamma_2 l_1) + \\ & + a(\dot{U}_{1c}, \dot{I}_{1c})_3 \operatorname{ch}(\gamma_2 l_1))]. \end{aligned} \quad (17)$$

Таким образом, задавшись численными значениями напряжения и тока $\dot{U}_{1c}, \dot{I}_{1c}$ на выходе эквивалентного четырехполюсника рельсовой линии от питающего конца до места излома рельса N_{11} , по формулам (16) и (17) можно рассчитать, соответственно, напряжение и ток в начале рельсовой линии, \dot{U}_1, \dot{I}_1 , определив по формуле (15) численные значения постоянных интегрирования.

В обобщенном виде формулы (16), (17) могут быть записаны следующим образом:

$$\dot{U}_1 = f_1(f(\dot{U}_{1c}, \dot{I}_{1c})), \quad (18)$$

$$\dot{I}_1 = f_2(f(\dot{U}_{1c}, \dot{I}_{1c})). \quad (19)$$

При выполнении расчета токов и напряжений в рельсовой цепи при изломе рельса методом последовательного обратного пересчета от путевого приемника к путевому генератору выражения (18) и (19) могут быть использованы вместо уравнений передачи четырехполюсника в форме A . В этом случае для решения данной задачи потребуется также получить аналогичные выражения для расчета $\dot{U}_{1c}, \dot{I}_{1c}$ при известных значениях \dot{U}_2, \dot{I}_2 (см. рис. 1).

Получать же числовые значения A -параметров эквивалентного четырехполюсника рельсовой линии N_{11} предлагается следующим образом.

Зададимся двумя парами числовых значений $\dot{U}_{1c}, \dot{I}_{1c}$:

- первая пара, $\dot{U}_{1cx} = 1, \dot{I}_{1cx} = 0$, имитирует режим холостого хода;
- вторая пара, $\dot{U}_{1cx} = 0, \dot{I}_{1cx} = 1$, имитирует режим короткого замыкания.

Этим двум парам значений напряжения и тока на выходе четырехполюсника N_{11} соответствуют две пары значений напряжения и тока на входе данного четырехполюсника:

$\dot{U}_{1x}, \dot{I}_{1x}$ — в режиме холостого хода;

$\dot{U}_{1к}, \dot{I}_{1к}$ — в режиме короткого замыкания.

В соответствии с (18), (19) они могут быть вычислены:

$$\dot{U}_{1x} = f_1(f(\dot{U}_{1cx}, \dot{I}_{1cx})), \quad \dot{I}_{1x} = f_2(f(\dot{U}_{1cx}, \dot{I}_{1cx})), \quad (20)$$

$$\dot{U}_{1к} = f_1(f(\dot{U}_{1кx}, \dot{I}_{1кx})), \quad \dot{I}_{1к} = f_2(f(\dot{U}_{1кx}, \dot{I}_{1кx})). \quad (21)$$

Имея числовые значения $\dot{U}_{1x}, \dot{I}_{1x}, \dot{U}_{1к}, \dot{I}_{1к}$, можно рассчитать A -параметры четырехполюсника N_{11} , как это делается в известном методе измерения A -параметров эквивалентного четырехполюсника — «холостого хода и короткого замыкания»:

$$A_{13} = \frac{\dot{U}_{1x}}{\dot{U}_{1кx}}, \quad (22)$$

$$B_{13} = \frac{\dot{U}_{1к}}{\dot{I}_{1кx}}, \quad (23)$$

$$C_{13} = \frac{\dot{I}_{1x}}{\dot{U}_{1кx}}, \quad (24)$$

$$D_{13} = \frac{\dot{I}_{1к}}{\dot{I}_{1кx}}. \quad (25)$$

Для расчета A -параметров четырехполюсника N_{12} , замещающего рельсовую линию от места излома рельса до релейного конца рельсовой цепи, можно использовать эти же формулы (22) – (25), изменив при расчете постоянных интегрирования l_1 на l_2 и приняв во внимание обратное направление передачи.

2. Пример реализации методики на языке программирования Python

Так как практические задачи, связанные с математическим моделированием рельсовых цепей, решаются на ЭВМ при помощи программных средств, то целесообразно привести пример реализации описанной выше методики расчета A -параметров.

Ниже показана реализация с помощью языка программирования *Python* с использованием встроенных библиотек *math, cmath* и дополнительно устанавливаемой библиотеки *numpy*. Выбор данного языка программирования обусловлен его доступностью, простотой синтаксиса и наличием встроенных типов данных и библиотек, обладающих функционалом, необходимым для электротехнических расчетов.

Свободно распространяемые библиотеки для языка программирования *Python* позволяют в значительной степени автоматизировать процесс разработки регулировочных таблиц рельсовых цепей за счет простого функционала по импорту исходных данных из файлов *Microsoft Excel* и экспорта результатов расчета в файлы *Microsoft Word*. Для иллюстраций используется среда разработки *Jupyter Lab*, позволяющая выполнять код отдельными блоками с выводом промежуточных результатов. В качестве иллюстраций ниже приводятся фрагменты снимков экрана в данной среде разработки. Перечисленные программные продукты являются свободно распространяемым программным обеспечением с открытым исходным кодом, что, учитывая исчерпывающую полноту приводимого здесь программного кода, позволяет беспрепятственно самостоятельно повторить приведенную ниже демонстрацию.

Напишем функцию $n_1e(l, ri)$, которая, получая в качестве входных параметров расстояние от питающего конца до места обрыва рельсовой нити l и удельное сопротивление изоляции рельсовой линии ri , возвращала бы числовые значения $A_{1э}, B_{1э}, C_{1э}, D_{1э}$.

Импортируем модуль *numpy* (рис. 2) и для краткости переопределяем названия функций вычисления гиперболического косинуса и гиперболического синуса. Из модулей *math*

и *cmath* импортируем функции, которые позволят вводить комплексные числа в показательной форме с аргументом в градусах.

В рамках данного примера будем рассматривать частоту f (в программном коде обозначается F), удельное сопротивление изоляции рельсовой линии z_p (в коде — Zr), постоянную земляного тракта E (в коде — Er) и коэффициент поверхностной проводимости p (в коде — P) как константы. Зададим их значения (рис. 3).

На рис. 4 и 5 показан код самой функции $n_1e(l, ri)$. Для ясности следует пояснить имена некоторых переменных, используемых в теле функции. Ниже приведен их перечень с пояснениями и принятыми для них обозначениями в [1].

z_w — волновое сопротивление симметричной рельсовой линии Z_B ;

z_w1 — волновое сопротивление тракта рельс-земля симметричной рельсовой линии Z_{B1} ;

z_w2 — волновое сопротивление фазового тракта симметричной рельсовой линии Z_{B2} ;

gm — постоянная распространения электромагнитной волны симметричной рельсовой линии γ ;

$gm1$ — постоянная распространения электромагнитной волны земляного тракта рельсовой линии γ_1 ;

```
1 import numpy as np
2 ch, sh = np.cosh, np.sinh
3 from cmath import rect
4 from math import radians
```

Рис. 2. Импорт модуля *numpy*, функций вычисления гиперболических косинуса и синуса, перевода комплексных чисел из показательной формы в алгебраическую, перевода градусов в радианы

```
1 F = 420
2 Zr = rect(4.9, radians(79))
3 Er = rect(1.87, radians(1.84))
4 P = 0
```

Рис. 3. Задание численных значений переменных F, Zr, Er, p

$gm2$ — постоянная распространения электромагнитной волны фазового тракта рельсовой линии γ_2 при симметричной рельсовой линии;
 $y11$ — коэффициент y_{11} (с. 85 [1]);
 $y12$ — коэффициент y_{12} (с. 85 [1]);
 $y21$ — коэффициент y_{21} при симметричной рельсовой линии (с. 85 [1]);
 $y22$ — коэффициент y_{22} при симметричной рельсовой линии (с. 85 [1]);

M — коэффициент M при симметричной рельсовой линии (с. 85 [1]);
 N — коэффициент N при симметричной рельсовой линии (с. 85 [1]);
 z_nvh — входное сопротивление между средней точкой дроссель-трансформатора и землей в начале рельсовой линии $Z_{\text{HВХ}}$;
 $k1 - k4$ — коэффициенты $k'_1 - k'_4$ в соответствии с [1] (с. 93)

```

1  def n_1e(l1, ri):
2      z_w = np.sqrt(Zr * ri)
3      z_w1 = 0.5 * Er * z_w * np.sqrt(1 + 2 * P)
4      z_w2 = 0.5 * z_w
5      gm = np.sqrt(Zr / ri)
6      gm1 = (Er * gm) / (np.sqrt(1 + 2 * P))
7      gm2 = gm
8      y11 = 1 / z_w1
9      y12 = 1 / z_w2
10     y21 = y11
11     y22 = -y12
12     M = 1
13     N = -1
14     z_nvh = z_w1 / 2
15     k1 = (1 + M) * ch(gm1 * l1) + 2 * z_nvh * (y11 + y21) * sh(gm1 * l1)
16     k2 = (1 + M) * sh(gm1 * l1) + 2 * z_nvh * (y11 + y21) * ch(gm1 * l1)
17     k3 = (1 + N) * ch(gm2 * l1) + 2 * z_nvh * (y12 + y22) * sh(gm2 * l1)
18     k4 = (1 + N) * sh(gm2 * l1) + 2 * z_nvh * (y12 + y22) * ch(gm2 * l1)
19
20     def a(u_1c, i_1c):
21         # Функция расчёта вектора неизвестных в зависимости от заданных
22         # значений напряжения и тока в месте излома рельса.
23         # Зададим матрицу коэффициентов 4x4 из нулей, а затем отдельно
24         # зададим ненулевые коэффициенты в соответствии с (11)
25         K = np.zeros((4, 4), dtype=np.complex128)
26         K[0, 1] = y21
27         K[0, 3] = y22
28         K[1, 1] = y11
29         K[1, 3] = y12
30         K[2, 0] = 1
31         K[2, 2] = 1
32         K[3, 0] = k1
33         K[3, 1] = k2
34         K[3, 2] = k3
35         K[3, 3] = k4
36
37         # Зададим вектор свободных членов из нулей, а затем отдельно
38         # зададим ненулевые свободные члены в соответствии с (12)
39         b = np.zeros(4, dtype=np.complex128)
40         b[1] = i_1c
41         b[2] = u_1c
42
43         # С помощью функции numpy.linalg.solve возвращаем вектор численных
44         # значений неизвестных x, полученный методом обратной матрицы.
45         return np.linalg.solve(K, b)

```

Рис. 4. Код функции $n_1e(l1, ri)$ (начало)

```

46
47 def u1i1(u_1c, i_1c):
48     # Функция расчёта напряжения и тока в начале рельсовой линии при
49     # заданных значениях напряжения и тока в месте излома рельса.
50     # Рассчитываем значения постоянных интегрирования.
51     A1, A2, A3, A4 = a(u_1c, i_1c)
52     # Рассчитываем напряжение U1 и ток I1 по формулам (16), (17).
53     u1 = (1 - M) * (A1 * ch(gm1 * l1) + A2 * sh(gm1 * l1)) + \
54           (1 - N) * (A3 * ch(gm2 * l1) + A4 * sh(gm2 * l1))
55     i1 = 0.5 * ((y11 - y21) * (A1 * sh(gm1 * l1) + \
56                           A2 * ch(gm1 * l1)) + \
57               (y12 - y22) * (A3 * sh(gm2 * l1) + \
58                           A4 * ch(gm2 * l1)))
59     return u1, i1
60
61     # Задаём условные значения напряжений и токов для имитации режимов холостого
62     # хода и короткого замыкания на выходе эквивалентного
63     # четырёхполюсника рельсовой линии между питающим концом и местом излома рельса.
64     U_1ck = 0
65     I_1ck = 1
66     U_1ch = 1
67     I_1ch = 0
68
69     # Рассчитываем напряжение и токи х.х. и к.з. на входе эквивалентного ЧП
70     U_1k, I_1k = u1i1(U_1ck, I_1ck)
71     U_1h, I_1h = u1i1(U_1ch, I_1ch)
72
73     # Рассчитываем A-параметры по формулам (22) - (25)
74     A_1e = U_1h / U_1ch
75     B_1e = U_1k / I_1ck
76     C_1e = I_1h / U_1ch
77     D_1e = I_1k / I_1ck
78
79     # Возвращаем полученный результат в виде словаря.
80     return {'A': A_1e, 'B': B_1e, 'C': C_1e, 'D': D_1e}

```

Рис. 5. Код функции $n_{-1}e(l, ri)$ (окончание)

Выполним проверку результатов, возвращаемых функцией $n_{-1}e(l, ri)$, на обратимость четырехполюсника, который они характеризуют. Для этого напишем функцию, возвращающую результат выражения $AD - BC$, и вычислим с помощью нее значения на сетке из 2500 точек: 50 значений l от 0 до 1 км, 50 значений ri от 0,5 до 3,0 Ом · км.

Частично выведенные на рис. 6 результаты проверки на вид практически равны единице. Чтобы удостовериться, что для всех 2500 точек проверка на обратимость выполняется, выведем минимальный и максимальный результаты, округлив их до 14 знаков после запятой (рис. 7).

С практически приемлемой точностью до 10^{-14} вещественная часть вычисляемого вы-

ражения $AD - BC$ равна единице, мнимая — нулю. Следовательно, результат проверки — положительный.

Далее следует оценить результаты расчета A -параметров рельсового четырехполюсника по предлагаемой методике относительно результатов, полученных по известным формулам. Для этого сперва следует написать функцию, которая будет вычислять A -параметры эквивалентного четырехполюсника всей рельсовой линии в контрольном режиме, от питающего конца до релейного конца, а не только ее части от питающего конца до места излома рельса. На рис. 8 приведен код этой функции — n_{-ko} .

Функция принимает на вход параметры:

l — расстояние от питающего конца до места излома рельса [км];

```

1 @np.vectorize
2 def linear_and_reversable(n):
3     return n['A'] * n['D'] - n['B'] * n['C']
4
5 vect_n_1e = np.vectorize(n_1e) # "Векторизируем" функцию проверки, чтобы выполнить проверку
6                                # для двумерной сетки значений, получив в результате массив из
7                                # результатов проверки.
8 # Задаём сетку аргументов для проверки, которая содержит 2500 двумерных точек.
9 l1v, r1v = np.meshgrid(np.linspace(0, 1, 50), np.linspace(0.5, 3, 50))
10
11 l_and_r_check = linear_and_reversable(vect_n_1e(l1v, r1v)) # Выполняем расчёт проверки.
12 l_and_r_check

```

```

array([[[-1.73867657e-16j, 1.-1.24900090e-16j, 1.+2.77555756e-17j, ...],
        [1.+0.00000000e+00j, 1.-1.42108547e-14j, 1.+0.00000000e+00j],
        [1.+1.61861852e-16j, 1.+1.66533454e-16j, 1.+2.77555756e-16j, ...],
        [1.-7.10542736e-15j, 1.-1.42108547e-14j, 1.-1.42108547e-14j],
        [1.-5.55111512e-17j, 1.+6.93889390e-17j, 1.-5.55111512e-17j, ...],
        [1.+0.00000000e+00j, 1.-3.55271368e-15j, 1.+3.55271368e-15j],
        ...,
        [1.+0.00000000e+00j, 1.+4.16333634e-17j, 1.+1.38777878e-17j, ...],
        [1.+0.00000000e+00j, 1.-8.88178420e-16j, 1.-8.88178420e-16j],
        [1.+0.00000000e+00j, 1.+1.45716772e-16j, 1.-1.38777878e-17j, ...],
        [1.+0.00000000e+00j, 1.-8.88178420e-16j, 1.+8.88178420e-16j],
        [1.-6.00024151e-17j, 1.+4.85722573e-17j, 1.-1.11022302e-16j, ...],
        [1.+8.88178420e-16j, 1.+8.88178420e-16j, 1.-8.88178420e-16j]])

```

Рис. 6. Код функции *linear_and_reversable(n)* результат ее выполнения

```

1 np.round((np.min(l_and_r_check), np.max(l_and_r_check)), 14)

```

```

array([1.+0.j, 1.+0.j])

```

Рис. 7. Округление наименьшего и наибольшего результатов проверки на линейность и обратимость

```

1 def n_ko(l1, ri, l):
2     # Рассчитываем A-параметры экв. ЧП от ПК до места излома рельса.
3     N_1e = n_1e(l1, ri)
4     # Рассчитываем A-параметры экв. ЧП от места излома рельса до РК
5     # (здесь они в режиме обратной передачи).
6     N_2e = n_1e(l - l1, ri)
7
8     # Преобразуем из типа данных "словарь" в массив 2x2.
9     _N_1e = np.array([[N_1e['A'], N_1e['B']], [N_1e['C'], N_1e['D']]])
10    # Преобразуем из типа данных "словарь" в массив 2x2, одновременно меняя
11    # местами A и D для корректного направления передачи.
12    _N_2e = np.array([[N_2e['D'], N_2e['B']], [N_2e['C'], N_2e['A']]])
13    # Перемножаем матрицы в порядке, соответствующем направлению передачи.
14    n = np.matmul(_N_1e, _N_2e)
15    # Выводим результат в виде словаря.
16    return {'A': n[0, 0], 'B': n[0, 1], 'C': n[1, 0], 'D': n[1, 1]}

```

Рис. 8. Код функции *n_ko(l1, ri, l)*

r_i — удельное сопротивление изоляции рельсовой линии [Ом · км];

l — полная длина рельсовой линии [км].

Функция возвращает A -параметры эквивалентного четырехполюсника рельсовой линии при изломе рельса в виде словаря с ключами, соответствующими обозначениям A -параметров.

Теперь напишем функцию $n_ko_from_book(l, r_i, l)$, которая принимает на вход точно такие же аргументы, что и описанная выше функция n_ko , но возвращает A -параметры эквивалентного четырехполюсника рельсовой линии при изломе рельса, вычисленные по формулам (IV.47) из [1]. Код данной функции приведен на рис. 9.

Сравним визуально результаты расчета, полученные с помощью функций n_ko и $n_ko_from_book$ при одном произвольном наборе входных параметров (рис. 10).

На рис. 10 видно, что A -параметры, рассчитанные разными способами, близки, но не все из них совпадают цифра-в-цифру. Напишем функцию $compare_A_parameters(n1, n2)$, кото-

рая, получая в качестве входных параметров два набора A -параметров, $n1$ и $n2$, возвращает массив из четырех значений относительной погрешности в процентах. В качестве эталонных принимаются значения A -параметров, переданные в аргументе $n2$.

Код функции $compare_A_parameters$ и пример результата ее выполнения для произвольного набора входных параметров функций n_ko и $n_ko_from_book$ приведены на рис. 11.

С помощью функции $compare_A_parameters$ выполним оценку результатов расчета A -параметров по предложенной методике относительно A -параметров, рассчитанных по известным формулам, на сетке исходных данных из 25 000 точек (рис. 12).

Выведем наибольшее значение погрешности из всех полученных (рис. 13). Она составляет $5,275 \cdot 10^{-12} \%$, то есть на проверочном массиве исходных данных результаты, полученные по предлагаемой методике, практически совпадают с результатами, полученными по известным формулам.

```

1 def n_ko_from_book(l1, ri, l):
2     z_w = np.sqrt(Zr * ri)
3     gm = np.sqrt(Zr / ri)
4     l2 = l - l1
5     A_ko = ch(gm * l) + 2 * Er * np.sqrt(1 + 2 * P) * ch(gm * l1) * sh(gm * l2)
6     B_ko = z_w * (sh(gm * l) + 2 * Er * np.sqrt(1 + 2 * P) * ch(gm * l1) * ch(gm * l2))
7     C_ko = (1 / z_w) * (sh(gm * l) + 2 * Er * np.sqrt(1 + 2 * P) * sh(gm * l1) * sh(gm * l2))
8     D_ko = ch(gm * l) + 2 * Er * np.sqrt(1 + 2 * P) * sh(gm * l1) * ch(gm * l2)
9     return {'A': A_ko, 'B': B_ko, 'C': C_ko, 'D': D_ko}

```

Рис. 9. Код функции $n_ko_from_book(l1, ri, l)$

```

1 n_ko(0.6, 2.65, 1.2), n_ko_from_book(0.6, 2.65, 1.2)

({'A': (2.4057442002504863+4.507860324906234j),
 'B': (2.2726926300045553+22.253461448179742j),
 'C': (0.8940468376592567+0.7893195964841113j),
 'D': (2.4057442002504863+4.507860324906234j)},
 {'A': (2.4057442002504863+4.507860324906235j),
 'B': (2.2726926300045562+22.25346144817975j),
 'C': (0.8940468376592567+0.7893195964841117j),
 'D': (2.405744200250486+4.507860324906236j)})

```

Рис. 10. Результаты расчета, полученные с помощью функций n_ko и $n_ko_from_book$

```

1 def compare_A_parameters(n1, n2):
2     res = np.empty(4)
3     for i, k in enumerate(n1.keys()):
4         res[i] = np.abs((n1[k] - n2[k]) / n2[k]) * 100
5     return res
6
7 compare_A_parameters(n_ko(0.6, 2.65, 1.2), n_ko_from_book(0.6, 2.65, 1.2))

```

```
array([1.73824107e-14, 3.20115126e-14, 2.79273021e-14, 3.58347576e-14])
```

Рис. 11. Код функции *compare_A_parameters(n1, n2)* и пример результата ее выполнения

```

1 # Задаём массивы исходных данных для каждого из параметров:
2 # ординаты излома, удельного сопротивления изоляции р.л., длины р.л.
3 l1v = np.linspace(0, 1, 50)
4 r1v = np.linspace(0.5, 3, 50)
5 lv = np.linspace(0.2, 1, 10)
6 # Список, куда будут добавляться результаты проверки по итогам расчёта для каждой точки.
7 list_of_comparison_results = []
8 # Циклически перебираем все точки, добавляя каждый результат в список.
9 for l1 in l1v:
10     for ri in r1v:
11         for l in lv:
12             list_of_comparison_results.append(compare_A_parameters(n_ko(l1, ri, l),
13                                                                     n_ko_from_book(l1, ri, l)))
14
15 # Преобразуем список из 25 000 результатов в массив
16 comparison_results = np.array(list_of_comparison_results)
17 # Выводим массив.
18 comparison_results

```

```

array([[1.90692219e-14, 2.60925620e-14, 2.82333342e-14, 3.18415923e-14],
       [9.83690922e-15, 4.59722069e-14, 1.88049792e-14, 9.83096611e-15],
       [1.68840676e-14, 4.74908847e-15, 2.87012858e-14, 1.94789488e-14],
       ...,
       [6.05850690e-14, 1.52192441e-14, 5.95466970e-14, 1.43440696e-14],
       [5.74249521e-14, 2.10083935e-14, 4.74696753e-14, 1.41333705e-14],
       [8.26575850e-15, 1.46942879e-14, 3.90236894e-15, 1.38945017e-14]])

```

Рис. 12. Оценка результатов расчета А–параметров по предложенной методике относительно А–параметров, рассчитанных по известным формулам

```
1 comparison_results.max()
```

```
5.274909869734889e-12
```

Рис. 13. Наибольшее значение из всех полученных результатов проверки

3. Уравнения для определения А-параметров эквивалентного четырехполюсника рельсовой линии разветвленной рельсовой цепи с тремя стрелками и четырьмя релейными концами при изломе рельса на каждом из возможных участков рельсовой линии

Рассмотренный пример продемонстрировал практическое совпадение результатов расчета по предложенной методике с результатами расчета по известным формулам. Однако удобство предложенной методики здесь не очевидно, а, скорее, даже наоборот — видна громоздкость: для реализации функций n_{1e} и n_{ko} потребовалось около 96 строк программного кода (рис. 4, 5, 8), в то время как функция $n_{ko_from_book}$, выполняющая расчет по известным формулам [1], реализована всего девятью строками кода (рис. 9). Однако при расчете коэффициентов рельсового четырехполюсника при обрыве рельсовой линии в рельсовой цепи с более сложной топологией преимущества описанной методики ощутимы. Наглядным примером здесь послужит станционная разветвленная рельсовая цепь с тремя стрелками (рис. 14).

На рисунке приняты следующие обозначения:

ПК — аппаратура питающего конца рельсовой цепи;

РК1 — РК4 — аппаратура релейных концов 1–4;

$a, b_1, b_2, b_3, b_4, c_1, c_2$ — длины соответствующих участков рельсовой линии.

На рисунке не показаны дроссель-трансформаторы, однако далее будем учиты-

вать их возможное присутствие на любом из ответвлений.

Топология рельсовой цепи, приведенной на рис. 14, предполагает семь возможных участков рельсовой линии, на которых необходимо контролировать излом рельса. При этом излом рельса на каждом из семи участков могут обнаруживать от одного до четырех релейных концов. Это значит, что для моделирования излома рельса, например, на участке рельсовой линии a , потребуется четыре набора А-параметров рельсового четырехполюсника в контрольном режиме: при передаче на РК1, на РК2, на РК3, на РК4; на участке рельсовой линии c_2 — три набора: при передаче на РК1, на РК2, на РК3 и так далее.

Итого, тринадцать наборов А-параметров для моделирования всех возможных вариантов. Обозначим их условно $N_{коab1}, N_{коab2}, N_{коab3}, N_{коab4}, N_{кoc2b1}, N_{кoc2b2}, N_{кoc2b3}, N_{кoc1b1}, N_{кoc1b2}, N_{кoc1b1}, N_{коb2b2}, N_{коb3b3}, N_{коb4b4}$. При этом каждый из тринадцати наборов А-параметров должен быть получен как А-параметры каскадного соединения двух четырехполюсников: четырехполюсника, замещающего рельсовую линию от питающего конца до места излома рельса, и четырехполюсника, замещающего рельсовую линию от места излома рельса до соответствующего релейного конца — всего двадцать шесть четырехполюсников. Для получения наборов четырехполюсников для всех тринадцати случаев не требуется иметь двадцать шесть комплектов граничных условий. Достаточно иметь их всего восемь, на основании которых путем замены переменных можно получить А-параметры для всех остальных случаев.

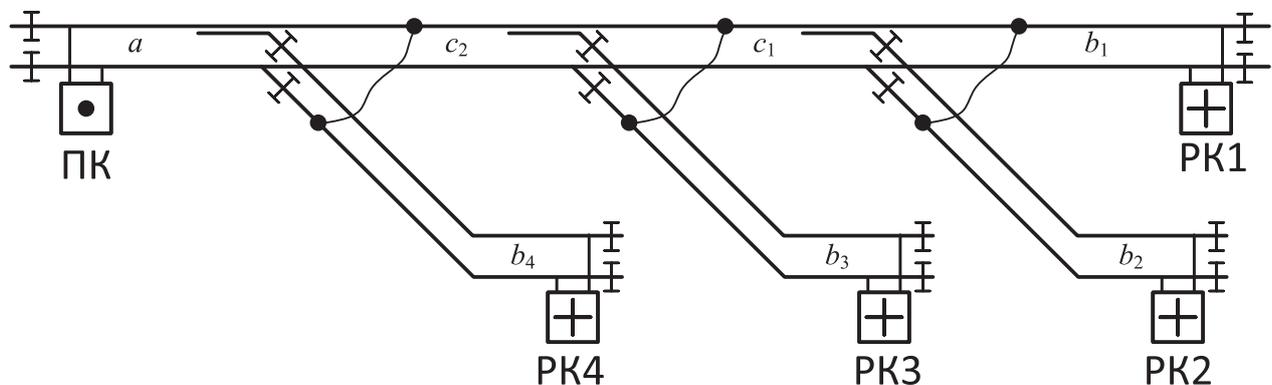


Рис. 14. Станционная разветвленная рельсовая цепь с тремя стрелками

3.1. Излом рельса на участке *a* при направлении передачи с ПК на РК1

При изломе рельса на участке *a* и направлении передачи с ПК на РК1 эквивалентный четырехполюсник рельсовой линии будет представлять собой каскадное соединение двух четырехполюсников: эквивалентного четырехполюсника рельсовой линии от ПК до места излома рельса, $N_{1эa}$, и эквивалентного четырехполюсника рельсовой линии от места излома рельса до РК1 $N_{2эab1}$ (рис. 15).

A-параметры четырехполюсника $N_{1эa}$ могут быть рассчитаны по известным формулам [1] (с. 94), а также при помощи вышеописанной методики, учитывая, что расстояние l_1 до места излома рельса в данном случае будет отсчитываться не от питающего конца, а от места разветвления участков рельсовой линии *a*, b_4 , c_2 . Аналитических формул для расчета *A*-параметров четырехполюсника $N_{2эab1}$ нет, а для их получения потребовалось бы аналитически решить систему из 28 линейных уравнений, что весьма трудоемко. Более того, для получения *A*-параметров четырехполюсников, замещающих рельсовую линию от места излома рельса до РК3 и РК4, пришлось бы повторить эту работу. Куда менее трудоемким представляется расчет *A*-параметров $N_{2эab1}$ по предложенной методике.

Схема замещения рельсового четырехполюсника при передаче от места излома рельса

в сторону РК1 представлена на рис. 16. На ней приняты следующие обозначения:

\dot{U}_1, \dot{I}_1 — напряжение относительно земли и ток в месте излома рельса;

$\dot{U}_{2b1}, \dot{I}_{2b1}$ — напряжение и ток на выходе рельсовой линии в конце участка b_1 ;

$\dot{U}_{2b2}, \dot{I}_{2b2}$ — напряжение и ток на выходе рельсовой линии в конце участка b_2 ;

$\dot{U}_{2b3}, \dot{I}_{2b3}$ — напряжение и ток на выходе рельсовой линии в конце участка b_3 ;

$\dot{U}_{2b4}, \dot{I}_{2b4}$ — напряжение и ток на выходе рельсовой линии в конце участка b_4 ;

$\dot{U}'_{1н}, \dot{U}'_{1к}, \dot{U}''_{1н}, \dot{U}''_{1к}, \dot{U}'_{2н}, \dot{U}''_{2н}, \dots, \dot{U}'_{1к}, \dot{U}''_{1к}$ — напряжения на первом рельсе относительно земли в начале («н») и в конце («к») участков рельсовой линии $l_1, c_2, c_1, b_1, b_2, b_3, b_4$;

$\dot{U}'_{2н}, \dot{U}'_{2к}, \dot{U}''_{2н}, \dot{U}''_{2к}, \dots, \dot{U}'_{2н}, \dot{U}''_{2к}$ — то же самое для второго рельса;

$\dot{I}'_{1н}, \dot{I}'_{1к}, \dot{I}''_{1н}, \dot{I}''_{1к}, \dots, \dot{I}'_{1н}, \dot{I}''_{1к}$ — ток в первом рельсе относительно земли в начале («н») и в конце («к») участков рельсовой линии $l_1, c_2, c_1, b_1, b_2, b_3, b_4$;

$\dot{I}'_{2н}, \dot{I}'_{2к}, \dot{I}''_{2н}, \dot{I}''_{2к}, \dots, \dot{I}'_{2н}, \dot{I}''_{2к}$ — то же самое для второго рельса.

$Z_{д1} - Z_{д4}$ — сопротивление средней точки дроссель-трансформатора на землю, соответственно, РК1 – РК4;

$Z_{рк1} - Z_{рк4}$ — эквивалентное входное сопротивление аппаратуры, соответственно, РК1 – РК4;

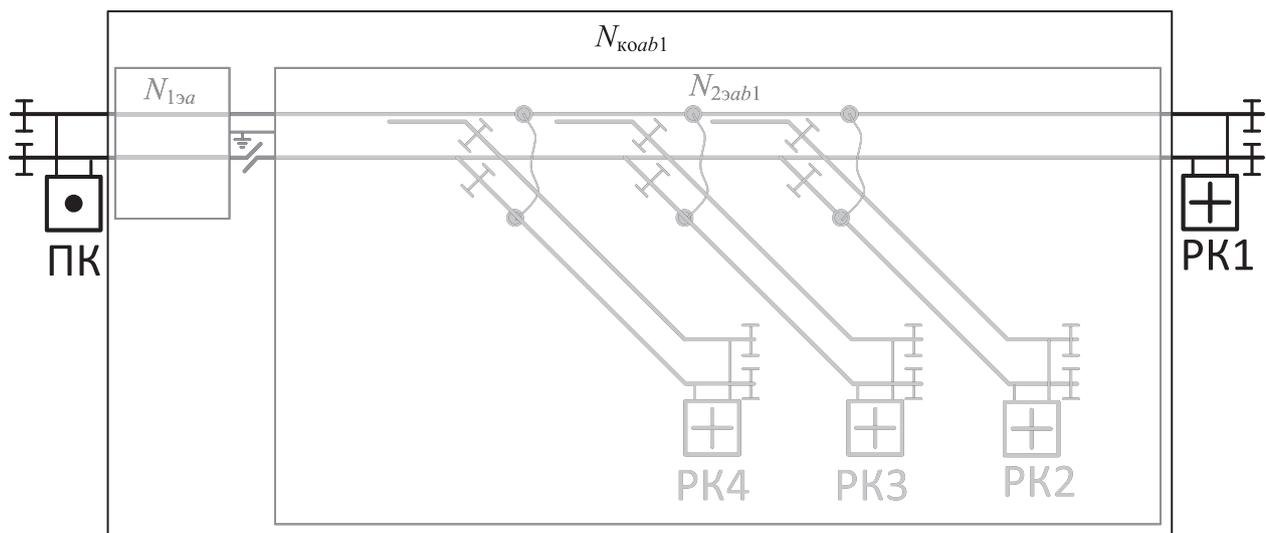


Рис. 15. Схема замещения рельсовой линии при изломе рельса на участке *a* и направлении передачи с ПК на РК1 как каскадное соединение четырехполюсников

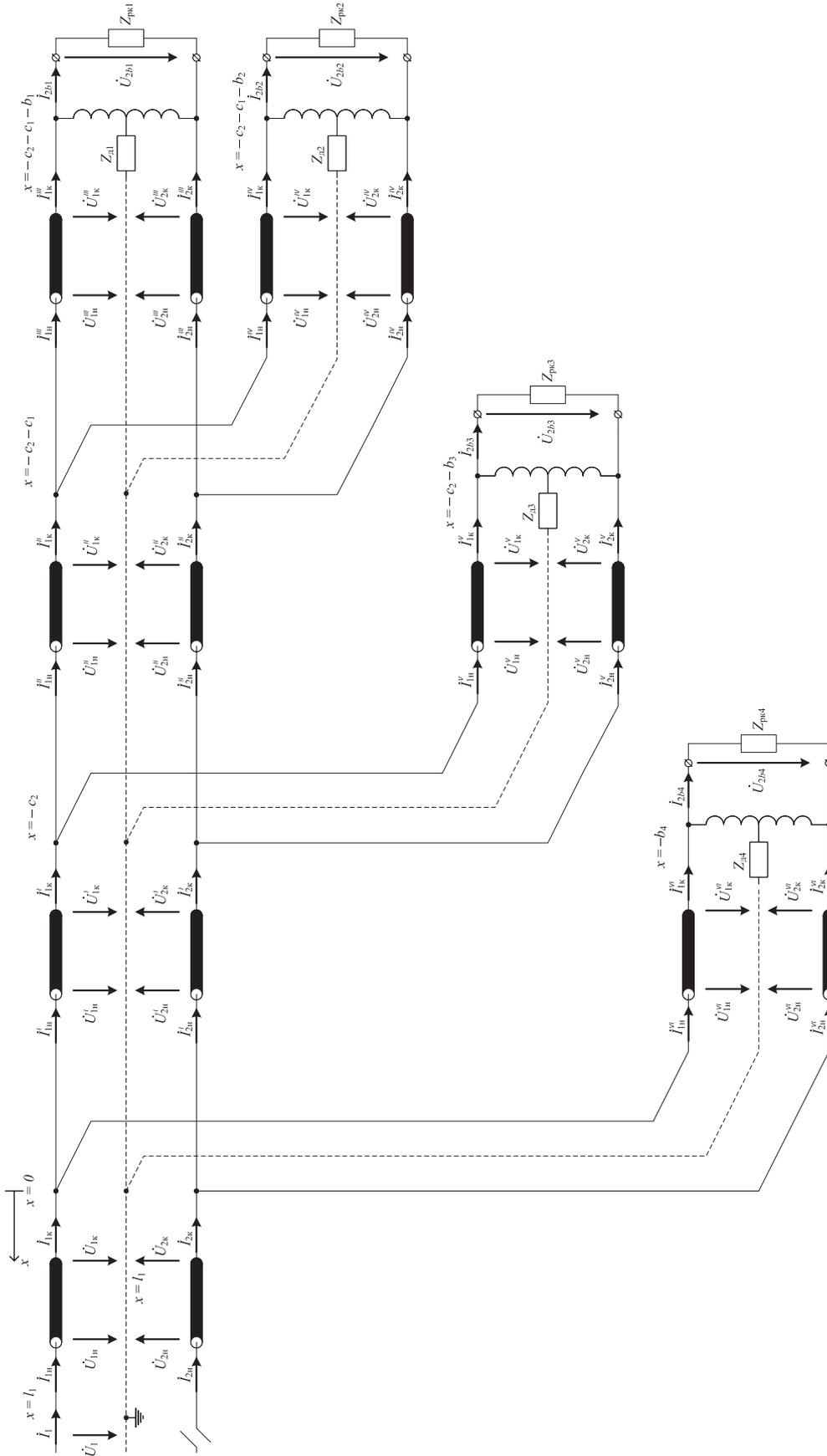


Рис. 16. Схема замещения рельсовой линии при изломе рельса на участке *a* и направлении передачи с ПК на РК1 для получения граничных условий

l_1 — расстояние от места разветвления участков рельсовой линии a , b_4 , c_2 до места излома рельса.

Пусть начало координат будет в месте разветвления участков рельсовой линии a , b_4 , c_2 , а положительное направление оси x — в сторону ПК.

Тогда для разных сечений принятой схемы замещения будут справедливы следующие значения координаты x :

- l_1 — место излома рельса;
- $x_1 = -c_2$ — разветвление b_3 , c_1 , c_2 ;
- $x_2 = -c_2 - c_1$ — разветвление b_1 , b_2 , c_1 ;
- $x_3 = -c_2 - c_1 - b_1$ — конец рельсовой линии b_1 ;
- $x_4 = -c_2 - c_1 - b_2$ — конец рельсовой линии b_2 ;
- $x_5 = -c_2 - b_3$ — конец рельсовой линии b_3 ;
- $x_6 = -b_4$ — конец рельсовой линии b_4 .

Напряжения и токи, обозначенные на данной схеме, в соответствии с [1] (с. 84, 85), могут быть выражены с помощью следующих формул:

$$\dot{U}_{1m}^n = A_1^n \operatorname{ch}(\gamma_1 x) + A_2^n \operatorname{sh}(\gamma_1 x) + A_3^n \operatorname{ch}(\gamma_2 x) + A_4^n \operatorname{sh}(\gamma_2 x), \quad (26)$$

$$\dot{U}_{2m}^n = A_1^n \operatorname{ch}(\gamma_1 x) + A_2^n \operatorname{sh}(\gamma_1 x) - A_3^n \operatorname{ch}(\gamma_2 x) - A_4^n \operatorname{sh}(\gamma_2 x), \quad (27)$$

$$\dot{I}_{1m}^n = y_{11} (A_1^n \operatorname{sh}(\gamma_1 x) + A_2^n \operatorname{ch}(\gamma_1 x)) + y_{12} (A_3^n \operatorname{sh}(\gamma_2 x) + A_4^n \operatorname{ch}(\gamma_2 x)), \quad (28)$$

$$\dot{I}_{2m}^n = y_{21} (A_1^n \operatorname{sh}(\gamma_1 x) + A_2^n \operatorname{ch}(\gamma_1 x)) + y_{22} (A_3^n \operatorname{sh}(\gamma_2 x) + A_4^n \operatorname{ch}(\gamma_2 x)). \quad (29)$$

При подстановке в них вместо m «н» или «к», вместо n — верхнего индекса, относящегося к соответствующему участку рельсовой линии (для участка a верхний индекс отсутствует), вместо x — соответствующего значения, l_1 , 0 , x_1, \dots, x_6 , будут получены выражения для напряжений и токов в соответствующих местах схемы замещения, представленной на рис. 16.

На основании законов Кирхгофа, в соответствии со схемой, приведенной на рис. 16, можно задать граничные условия (30) — (56) для определения 28 постоянных интегрирования $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots, A_1^{VI}, A_2^{VI}, A_3^{VI}, A_4^{VI}$.

$$x = l_1:$$

$$\dot{I}_{2н}^I = 0, \quad (30)$$

$$x = 0:$$

$$\dot{I}_{1к}^I + \dot{I}_{2к}^I - \dot{I}_{1н}^I - \dot{I}_{2н}^I - \dot{I}_{1н}^{VI} - \dot{I}_{2н}^{VI} = 0, \quad (31)$$

$$\dot{I}_{1к}^I - \dot{I}_{2к}^I - \dot{I}_{1н}^I + \dot{I}_{2н}^I - \dot{I}_{1н}^{VI} + \dot{I}_{2н}^{VI} = 0, \quad (32)$$

$$\dot{U}_{1к}^I + \dot{U}_{2к}^I - \dot{U}_{1н}^I - \dot{U}_{2н}^I = 0, \quad (33)$$

$$\dot{U}_{1к}^I - \dot{U}_{2к}^I - \dot{U}_{1н}^I + \dot{U}_{2н}^I = 0, \quad (34)$$

$$\dot{U}_{1к}^I + \dot{U}_{2к}^I - \dot{U}_{1н}^{VI} - \dot{U}_{2н}^{VI} = 0, \quad (35)$$

$$\dot{U}_{1к}^I - \dot{U}_{2к}^I - \dot{U}_{1н}^{VI} + \dot{U}_{2н}^{VI} = 0, \quad (36)$$

$$x = x_1 = -c_2:$$

$$\dot{I}_{1к}^I + \dot{I}_{2к}^I - \dot{I}_{1н}^I - \dot{I}_{2н}^I - \dot{I}_{1н}^V - \dot{I}_{2н}^V = 0, \quad (37)$$

$$\dot{I}_{1к}^I - \dot{I}_{2к}^I - \dot{I}_{1н}^I + \dot{I}_{2н}^I - \dot{I}_{1н}^V + \dot{I}_{2н}^V = 0, \quad (38)$$

$$\dot{U}_{1к}^I + \dot{U}_{2к}^I - \dot{U}_{1н}^I - \dot{U}_{2н}^I = 0, \quad (39)$$

$$\dot{U}_{1к}^I - \dot{U}_{2к}^I - \dot{U}_{1н}^I + \dot{U}_{2н}^I = 0, \quad (40)$$

$$\dot{U}_{1к}^I + \dot{U}_{2к}^I - \dot{U}_{1н}^V - \dot{U}_{2н}^V = 0, \quad (41)$$

$$\dot{U}_{1к}^I - \dot{U}_{2к}^I - \dot{U}_{1н}^V + \dot{U}_{2н}^V = 0, \quad (42)$$

$$x = x_2 = -c_2 - c_1:$$

$$\dot{I}_{1к}^II + \dot{I}_{2к}^II - \dot{I}_{1н}^II - \dot{I}_{2н}^II - \dot{I}_{1н}^{IV} - \dot{I}_{2н}^{IV} = 0, \quad (43)$$

$$\dot{I}_{1к}^II - \dot{I}_{2к}^II - \dot{I}_{1н}^II + \dot{I}_{2н}^II - \dot{I}_{1н}^{IV} + \dot{I}_{2н}^{IV} = 0, \quad (44)$$

$$\dot{U}_{1к}^II + \dot{U}_{2к}^II - \dot{U}_{1н}^II - \dot{U}_{2н}^II = 0, \quad (45)$$

$$\dot{U}_{1к}^II - \dot{U}_{2к}^II - \dot{U}_{1н}^II + \dot{U}_{2н}^II = 0, \quad (46)$$

$$\dot{U}_{1к}^II + \dot{U}_{2к}^II - \dot{U}_{1н}^{IV} - \dot{U}_{2н}^{IV} = 0, \quad (47)$$

$$\dot{U}_{1к}^II - \dot{U}_{2к}^II - \dot{U}_{1н}^{IV} + \dot{U}_{2н}^{IV} = 0, \quad (48)$$

$$x = x_3 = -c_2 - c_1 - b_1:$$

$$\dot{U}_{1к}^{III} - \dot{U}_{2к}^{III} = \dot{U}_{2б1}, \quad (49)$$

$$\dot{I}_{1к}^{III} - \dot{I}_{2к}^{III} = 2\dot{I}_{2б1}, \quad (50)$$

$$\dot{U}_{1к}^{III} + \dot{U}_{2к}^{III} - 2Z_{д1} \cdot (\dot{I}_{1к}^{III} + \dot{I}_{2к}^{III}) = 0, \quad (51)$$

$$x = x_4 = -c_2 - c_1 - b_2:$$

$$\dot{U}_{1к}^{IV} + \dot{U}_{2к}^{IV} - 2Z_{д2} \cdot (\dot{I}_{1к}^{IV} + \dot{I}_{2к}^{IV}) = 0, \quad (52)$$

$$\dot{U}_{1к}^{IV} - \dot{U}_{2к}^{IV} - 0,5Z_{рк2} \cdot (\dot{I}_{1к}^{IV} - \dot{I}_{2к}^{IV}) = 0, \quad (53)$$

$$x = x_5 = -c_2 - b_3:$$

$$\dot{U}_{1к}^V + \dot{U}_{2к}^V - 2Z_{д3} \cdot (\dot{I}_{1к}^V + \dot{I}_{2к}^V) = 0, \quad (54)$$

$$\dot{U}_{1к}^V - \dot{U}_{2к}^V - 0,5Z_{рк3} \cdot (\dot{I}_{1к}^V - \dot{I}_{2к}^V) = 0, \quad (55)$$

$$x = x_6 = -b_4:$$

$$\dot{U}_{1k}^{VI} + \dot{U}_{2k}^{VI} - 2Z_{\text{п4}} \cdot (i_{1k}^{VI} + i_{2k}^{VI}) = 0, \quad (56)$$

$$\dot{U}_{1k}^{VI} - \dot{U}_{2k}^{VI} - 0,5Z_{\text{пк4}} \cdot (i_{1k}^{VI} - i_{2k}^{VI}) = 0. \quad (57)$$

По аналогии с [1], после подстановки в уравнения (30) – (57) выражений (26) – (29) с соответствующими значениями m, n, x будет получена система уравнений (58) – (85).

$$A_1 y_{11} \text{sh}(\gamma_1 l_1) + A_2 y_{11} \text{ch}(\gamma_1 l_1) - A_3 y_{12} \text{sh}(\gamma_2 l_1) - A_4 y_{12} \text{ch}(\gamma_2 l_1) = 0, \quad (58)$$

$$A_2 - A_2^I - A_2^{VI} = 0, \quad (59)$$

$$A_4 - A_4^I - A_4^{VI} = 0, \quad (60)$$

$$A_1 - A_1^I = 0, \quad (61)$$

$$A_3 - A_3^I = 0, \quad (62)$$

$$A_1 - A_1^{VI} = 0, \quad (63)$$

$$A_3 - A_3^{VI} = 0, \quad (64)$$

$$A_1^I \text{sh}(\gamma_1 x_1) + A_2^I \text{ch}(\gamma_1 x_1) - A_1^{II} \text{sh}(\gamma_1 x_1) - A_2^{II} \text{ch}(\gamma_1 x_1) - A_1^V \text{sh}(\gamma_1 x_1) - A_2^V \text{ch}(\gamma_1 x_1) = 0, \quad (65)$$

$$A_3^I \text{sh}(\gamma_2 x_1) + A_4^I \text{ch}(\gamma_2 x_1) - A_3^{II} \text{sh}(\gamma_2 x_1) - A_4^{II} \text{ch}(\gamma_2 x_1) - A_3^V \text{sh}(\gamma_2 x_1) - A_4^V \text{ch}(\gamma_2 x_1) = 0, \quad (66)$$

$$A_1^I \text{ch}(\gamma_1 x_1) + A_2^I \text{sh}(\gamma_1 x_1) - A_1^{II} \text{ch}(\gamma_1 x_1) - A_2^{II} \text{sh}(\gamma_1 x_1) = 0, \quad (67)$$

$$A_3^I \text{ch}(\gamma_2 x_1) + A_4^I \text{sh}(\gamma_2 x_1) - A_3^{II} \text{ch}(\gamma_2 x_1) - A_4^{II} \text{sh}(\gamma_2 x_1) = 0, \quad (68)$$

$$A_1^I \text{ch}(\gamma_1 x_1) + A_2^I \text{sh}(\gamma_1 x_1) - A_1^V \text{ch}(\gamma_1 x_1) - A_2^V \text{sh}(\gamma_1 x_1) = 0, \quad (69)$$

$$A_3^I \text{ch}(\gamma_2 x_1) + A_4^I \text{sh}(\gamma_2 x_1) - A_3^V \text{ch}(\gamma_2 x_1) - A_4^V \text{sh}(\gamma_2 x_1) = 0, \quad (70)$$

$$A_1^{II} \text{sh}(\gamma_1 x_2) + A_2^{II} \text{ch}(\gamma_1 x_2) - A_1^{III} \text{sh}(\gamma_1 x_2) - A_2^{III} \text{ch}(\gamma_1 x_2) - A_1^{IV} \text{sh}(\gamma_1 x_2) - A_2^{IV} \text{ch}(\gamma_1 x_2) = 0, \quad (71)$$

$$A_3^{II} \text{sh}(\gamma_2 x_2) + A_4^{II} \text{ch}(\gamma_2 x_2) - A_3^{III} \text{sh}(\gamma_2 x_2) - A_4^{III} \text{ch}(\gamma_2 x_2) - A_3^{IV} \text{sh}(\gamma_2 x_2) - A_4^{IV} \text{ch}(\gamma_2 x_2) = 0, \quad (72)$$

$$A_1^{II} \text{ch}(\gamma_1 x_2) + A_2^{II} \text{sh}(\gamma_1 x_2) - A_1^{III} \text{ch}(\gamma_1 x_2) - A_2^{III} \text{sh}(\gamma_1 x_2) = 0, \quad (73)$$

$$A_3^{II} \text{ch}(\gamma_2 x_2) + A_4^{II} \text{sh}(\gamma_2 x_2) - A_3^{III} \text{ch}(\gamma_2 x_2) - A_4^{III} \text{sh}(\gamma_2 x_2) = 0, \quad (74)$$

$$A_1^{II} \text{ch}(\gamma_1 x_2) + A_2^{II} \text{sh}(\gamma_1 x_2) - A_1^{III} \text{ch}(\gamma_1 x_2) - A_2^{III} \text{sh}(\gamma_1 x_2) = 0, \quad (75)$$

$$A_3^{II} \text{ch}(\gamma_2 x_2) + A_4^{II} \text{sh}(\gamma_2 x_2) - A_3^{III} \text{ch}(\gamma_2 x_2) - A_4^{III} \text{sh}(\gamma_2 x_2) = 0, \quad (76)$$

$$A_3^{III} \text{ch}(\gamma_2 x_3) + A_4^{III} \text{sh}(\gamma_2 x_3) = 0, 5\dot{U}_{2b1}, \quad (77)$$

$$A_3^{III} y_{12} \text{sh}(\gamma_2 x_3) + A_4^{III} y_{12} \text{ch}(\gamma_2 x_3) = \dot{I}_{2b1}, \quad (78)$$

$$A_1^{III} (\text{ch}(\gamma_1 x_3) - 2Z_{\text{п1}} y_{11} \text{sh}(\gamma_1 x_3)) + A_2^{III} (\text{sh}(\gamma_1 x_3) - 2Z_{\text{п1}} y_{11} \text{ch}(\gamma_1 x_3)) = 0, \quad (79)$$

$$A_1^{IV} (\text{ch}(\gamma_1 x_4) - 2Z_{\text{п2}} y_{11} \text{sh}(\gamma_1 x_4)) + A_2^{IV} (\text{sh}(\gamma_1 x_4) - 2Z_{\text{п2}} y_{11} \text{ch}(\gamma_1 x_4)) = 0, \quad (80)$$

$$A_3^{IV} (\text{ch}(\gamma_2 x_4) - 0, 5Z_{\text{пк2}} y_{12} \text{sh}(\gamma_2 x_4)) + A_4^{IV} (\text{sh}(\gamma_2 x_4) - 0, 5Z_{\text{пк2}} y_{12} \text{ch}(\gamma_2 x_4)) = 0, \quad (81)$$

$$A_1^V (\text{ch}(\gamma_1 x_5) - 2Z_{\text{п3}} y_{11} \text{sh}(\gamma_1 x_5)) + A_2^V (\text{sh}(\gamma_1 x_5) - 2Z_{\text{п3}} y_{11} \text{ch}(\gamma_1 x_5)) = 0, \quad (82)$$

$$A_3^V (\text{ch}(\gamma_2 x_5) - 0, 5Z_{\text{пк3}} y_{12} \text{sh}(\gamma_2 x_5)) + A_4^V (\text{sh}(\gamma_2 x_5) - 0, 5Z_{\text{пк3}} y_{12} \text{ch}(\gamma_2 x_5)) = 0, \quad (83)$$

$$A_1^{VI} (\text{ch}(\gamma_1 x_6) - 2Z_{\text{п4}} y_{11} \text{sh}(\gamma_1 x_6)) + A_2^{VI} (\text{sh}(\gamma_1 x_6) - 2Z_{\text{п4}} y_{11} \text{ch}(\gamma_1 x_6)) = 0, \quad (84)$$

$$A_3^{VI} (\text{ch}(\gamma_2 x_6) - 0, 5Z_{\text{пк4}} y_{12} \text{sh}(\gamma_2 x_6)) + A_4^{VI} (\text{sh}(\gamma_2 x_6) - 0, 5Z_{\text{пк4}} y_{12} \text{ch}(\gamma_2 x_6)) = 0. \quad (85)$$

Напряжение и ток на входе четырехполюсника $N_{2\text{эаб1}}$, то есть в месте излома рельса, в соответствии со схемой (рис. 16) и выражениями (26) – (29) примут вид:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{1\text{н}} = A_1 \text{ch}(\gamma_1 l_1) + A_2 \text{sh}(\gamma_1 l_1) + A_3 \text{ch}(\gamma_2 l_1) + A_4 \text{sh}(\gamma_2 l_1), \quad (86)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{1\text{н}} = y_{11} (A_1 \text{sh}(\gamma_1 l_1) + A_2 \text{ch}(\gamma_1 l_1)) + y_{12} (A_3 \text{sh}(\gamma_2 l_1) + A_4 \text{ch}(\gamma_2 l_1)). \quad (87)$$

Уравнений (58) – (85) и выражений (86), (87) достаточно, чтобы по вышеописанной методике получить числовые значения A -параметров четырехполюсника $N_{2\text{эаб1}}$.

3.2. Излом рельса на участке *a* при направлении передачи с ПК на РК2

Числовые значения *A*-параметров четырехполюсника $N_{2\text{э}ab2}$ (рис. 17) также могут быть получены на основании уравнений (58) – (85) и выражений (86), (87), если в них поменять местами b_1 и b_2 , $Z_{д1}$ и $Z_{д2}$, $Z_{рк2}$ изменить на $Z_{рк1}$ (это удобно выполнять непосредственно в программном коде, уже имея реализованную функцию расчета коэффициентов четырехполюсника $N_{2\text{э}ab1}$).

3.3. Излом рельса на участке *a* при направлении передачи с ПК на РК3

Для расчета *A*-параметров четырехполюсника $N_{2\text{э}ab3}$, характеризующих условия передачи от места излома рельса на участке рельсовой линии *a* до места подключения релейного конца 3 (рис. 18), может быть использована большая часть из приведенных выше граничных условий (30) – (57). Необходимо лишь заменить в них уравнения (49), (50), (55) на приведенные ниже уравнения (88), (89), (90).

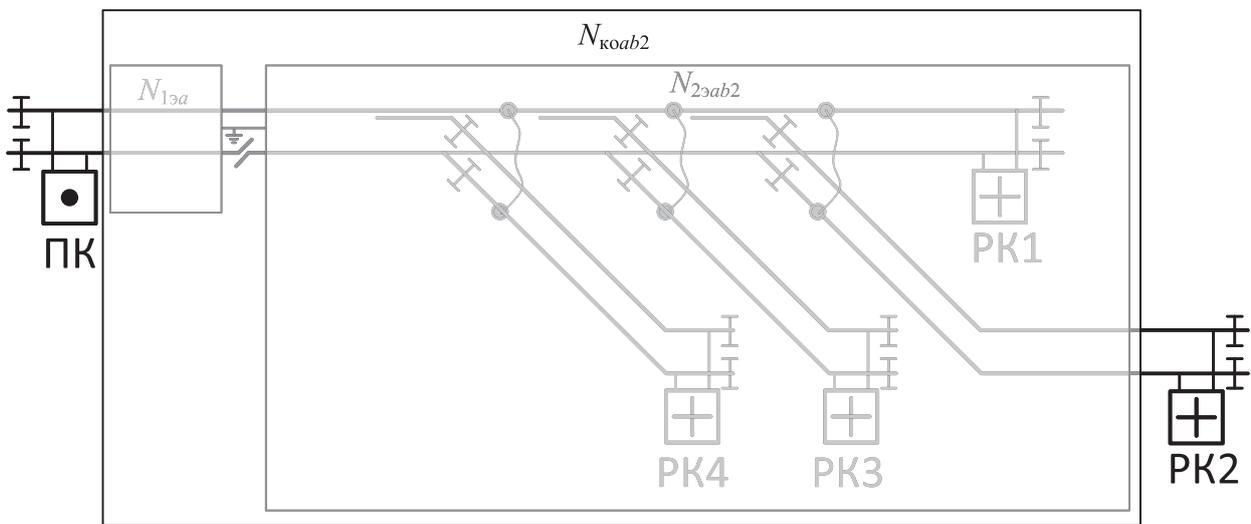


Рис. 17. Схема замещения рельсовой линии при изломе рельса на участке *a* и направлении передачи с ПК на РК2 как каскадное соединение четырехполюсников

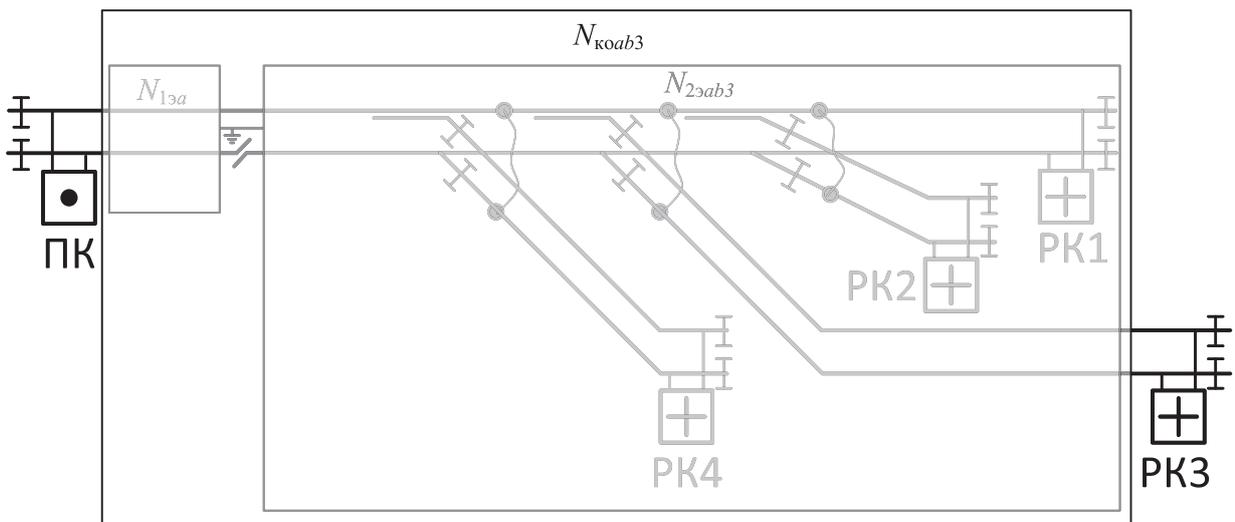


Рис. 18. Схема замещения рельсовой линии при изломе рельса на участке *a* и направлении передачи с ПК на РК3 как каскадное соединение четырехполюсников

$$x = x_5 = -c_2 - b_3;$$

$$\dot{U}_{1к}^V - \dot{U}_{2к}^V = \dot{U}_{2б3}, \quad (88)$$

$$\dot{I}_{1к}^V - \dot{I}_{2к}^V = 2\dot{I}_{2б3}, \quad (89)$$

$$x = x_3 = -c_2 - c_1 - b_1;$$

$$\dot{U}_{1к}^m - \dot{U}_{2к}^m - 0,5Z_{рк1} \cdot (\dot{I}_{1к}^m - \dot{I}_{2к}^m) = 0. \quad (90)$$

Соответственно, в системе уравнений (58) – (85) это приведет к замене уравнений (77), (78), (83) на приведенные ниже уравнения (91), (92), (93).

$$A_3^V \operatorname{ch}(\gamma_2 x_5) + A_4^V \operatorname{sh}(\gamma_2 x_5) = 0,5\dot{U}_{2б3}, \quad (91)$$

$$A_3^V y_{12} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_5) + A_4^V y_{12} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_5) = \dot{I}_{2б3}, \quad (92)$$

$$A_3^m (\operatorname{ch}(\gamma_2 x_3) - 0,5Z_{рк1} y_{12} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_3)) + A_4^m (\operatorname{sh}(\gamma_2 x_3) - 0,5Z_{рк1} y_{12} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_3)) = 0. \quad (93)$$

На основании уравнений (58) – (75), (91), (92), (79) – (82), (93), (84) – (85) и выражений (86), (87) по вышеописанной методике могут быть рассчитаны значения A -параметров четырехполюсника $N_{2аб3}$.

3.4. Излом рельса на участке a при направлении передачи с ПК на РК4

Аналогично коэффициенты четырехполюсника $N_{2аб4}$, замещающего рельсовую линию от места излома рельса до РК4 (рис. 19), могут быть определены на основании граничных условий (30) – (57) после замены в них уравнений (49), (50), (57) на уравнения (94), (95), (93), соответственно.

$$x = x_6 = -b_4;$$

$$\dot{U}_{1к}^{VI} - \dot{U}_{2к}^{VI} = \dot{U}_{2б4}, \quad (94)$$

$$\dot{I}_{1к}^{VI} - \dot{I}_{2к}^{VI} = 2\dot{I}_{2б4}. \quad (95)$$

Тогда в системе уравнений (58) – (85) уравнения (77), (78), (85) необходимо заменить на уравнения (96), (97), (93).

$$A_3^{VI} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_6) + A_4^{VI} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_6) = 0,5\dot{U}_{2б4}, \quad (96)$$

$$A_3^{VI} y_{12} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_6) + A_4^{VI} y_{12} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_6) = \dot{I}_{2б4}. \quad (97)$$

На основании уравнений (58) – (76), (96), (97), (79) – (84), (93) и выражений (86), (87) по вышеописанной методике могут быть рассчитаны значения A -параметров четырехполюсника $N_{2аб4}$.

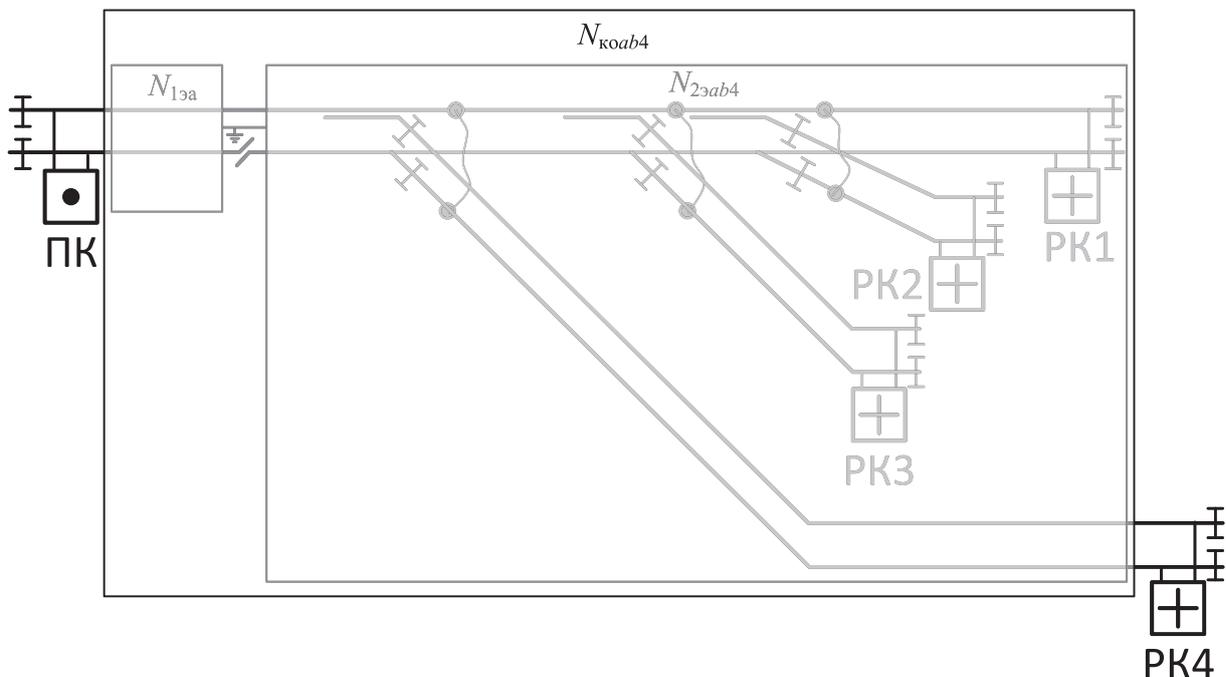


Рис. 19. Схема замещения рельсовой линии при изломе рельса на участке a и направлении передачи с ПК на РК4 как каскадное соединение четырехполюсников

3.5. Излом рельса на участке c_2 при направлении передачи с ПК на РК1

При изломе рельса на участке c_2 и направлении передачи с ПК на РК1 эквивалентный четырехполюсник рельсовой линии $N_{\text{кoc}2b1}$ будет представлять собой каскадное соединение двух четырехполюсников: эквивалентного четырехполюсника рельсовой линии от ПК до места излома рельса, $N_{1\text{эac}2}$, и эквивалентного четырехполюсника рельсовой линии от места излома рельса до РК1, $N_{2\text{эc}2b1}$, (рис. 20). Коэффициенты четырехполюсника $N_{1\text{эac}2}$ могут быть определены по тем же формулам, что и параметры четырехполюсника $N_{2\text{эc}2b1}$ при условии замены переменных и изменения направления передачи (подробнее см. табл. 2).

Схема замещения рельсового четырехполюсника при передаче от места излома рельса на участке c_2 в сторону РК1 представлена на рис. 21. На ней приняты следующие обозначения:

\dot{U}_1, \dot{I}_1 — напряжение относительно земли и ток в первом рельсе в месте излома второго рельса;

$\dot{U}_{2b1}, \dot{I}_{2b1}$ — напряжение и ток на выходе рельсовой линии в конце участка b_1 ;

$\dot{U}_{2b2}, \dot{I}_{2b2}$ — напряжение и ток на выходе рельсовой линии в конце участка b_2 ;

$\dot{U}_{2b3}, \dot{I}_{2b3}$ — напряжение и ток на выходе рельсовой линии в конце участка b_3 ;

$\dot{U}'_{1н}, \dot{U}'_{1к}, \dots, \dot{U}'_{1н}, \dot{U}'_{1к}$ — напряжения на первом рельсе относительно земли в начале («н») и в конце («к») участков рельсовой линии l_1, c_1, b_1, b_2, b_3 ;

$\dot{U}'_{2н}, \dot{U}'_{2к}, \dots, \dot{U}'_{2н}, \dot{U}'_{2к}$ — то же самое, для второго рельса;

$\dot{I}'_{1н}, \dot{I}'_{1к}, \dots, \dot{I}'_{1н}, \dot{I}'_{1к}$ — ток в первом рельсе относительно земли в начале («н») и в конце («к») участков рельсовой линии l_1, c_1, b_1, b_2, b_3 ;

$\dot{I}'_{2н}, \dot{I}'_{2к}, \dots, \dot{I}'_{2н}, \dot{I}'_{2к}$ — то же самое, для второго рельса.

$Z_{д1} - Z_{д3}$ — сопротивление средней точки дроссель-трансформатора на землю, соответственно, РК1 — РК3;

$Z_{\text{рк1}} - Z_{\text{рк3}}$ — эквивалентное входное сопротивление аппаратуры, соответственно, РК1 — РК3;

l_1 — расстояние от места разветвления участков рельсовой линии c_2, c_1, b_3 до места излома рельса.

Пусть начало координат будет в месте разветвления участков рельсовой линии c_2, c_1, b_3 , а положительное направление оси x — в сторону ПК.

Тогда для разных сечений принятой схемы замещения будут справедливы следующие значения координаты x :

l_1 — место излома рельса;

$x_2 = -c_1$ — разветвление b_1, b_2, c_1 ;

$x_3 = -c_1 - b_1$ — конец рельсовой линии b_1 ;

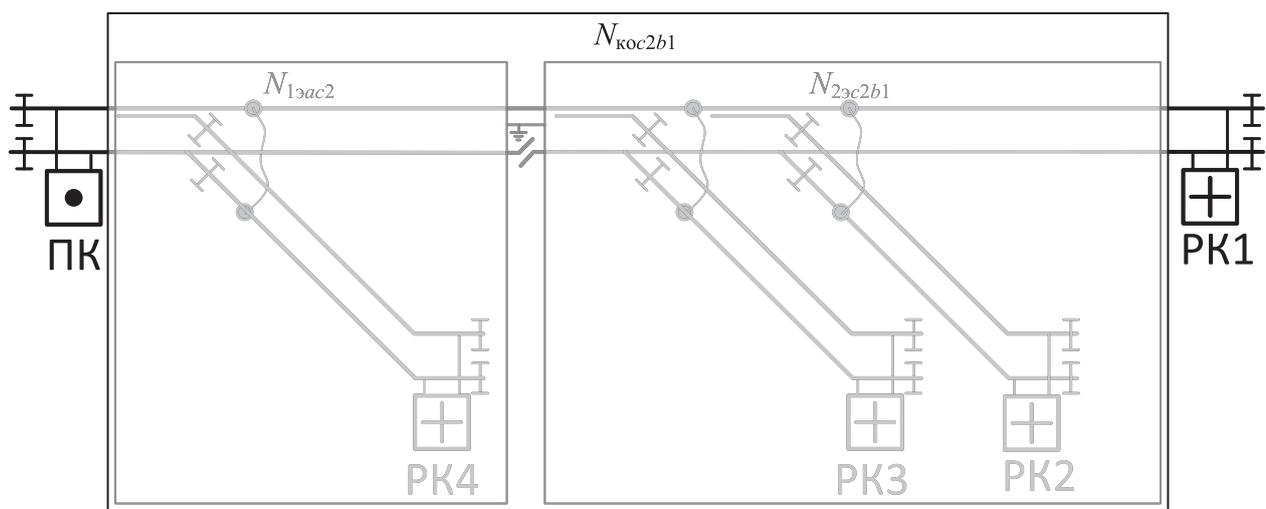


Рис. 20. Схема замещения рельсовой линии при изломе рельса на участке c_2 и направлении передачи с ПК на РК1 как каскадное соединение четырехполюсников

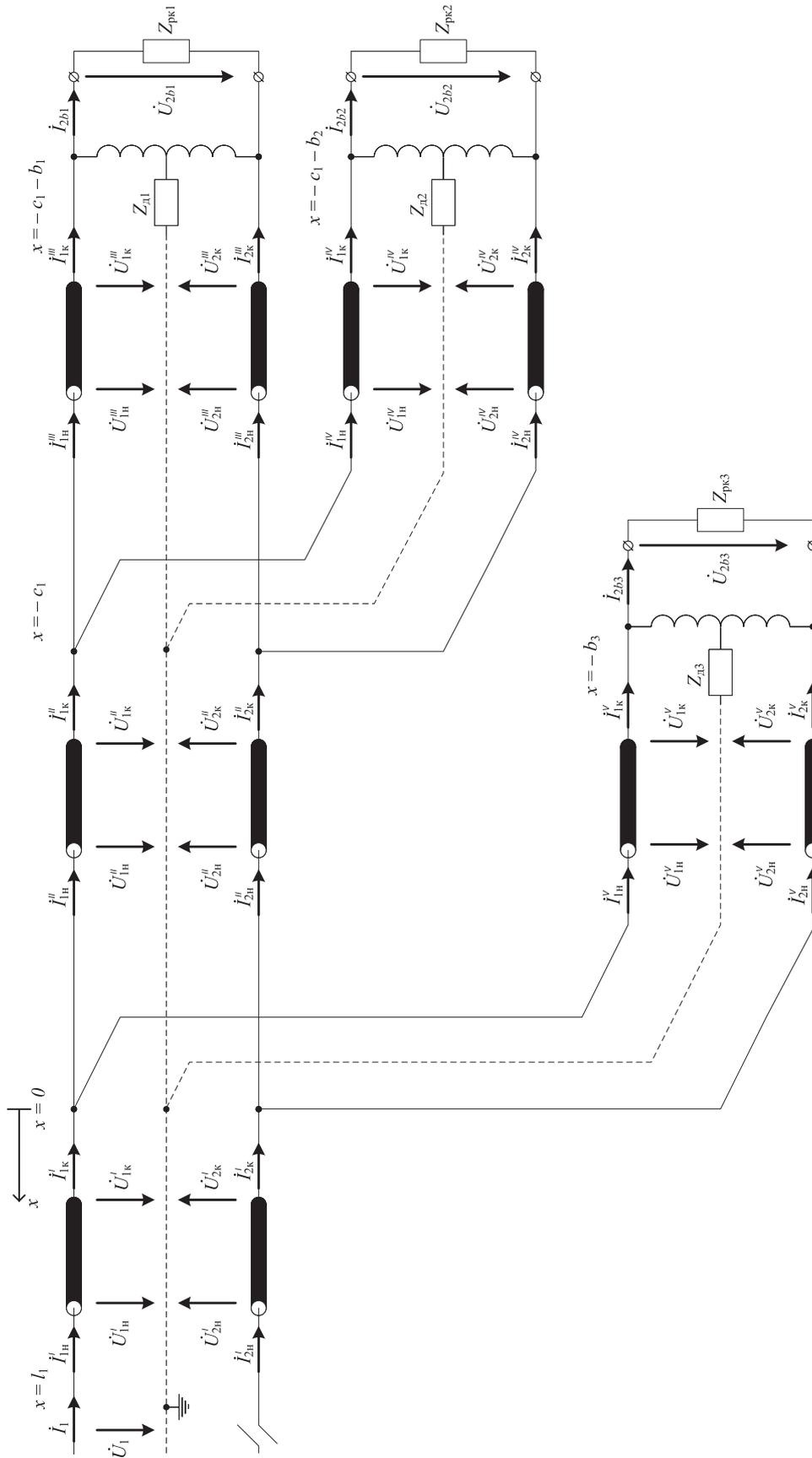


Рис. 21. Схема замещения рельсовой линии при изломе рельса на участке C_2 и направлении передачи с ПК на РК1 для получения граничных условий

$x_4 = -c_1 - b_2$ — конец рельсовой линии b_2 ;
 $x_5 = -b_3$ — конец рельсовой линии b_3 .

На основании законов Кирхгофа, в соответствии со схемой, приведенной на рис. 20, можно задать граничные условия (98) – (117) для определения двадцати постоянных интегрирования $A_1^I, A_2^I, A_3^I, A_4^I, \dots, A_1^V, A_2^V, A_3^V, A_4^V$.

$$x = l_1; \quad \dot{i}_{2н}^I = 0, \quad (98)$$

$$x = 0; \quad \begin{aligned} \dot{i}_{1к}^I + \dot{i}_{2к}^I - \dot{i}_{1н}^I - \dot{i}_{2н}^I - \dot{i}_{1н}^V - \dot{i}_{2н}^V &= 0, & (99) \\ \dot{i}_{1к}^I - \dot{i}_{2к}^I - \dot{i}_{1н}^I + \dot{i}_{2н}^I - \dot{i}_{1н}^V + \dot{i}_{2н}^V &= 0, & (100) \\ \dot{U}_{1к}^I + \dot{U}_{2к}^I - \dot{U}_{1н}^I - \dot{U}_{2н}^I &= 0, & (101) \\ \dot{U}_{1к}^I - \dot{U}_{2к}^I - \dot{U}_{1н}^I + \dot{U}_{2н}^I &= 0, & (102) \\ \dot{U}_{1к}^I + \dot{U}_{2к}^I - \dot{U}_{1н}^V - \dot{U}_{2н}^V &= 0, & (103) \\ \dot{U}_{1к}^I - \dot{U}_{2к}^I - \dot{U}_{1н}^V + \dot{U}_{2н}^V &= 0, & (104) \end{aligned}$$

$$x = x_2 = -c_1; \quad \begin{aligned} \dot{i}_{1к}^I + \dot{i}_{2к}^I - \dot{i}_{1н}^I - \dot{i}_{2н}^I - \dot{i}_{1н}^V - \dot{i}_{2н}^V &= 0, & (105) \\ \dot{i}_{1к}^I - \dot{i}_{2к}^I - \dot{i}_{1н}^I + \dot{i}_{2н}^I - \dot{i}_{1н}^V + \dot{i}_{2н}^V &= 0, & (106) \\ \dot{U}_{1к}^I + \dot{U}_{2к}^I - \dot{U}_{1н}^I - \dot{U}_{2н}^I &= 0, & (107) \\ \dot{U}_{1к}^I - \dot{U}_{2к}^I - \dot{U}_{1н}^I + \dot{U}_{2н}^I &= 0, & (108) \\ \dot{U}_{1к}^I + \dot{U}_{2к}^I - \dot{U}_{1н}^V - \dot{U}_{2н}^V &= 0, & (109) \\ \dot{U}_{1к}^I - \dot{U}_{2к}^I - \dot{U}_{1н}^V + \dot{U}_{2н}^V &= 0, & (110) \end{aligned}$$

$$x = x_3 = -c_1 - b_1; \quad \begin{aligned} \dot{U}_{1к}^I - \dot{U}_{2к}^I &= \dot{U}_{2б1}, & (111) \\ \dot{i}_{1к}^I - \dot{i}_{2к}^I &= 2\dot{i}_{2б1}, & (112) \\ \dot{U}_{1к}^I + \dot{U}_{2к}^I - 2Z_{д1} \cdot (\dot{i}_{1к}^I + \dot{i}_{2к}^I) &= 0, & (113) \end{aligned}$$

$$x = x_4 = -c_1 - b_2; \quad \begin{aligned} \dot{U}_{1к}^I + \dot{U}_{2к}^I - 2Z_{д2} \cdot (\dot{i}_{1к}^I + \dot{i}_{2к}^I) &= 0, & (114) \\ \dot{U}_{1к}^I - \dot{U}_{2к}^I - 0,5Z_{пк2} \cdot (\dot{i}_{1к}^I - \dot{i}_{2к}^I) &= 0, & (115) \end{aligned}$$

$$x = x_5 = -b_3; \quad \begin{aligned} \dot{U}_{1к}^I + \dot{U}_{2к}^I - 2Z_{д3} \cdot (\dot{i}_{1к}^I + \dot{i}_{2к}^I) &= 0, & (116) \\ \dot{U}_{1к}^I - \dot{U}_{2к}^I - 0,5Z_{пк3} \cdot (\dot{i}_{1к}^I - \dot{i}_{2к}^I) &= 0. & (117) \end{aligned}$$

С учетом выражений (26) – (29) уравнения (98) – (117) примут вид (118) – (137).

$$A_1^I y_{11} \text{sh}(\gamma_1 l_1) + A_2^I y_{11} \text{ch}(\gamma_1 l_1) - A_3^I y_{12} \text{sh}(\gamma_2 l_1) - A_4^I y_{12} \text{ch}(\gamma_2 l_1) = 0, \quad (118)$$

$$A_2^I - A_2^I - A_2^V = 0, \quad (119)$$

$$A_4^I - A_4^I - A_4^V = 0, \quad (120)$$

$$A_1^I - A_1^I = 0, \quad (121)$$

$$A_3^I - A_3^I = 0, \quad (122)$$

$$A_1^I - A_1^V = 0, \quad (123)$$

$$A_3^I - A_3^V = 0, \quad (124)$$

$$A_1^I \text{sh}(\gamma_1 x_2) + A_2^I \text{ch}(\gamma_1 x_2) - A_1^I \text{sh}(\gamma_1 x_2) - A_2^I \text{ch}(\gamma_1 x_2) - A_1^V \text{sh}(\gamma_1 x_2) - A_2^V \text{ch}(\gamma_1 x_2) = 0, \quad (125)$$

$$A_3^I \text{sh}(\gamma_2 x_2) + A_4^I \text{ch}(\gamma_2 x_2) - A_3^I \text{sh}(\gamma_2 x_2) - A_4^I \text{ch}(\gamma_2 x_2) - A_3^V \text{sh}(\gamma_2 x_2) - A_4^V \text{ch}(\gamma_2 x_2) = 0, \quad (126)$$

$$A_1^I \text{ch}(\gamma_1 x_2) + A_2^I \text{sh}(\gamma_1 x_2) - A_1^I \text{ch}(\gamma_1 x_2) - A_2^I \text{sh}(\gamma_1 x_2) = 0, \quad (127)$$

$$A_3^I \text{ch}(\gamma_2 x_2) + A_4^I \text{sh}(\gamma_2 x_2) - A_3^I \text{ch}(\gamma_2 x_2) - A_4^I \text{sh}(\gamma_2 x_2) = 0, \quad (128)$$

$$A_1^I \text{ch}(\gamma_1 x_2) + A_2^I \text{sh}(\gamma_1 x_2) - A_1^V \text{ch}(\gamma_1 x_2) - A_2^V \text{sh}(\gamma_1 x_2) = 0, \quad (129)$$

$$A_3^I \text{ch}(\gamma_2 x_2) + A_4^I \text{sh}(\gamma_2 x_2) - A_3^V \text{ch}(\gamma_2 x_2) - A_4^V \text{sh}(\gamma_2 x_2) = 0, \quad (130)$$

$$A_3^I \text{ch}(\gamma_2 x_3) + A_4^I \text{sh}(\gamma_2 x_3) = 0, 5\dot{U}_{2б1}, \quad (131)$$

$$A_3^I y_{12} \text{sh}(\gamma_2 x_3) + A_4^I y_{12} \text{ch}(\gamma_2 x_3) = \dot{I}_{2б1}, \quad (132)$$

$$A_1^I (\text{ch}(\gamma_1 x_3) - 2Z_{д1} y_{11} \text{sh}(\gamma_1 x_3)) + A_2^I (\text{sh}(\gamma_1 x_3) - 2Z_{д1} y_{11} \text{ch}(\gamma_1 x_3)) = 0, \quad (133)$$

$$A_1^I (\text{ch}(\gamma_1 x_4) - 2Z_{д2} y_{11} \text{sh}(\gamma_1 x_4)) + A_2^I (\text{sh}(\gamma_1 x_4) - 2Z_{д2} y_{11} \text{ch}(\gamma_1 x_4)) = 0, \quad (134)$$

$$A_3^I (\text{ch}(\gamma_2 x_4) - 0,5Z_{пк2} y_{12} \text{sh}(\gamma_2 x_4)) + A_4^I (\text{sh}(\gamma_2 x_4) - 0,5Z_{пк2} y_{12} \text{ch}(\gamma_2 x_4)) = 0, \quad (135)$$

$$A_1^I (\text{ch}(\gamma_1 x_5) - 2Z_{д3} y_{11} \text{sh}(\gamma_1 x_5)) + A_2^I (\text{sh}(\gamma_1 x_5) - 2Z_{д3} y_{11} \text{ch}(\gamma_1 x_5)) = 0, \quad (136)$$

$$A_3^I (\text{ch}(\gamma_2 x_5) - 0,5Z_{пк3} y_{12} \text{sh}(\gamma_2 x_5)) + A_4^I (\text{sh}(\gamma_2 x_5) - 0,5Z_{пк3} y_{12} \text{ch}(\gamma_2 x_5)) = 0. \quad (137)$$

Напряжение и ток на входе четырехполюсника $N_{2эс2b1}$, то есть, в месте излома рельса, в соответствии со схемой (рис. 21) и выражениями (26) – (29) примут вид:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}'_1 = A'_1 \text{ch}(\gamma_1 l_1) + A'_2 \text{sh}(\gamma_1 l_1) + A'_3 \text{ch}(\gamma_2 l_1) + A'_4 \text{sh}(\gamma_2 l_1), \quad (138)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}'_1 = y_{11}(A'_1 \text{sh}(\gamma_1 l_1) + A'_2 \text{ch}(\gamma_1 l_1)) + y_{12}(A'_3 \text{sh}(\gamma_2 l_1) + A'_4 \text{ch}(\gamma_2 l_1)). \quad (139)$$

Уравнений (118) – (137) и выражений (138), (139) достаточно, чтобы по вышеописанной методике получить числовые значения A -параметров четырехполюсника $N_{2эс2b1}$.

3.6. Излом рельса на участке c_2 при направлении передачи с ПК на РК2

Числовые значения A -параметров четырехполюсника $N_{2эс2b2}$ (рис. 22) также могут быть получены на основании уравнений (118) – (137) и выражений (138), (139), если в них поменять местами b_1 и b_2 , $Z_{д1}$ и $Z_{д2}$, $Z_{рк2}$ изменить на $Z_{рк1}$ (это удобно выполнять непосредственно в программном коде, уже имея реализованную функцию расчета коэффициентов четырехполюсника $N_{2эс2b1}$).

3.7. Излом рельса на участке c_2 при направлении передачи с ПК на РК3

Для расчета A -параметров четырехполюсника $N_{2эс2b3}$, характеризующих условия передачи от места излома рельса на участке рельсовой линии c_2 до места подключения релейного конца 3 (рис. 23), может быть использована большая часть из приведенных выше граничных условий (98) – (117). Необходимо лишь заменить в них уравнения (111), (112), (117) на приведенные ниже уравнения (140), (141), (142).

$$x = x_5 = -c_1 - b_3:$$

$$\dot{U}'_{1к} - \dot{U}'_{2к} = \dot{U}_{2б3}, \quad (140)$$

$$\dot{I}'_{1к} - \dot{I}'_{2к} = 2\dot{I}_{2б3}, \quad (141)$$

$$x = x_3 = -c_1 - b_1:$$

$$\dot{U}'_{1к} - \dot{U}'_{2к} - 0,5Z_{рк1} \cdot (\dot{I}'_{1к} - \dot{I}'_{2к}) = 0. \quad (142)$$

Соответственно, в системе уравнений (118) – (139) это приведет к замене уравнений (131), (132), (137) на приведенные ниже уравнения (143), (144), (145).

$$A'_3 \text{ch}(\gamma_2 x_5) + A'_4 \text{sh}(\gamma_2 x_5) = 0, 5\dot{U}_{2б3}, \quad (143)$$

$$A'_3 y_{12} \text{sh}(\gamma_2 x_5) + A'_4 y_{12} \text{ch}(\gamma_2 x_5) = \dot{I}_{б23}, \quad (144)$$

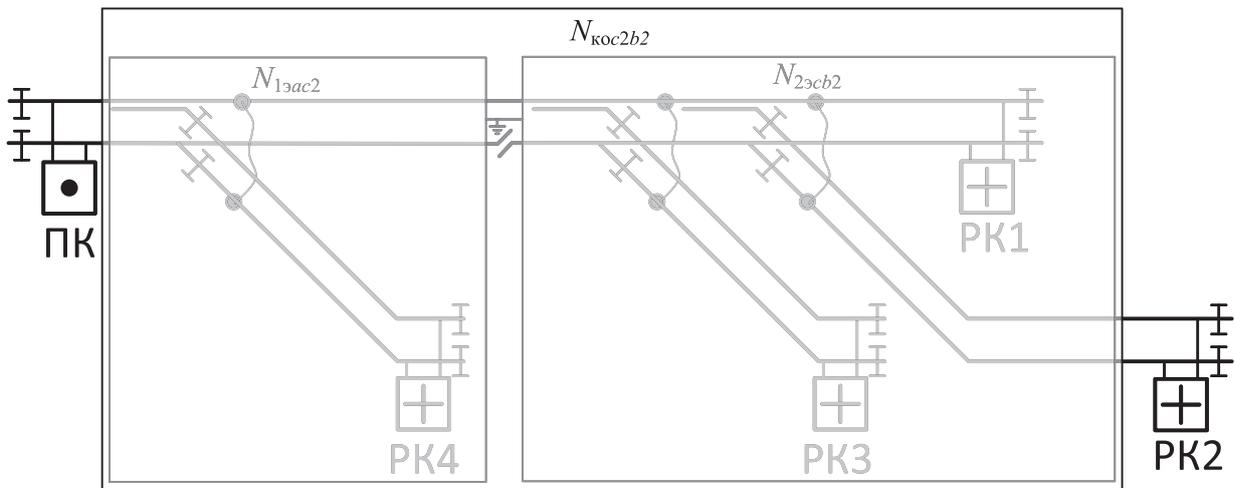


Рис. 22. Схема замещения рельсовой линии при изломе рельса на участке c_2 и направлении передачи с ПК на РК2 как каскадное соединение четырехполюсников

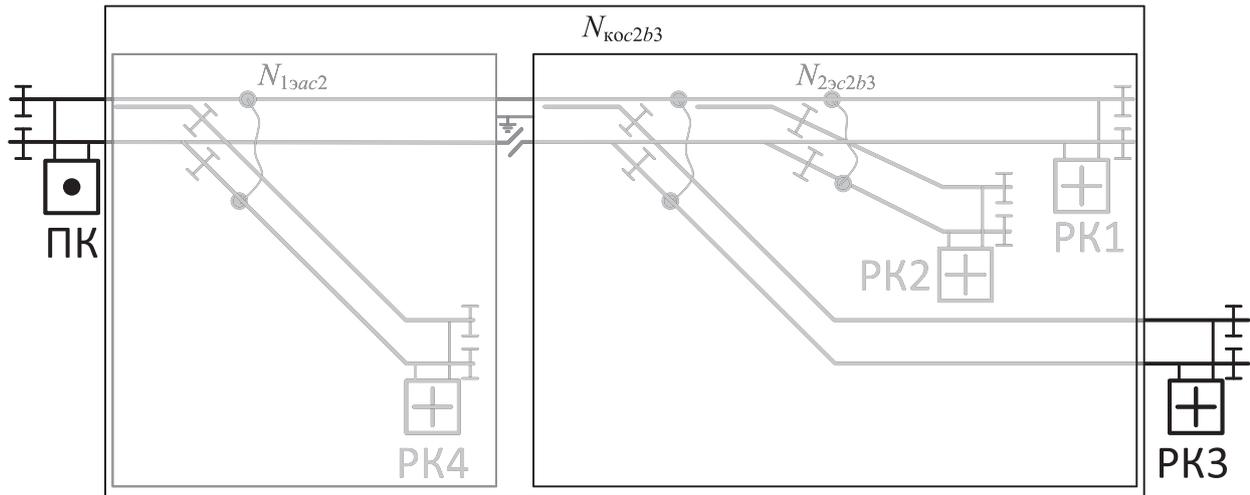


Рис. 23. Схема замещения рельсовой линии при изломе рельса на участке c_2 и направлении передачи с ПК на РКЗ как каскадное соединение четырехполюсников

$$A_3^{III} (\text{ch}(\gamma_2 x_3) - 0,5Z_{\text{рк1}} y_{12} \text{sh}(\gamma_2 x_3)) + A_4^{III} (\text{sh}(\gamma_2 x_3) - 0,5Z_{\text{рк1}} y_{12} \text{ch}(\gamma_2 x_3)) = 0. \quad (145)$$

На основании уравнений (118) – (130), (140), (141), (113) – (136), (145) и выражений (138), (139) по вышеописанной методике могут быть рассчитаны значения A -параметров четырехполюсника $N_{2эab3}$.

3.8. Излом рельса на участке c_1 при направлении передачи с ПК на РК1

При изломе рельса на участке c_1 и направлении передачи с ПК на РК1 эквивалентный четырехполюсник рельсовой линии $N_{\text{кoc1b1}}$ будет представлять собой каскадное соединение двух четырехполюсников: эквивалентного четырехполюсника рельсовой линии от ПК до места излома рельса, $N_{1эac1}$, и эквивалентного четырехполюсника рельсовой линии от места излома рельса до РК1 $N_{2эc1b1}$ (рис. 24). Коэффициенты четырехполюсника $N_{1эac1}$ могут быть получены на основании тех же уравнений, что и для $N_{1эc2b1}$, при условии замены переменных и изменения направления передачи (подробнее см. табл. 2).

Схема замещения рельсового четырехполюсника при передаче от места излома рельса на участке c_1 в сторону РК1 представлена на рис. 25. На ней приняты следующие обозначения:

\dot{U}_1, \dot{I}_1 — напряжение относительно земли и ток в первом рельсе в месте излома второго рельса;

$\dot{U}_{2b1}, \dot{I}_{2b1}$ — напряжение и ток на выходе рельсовой линии в конце участка b_1 ;

$\dot{U}_{2b2}, \dot{I}_{2b2}$ — напряжение и ток на выходе рельсовой линии в конце участка b_2 ;

$\dot{U}_{1н}^{II}, \dot{U}_{1к}^{II}, \dots, \dot{U}_{1н}^{IV}, \dot{U}_{1к}^{IV}$ — напряжения на первом рельсе относительно земли в начале («н») и в конце («к») участков рельсовой линии l_1, c_1, b_1, b_2 ;

$\dot{U}_{2н}^{II}, \dot{U}_{2к}^{II}, \dots, \dot{U}_{2н}^{IV}, \dot{U}_{2к}^{IV}$ — то же самое, для второго рельса;

$\dot{I}_{1н}^{II}, \dot{I}_{1к}^{II}, \dots, \dot{I}_{1н}^{IV}, \dot{I}_{1к}^{IV}$ — ток в первом рельсе относительно земли в начале («н») и в конце («к») участков рельсовой линии l_1, c_1, b_1, b_2 ;

$\dot{I}_{2н}^{II}, \dot{I}_{2к}^{II}, \dots, \dot{I}_{2н}^{IV}, \dot{I}_{2к}^{IV}$ — то же самое, для второго рельса.

$Z_{д1}, Z_{д2}$ — сопротивление средней точки дроссель-трансформатора на землю, соответственно, РК1, РК2;

$Z_{\text{рк1}}, Z_{\text{рк2}}$ — эквивалентное входное сопротивление аппаратуры, соответственно, РК1, РК2;

l_1 — расстояние от места разветвления участков рельсовой линии c_1, b_1, b_2 до места излома рельса.

Пусть начало координат будет в месте разветвления участков рельсовой линии a, b_4, c_2 , а положительное направление оси x — в сторону ПК.

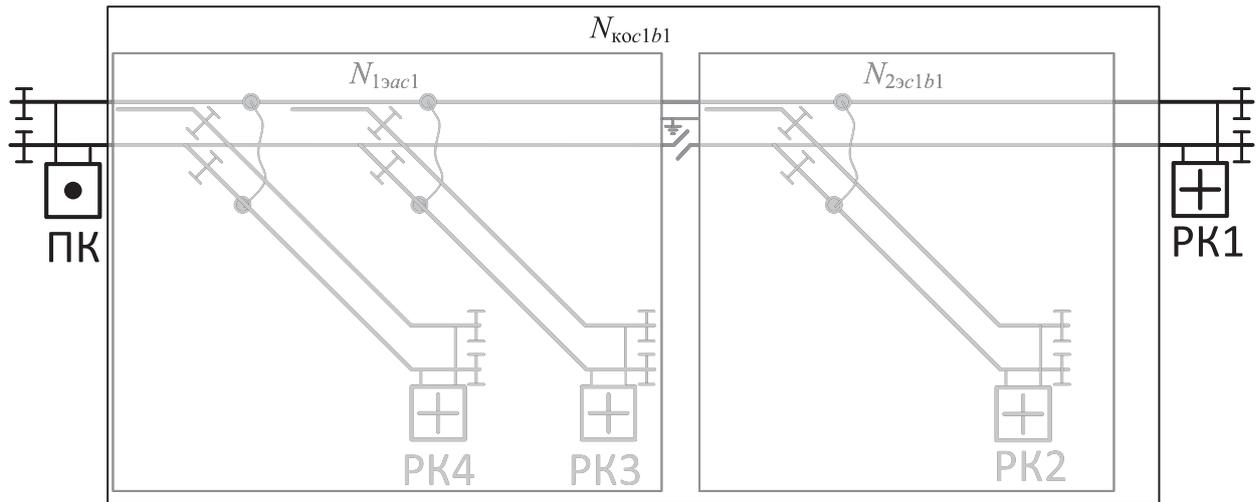


Рис. 24. Схема замещения рельсовой линии при изломе рельса на участке c_1 и направлении передачи с ПК на ПК1 как каскадное соединение четырехполюсников

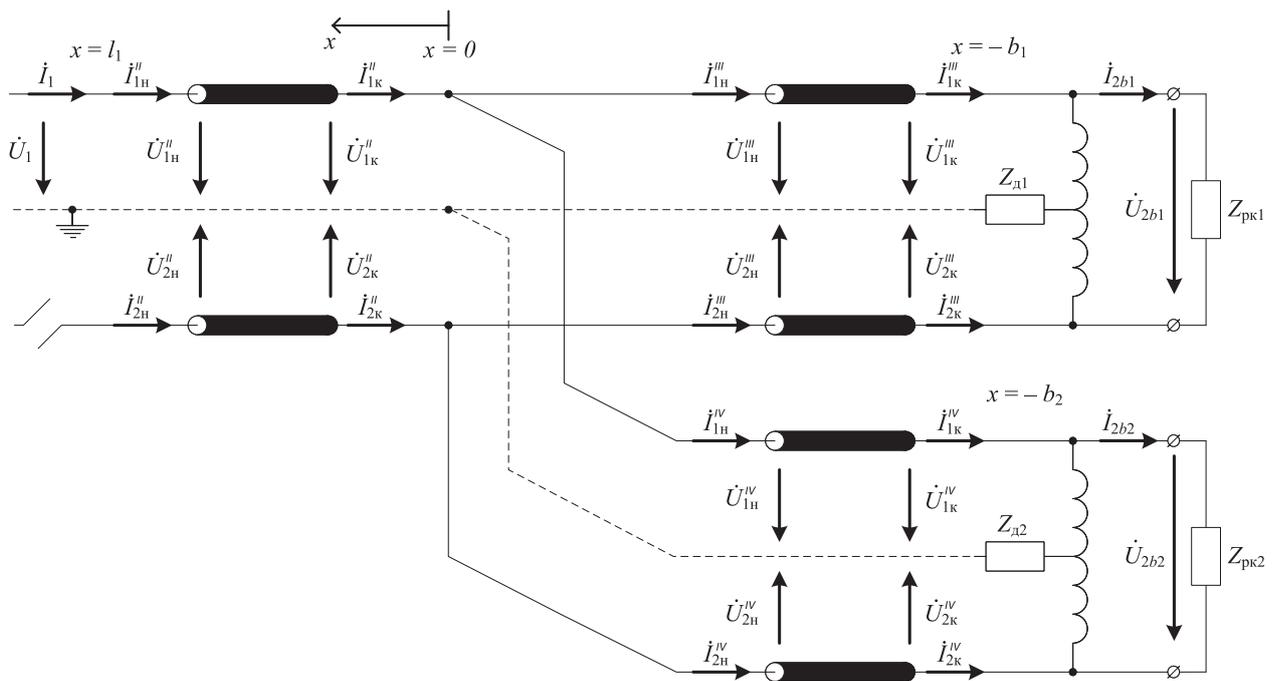


Рис. 25. Схема замещения рельсовой линии при изломе рельса на участке c_2 и направлении передачи с ПК на ПК1 для получения граничных условий

Тогда для разных сечений принятой схемы замещения будут справедливы следующие значения координаты x :

- l_1 — место излома рельса;
- $x_3 = -b_1$ — конец рельсовой линии b_1 ;
- $x_4 = -b_2$ — конец рельсовой линии b_2 .

На основании законов Кирхгофа в соответствии со схемой, приведенной на рис. 25, можно задать граничные условия (146) – (157) для определения двенадцати постоянных интегрирования $A_1^{II}, A_2^{II}, A_3^{II}, A_4^{II}, \dots, A_1^{IV}, A_2^{IV}, A_3^{IV}, A_4^{IV}$.

$$x = l_1; \quad \dot{i}_{2н}^{II} = 0, \quad (146)$$

$x = 0:$

$$\dot{i}_{1к}^{II} + \dot{i}_{2к}^{II} - \dot{i}_{1н}^{III} - \dot{i}_{2н}^{III} - \dot{i}_{1н}^{IV} - \dot{i}_{2н}^{IV} = 0, \quad (147)$$

$$\dot{i}_{1к}^{III} - \dot{i}_{2к}^{III} - \dot{i}_{1н}^{IV} + \dot{i}_{2н}^{IV} - \dot{i}_{1н}^{IV} + \dot{i}_{2н}^{IV} = 0, \quad (148)$$

$$\dot{U}_{1к}^{II} + \dot{U}_{2к}^{II} - \dot{U}_{1н}^{III} - \dot{U}_{2н}^{III} = 0, \quad (149)$$

$$\dot{U}_{1к}^{III} - \dot{U}_{2к}^{III} - \dot{U}_{1н}^{IV} + \dot{U}_{2н}^{IV} = 0, \quad (150)$$

$$\dot{U}_{1к}^{IV} + \dot{U}_{2к}^{IV} - \dot{U}_{1н}^{IV} - \dot{U}_{2н}^{IV} = 0, \quad (151)$$

$$\dot{U}_{1к}^{IV} - \dot{U}_{2к}^{IV} - \dot{U}_{1н}^{IV} + \dot{U}_{2н}^{IV} = 0, \quad (152)$$

$x = x_3 = -b_1:$

$$\dot{U}_{1к}^{III} - \dot{U}_{2к}^{III} = \dot{U}_{2b1}, \quad (153)$$

$$\dot{i}_{1к}^{III} - \dot{i}_{2к}^{III} = 2\dot{i}_{2b1}, \quad (154)$$

$$\dot{U}_{1к}^{III} + \dot{U}_{2к}^{III} - 2Z_{д1} \cdot (\dot{i}_{1к}^{III} + \dot{i}_{2к}^{III}) = 0, \quad (155)$$

$x = x_4 = -b_2:$

$$\dot{U}_{1к}^{IV} + \dot{U}_{2к}^{IV} - 2Z_{д2} \cdot (\dot{i}_{1к}^{IV} + \dot{i}_{2к}^{IV}) = 0, \quad (156)$$

$$\dot{U}_{1к}^{IV} - \dot{U}_{2к}^{IV} - 0,5Z_{рк2} \cdot (\dot{i}_{1к}^{IV} - \dot{i}_{2к}^{IV}) = 0. \quad (157)$$

С учетом выражений (26) – (29) уравнения (146) – (157) примут вид (158) – (169).

$$A_1^{II} y_{11} \text{sh}(\gamma_1 l_1) + A_2^{II} y_{11} \text{ch}(\gamma_1 l_1) - A_3^{II} y_{12} \text{sh}(\gamma_2 l_1) - A_4^{II} y_{12} \text{ch}(\gamma_2 l_1) = 0, \quad (158)$$

$$A_2^{III} - A_2^{III} - A_2^{IV} = 0, \quad (159)$$

$$A_4^{III} - A_4^{III} - A_4^{IV} = 0, \quad (160)$$

$$A_1^{III} - A_1^{III} = 0, \quad (161)$$

$$A_3^{III} - A_3^{III} = 0, \quad (162)$$

$$A_1^{IV} - A_1^{IV} = 0, \quad (163)$$

$$A_3^{IV} - A_3^{IV} = 0, \quad (164)$$

$$A_3^{III} \text{ch}(\gamma_2 x_3) + A_4^{III} \text{sh}(\gamma_2 x_3) = 0, 5\dot{U}_{2b1}, \quad (165)$$

$$A_3^{III} y_{12} \text{sh}(\gamma_2 x_3) + A_4^{III} y_{12} \text{ch}(\gamma_2 x_3) = \dot{i}_{2b1}, \quad (166)$$

$$A_1^{III} (\text{ch}(\gamma_1 x_3) - 2Z_{д1} y_{11} \text{sh}(\gamma_1 x_3)) + A_2^{III} (\text{sh}(\gamma_1 x_3) - 2Z_{д1} y_{11} \text{ch}(\gamma_1 x_3)) = 0, \quad (167)$$

$$A_1^{IV} (\text{ch}(\gamma_1 x_4) - 2Z_{д2} y_{11} \text{sh}(\gamma_1 x_4)) + A_2^{IV} (\text{sh}(\gamma_1 x_4) - 2Z_{д2} y_{11} \text{ch}(\gamma_1 x_4)) = 0, \quad (168)$$

$$A_3^{IV} (\text{ch}(\gamma_2 x_4) - 0,5Z_{рк2} y_{12} \text{sh}(\gamma_2 x_4)) + A_4^{IV} (\text{sh}(\gamma_2 x_4) - 0,5Z_{рк2} y_{12} \text{ch}(\gamma_2 x_4)) = 0. \quad (169)$$

Напряжение и ток на входе четырехполюсника $N_{2эс1b1}$, то есть в месте излома рельса, в соответствии со схемой (рис. 25) и выражениями (26) – (29) примут вид:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{1н}^{II} = A_1^{II} \text{ch}(\gamma_1 l_1) + A_2^{II} \text{sh}(\gamma_1 l_1) + A_3^{II} \text{ch}(\gamma_2 l_1) + A_4^{II} \text{sh}(\gamma_2 l_1), \quad (170)$$

$$\dot{i}_1 = \dot{i}_{1н}^{II} = y_{11} (A_1^{II} \text{sh}(\gamma_1 l_1) + A_2^{II} \text{ch}(\gamma_1 l_1)) + y_{12} (A_3^{II} \text{sh}(\gamma_2 l_1) + A_4^{II} \text{ch}(\gamma_2 l_1)). \quad (171)$$

Уравнений (158) – (169) и выражений (170), (171) достаточно, чтобы по вышеописанной методике получить числовые значения A -параметров четырехполюсника $N_{2эс2b1}$.

3.9. Излом рельса на участке c_1 при направлении передачи с ПК на РК2

Числовые значения A -параметров четырехполюсника $N_{2эс2b2}$ (рис. 26) также могут быть получены на основании уравнений (158) – (169) и выражений (170), (171), если в них поменять местами b_1 и b_2 , $Z_{д1}$ и $Z_{д2}$, $Z_{рк2}$ изменить на $Z_{рк1}$ (это удобно выполнять непосредственно в программном коде, уже имея реализованную функцию расчета коэффициентов четырехполюсника $N_{2эс2b1}$).

3.10. Излом рельса на участке b_3 при направлении передачи с ПК на РК3

При изломе рельса на участке b_3 и направлении передачи с ПК на РК3 эквивалентный четырехполюсник рельсовой линии $N_{коб3b3}$ будет представлять собой каскадное соединение двух четырехполюсников: эквивалентного четырехполюсника рельсовой линии от ПК до места излома рельса $N_{1эаб3}$ и эквивалентного четырехполюсника рельсовой линии от места излома рельса до РК3 $N_{2эб3b3}$ (рис. 27).

Схема замещения рельсового четырехполюсника при передаче от питающего конца в сторону места излома рельса на участке рельсовой линии b_3 представлена на рис. 28. На ней приняты следующие обозначения:

\dot{U}_1, \dot{i}_1 — напряжение и ток в начале рельсовой линии;

$\dot{U}_{2b1}, \dot{i}_{2b1}$ — напряжение и ток на выходе рельсовой линии в конце участка b_1 ;

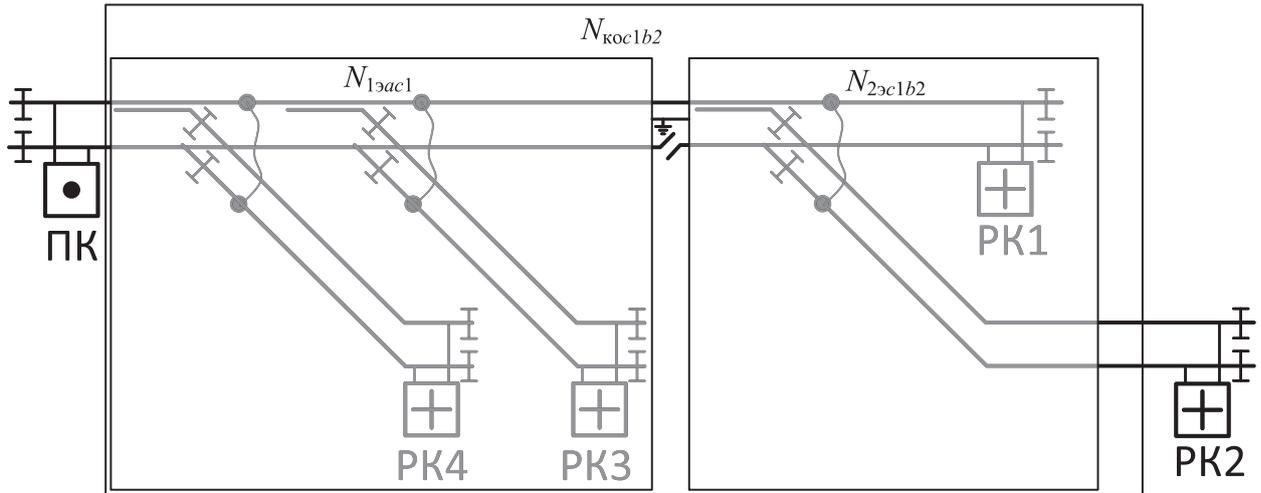


Рис. 26. Схема замещения рельсовой линии при изломе рельса на участке c_1 и направлении передачи с ПК на РК2 как каскадное соединение четырехполюсников

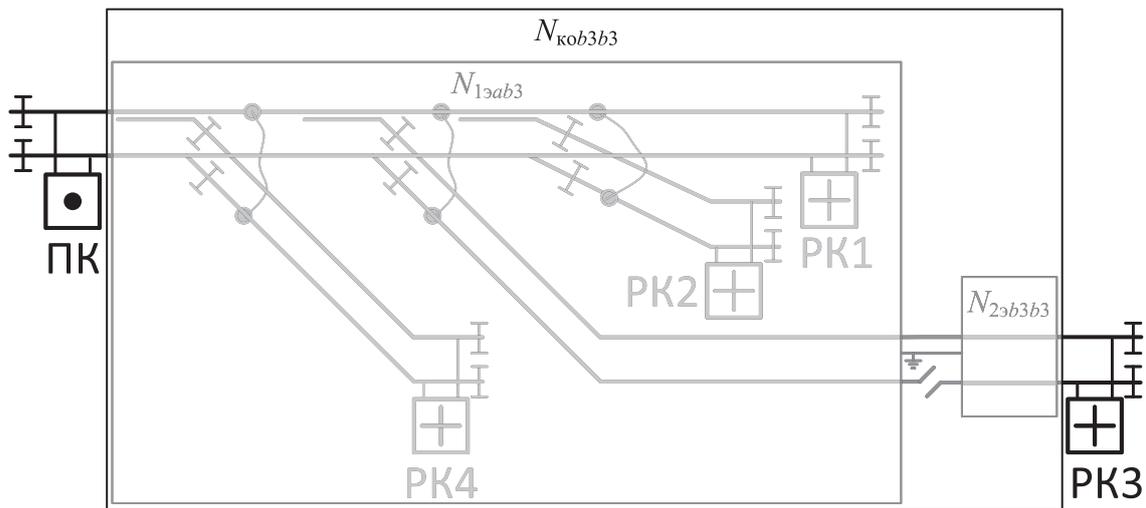


Рис. 27. Схема замещения рельсовой линии при изломе рельса на участке b_3 и направлении передачи с ПК на РК3 как каскадное соединение четырехполюсников

$\dot{U}_{2b2}, \dot{I}_{2b2}$ — напряжение и ток на выходе рельсовой линии в конце участка b_2 ;

\dot{U}_2, \dot{I}_2 — напряжение относительно земли и ток в первом рельсе в месте излома второго рельса;

$\dot{U}_{2b4}, \dot{I}_{2b4}$ — напряжение и ток на выходе рельсовой линии в конце участка b_4 ;

$\dot{U}_{1н}, \dot{U}_{1к}, \dot{U}_{1н}^I, \dot{U}_{1к}^I, \dot{U}_{1н}^{II}, \dot{U}_{1к}^{II}, \dots, \dot{U}_{1н}^{VI}, \dot{U}_{1к}^{VI}$ — напряжения на первом рельсе относительно земли в начале («н») и в конце («к») участков рельсовой линии $l_1, a, c_2, c_1, b_1, b_2, b_4$;

$\dot{U}_{2н}, \dot{U}_{2к}, \dot{U}_{2н}^I, \dot{U}_{2к}^I, \dot{U}_{2н}^{II}, \dot{U}_{2к}^{II}, \dots, \dot{U}_{2н}^{VI}, \dot{U}_{2к}^{VI}$ — то же самое, для второго рельса;

$\dot{I}_{1н}, \dot{I}_{1к}, \dot{I}_{1н}^I, \dot{I}_{1к}^I, \dot{I}_{1н}^{II}, \dot{I}_{1к}^{II}, \dots, \dot{I}_{1н}^{VI}, \dot{I}_{1к}^{VI}$ — ток в первом рельсе относительно земли в начале («н») и в конце («к») участков рельсовой линии $l_1, a, c_2, c_1, b_1, b_2, b_4$;

$\dot{I}_{2н}, \dot{I}_{2к}, \dot{I}_{2н}^I, \dot{I}_{2к}^I, \dot{I}_{2н}^{II}, \dot{I}_{2к}^{II}, \dots, \dot{I}_{2н}^{VI}, \dot{I}_{2к}^{VI}$ — то же самое, для второго рельса;

$Z_{дн}, Z_{д1}, Z_{д2}, Z_{д4}$ — сопротивление средней точки дроссель-трансформатора на землю, соответственно, ПК, РК1, РК2, РК4;

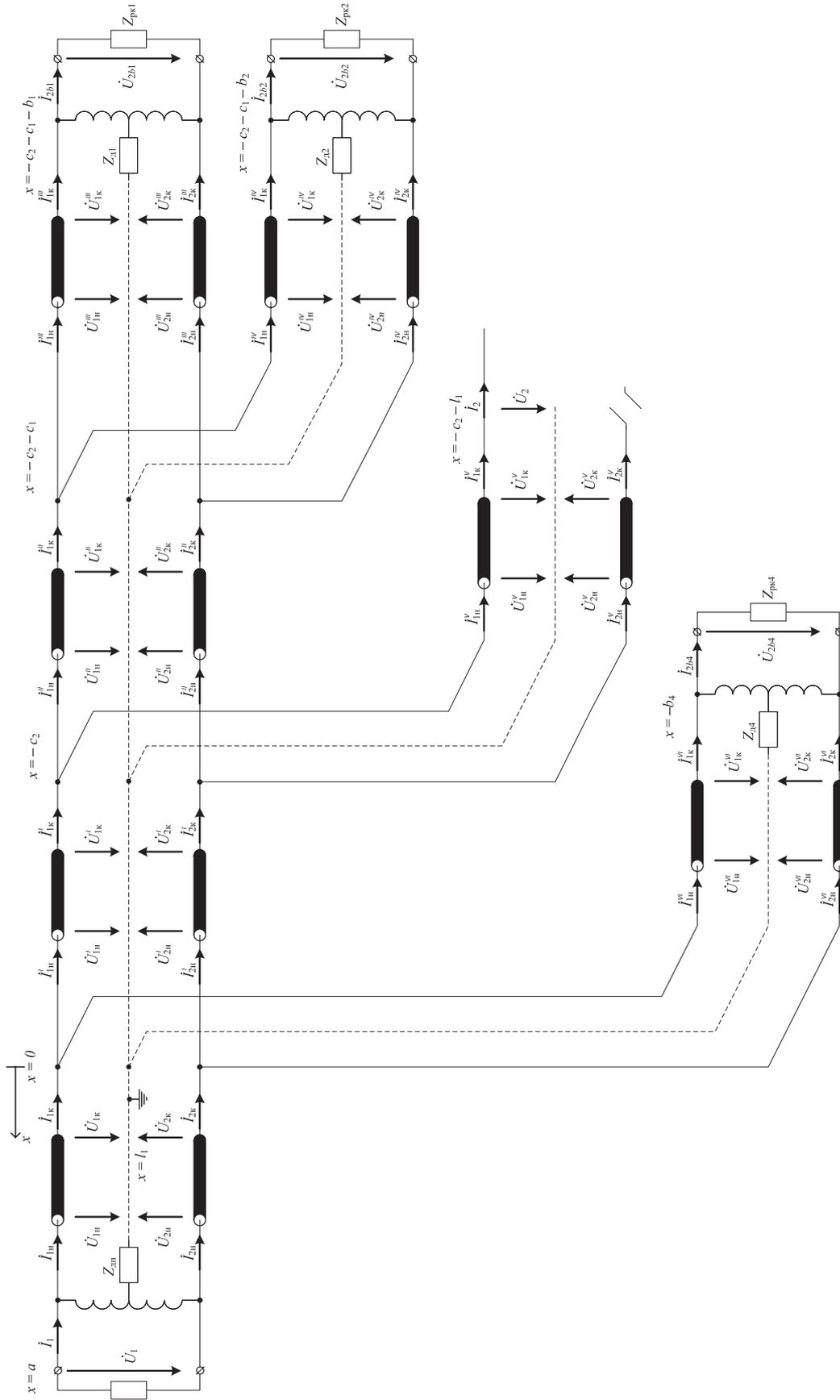


Рис. 28. Схема замещения рельсовой линии при изломе рельса на участке b_3 и направлении передачи с ПК на РКЗ для получения граничных условий

$Z_{pk1}, Z_{pk2}, Z_{pk4}$ — эквивалентное входное сопротивление аппаратуры, соответственно, РК1, РК2, РК4;

l_1 — расстояние от места разветвления участков рельсовой линии c_2, c_1, b_3 до места излома рельса.

Пусть начало координат будет в месте разветвления участков рельсовой линии a, b_4, c_2 , а положительное направление оси x — в сторону ПК.

Тогда для разных сечений прямой схемы замещения будут справедливы следующие значения координаты x :

- a — начало рельсовой линии;
- $x_1 = -c_2$ — разветвление b_3, c_1, c_2 ;
- $x_2 = -c_2 - c_1$ — разветвление b_1, b_2, c_1 ;
- $x_3 = -c_2 - c_1 - b_1$ — конец рельсовой линии b_1 ;
- $x_4 = -c_2 - c_1 - b_2$ — конец рельсовой линии b_2 ;
- $x_5 = -c_2 - l_1$ — место излома рельса;
- $x_6 = -b_4$ — конец рельсовой линии b_4 .

На основании законов Кирхгофа, в соответствии со схемой, приведенной на рис. 28, можно задать граничные условия (172) – (199) для определения 28 постоянных интегрирования $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots, A_1^V, A_2^V, A_3^V, A_4^V$.

$x = a$:

$$\dot{U}_{1н} + \dot{U}_{2н} + 2Z_{дп} \cdot (\dot{I}_{1н} + \dot{I}_{2н}) = 0, \quad (172)$$

$x = 0$:

$$\dot{I}_{1к} + \dot{I}_{2к} - \dot{I}_{1н} - \dot{I}_{2н} - \dot{I}_{1н}^V - \dot{I}_{2н}^V = 0, \quad (173)$$

$$\dot{I}_{1к} - \dot{I}_{2к} - \dot{I}_{1н} + \dot{I}_{2н} - \dot{I}_{1н}^V + \dot{I}_{2н}^V = 0, \quad (174)$$

$$\dot{U}_{1к} + \dot{U}_{2к} - \dot{U}_{1н} - \dot{U}_{2н} = 0, \quad (175)$$

$$\dot{U}_{1к} - \dot{U}_{2к} - \dot{U}_{1н} + \dot{U}_{2н} = 0, \quad (176)$$

$$\dot{U}_{1к} + \dot{U}_{2к} - \dot{U}_{1н}^V - \dot{U}_{2н}^V = 0, \quad (177)$$

$$\dot{U}_{1к} - \dot{U}_{2к} - \dot{U}_{1н}^V + \dot{U}_{2н}^V = 0, \quad (178)$$

$x = x_1 = -c_2$:

$$\dot{I}_{1к} + \dot{I}_{2к} - \dot{I}_{1н} - \dot{I}_{2н} - \dot{I}_{1н}^V - \dot{I}_{2н}^V = 0, \quad (179)$$

$$\dot{I}_{1к} - \dot{I}_{2к} - \dot{I}_{1н} + \dot{I}_{2н} - \dot{I}_{1н}^V + \dot{I}_{2н}^V = 0, \quad (180)$$

$$\dot{U}_{1к} + \dot{U}_{2к} - \dot{U}_{1н} - \dot{U}_{2н} = 0, \quad (181)$$

$$\dot{U}_{1к} - \dot{U}_{2к} - \dot{U}_{1н} + \dot{U}_{2н} = 0, \quad (182)$$

$$\dot{U}_{1к} + \dot{U}_{2к} - \dot{U}_{1н}^V - \dot{U}_{2н}^V = 0, \quad (183)$$

$$\dot{U}_{1к} - \dot{U}_{2к} - \dot{U}_{1н}^V + \dot{U}_{2н}^V = 0, \quad (184)$$

$x = x_2 = -c_2 - c_1$:

$$\dot{I}_{1к}^II + \dot{I}_{2к}^II - \dot{I}_{1н}^III - \dot{I}_{2н}^III - \dot{I}_{1н}^IV - \dot{I}_{2н}^IV = 0, \quad (185)$$

$$\dot{I}_{1к}^II - \dot{I}_{2к}^II - \dot{I}_{1н}^III + \dot{I}_{2н}^III - \dot{I}_{1н}^IV + \dot{I}_{2н}^IV = 0, \quad (186)$$

$$\dot{U}_{1к}^II + \dot{U}_{2к}^II - \dot{U}_{1н}^III - \dot{U}_{2н}^III = 0, \quad (187)$$

$$\dot{U}_{1к}^II - \dot{U}_{2к}^II - \dot{U}_{1н}^III + \dot{U}_{2н}^III = 0, \quad (188)$$

$$\dot{U}_{1к}^II + \dot{U}_{2к}^II - \dot{U}_{1н}^IV - \dot{U}_{2н}^IV = 0, \quad (189)$$

$$\dot{U}_{1к}^II - \dot{U}_{2к}^II - \dot{U}_{1н}^IV + \dot{U}_{2н}^IV = 0, \quad (190)$$

$x = x_3 = -c_2 - c_1 - b_1$:

$$\dot{U}_{1к}^III + \dot{U}_{2к}^III - 2Z_{д1} \cdot (\dot{I}_{1к}^III + \dot{I}_{2к}^III) = 0, \quad (191)$$

$$\dot{U}_{1к}^III - \dot{U}_{2к}^III - 0,5Z_{pk3} \cdot (\dot{I}_{1к}^III - \dot{I}_{2к}^III) = 0, \quad (192)$$

$x = x_4 = -c_2 - c_1 - b_2$:

$$\dot{U}_{1к}^IV + \dot{U}_{2к}^IV - 2Z_{д2} \cdot (\dot{I}_{1к}^IV + \dot{I}_{2к}^IV) = 0, \quad (193)$$

$$\dot{U}_{1к}^IV - \dot{U}_{2к}^IV - 0,5Z_{pk2} \cdot (\dot{I}_{1к}^IV - \dot{I}_{2к}^IV) = 0, \quad (194)$$

$x = x_5 = -c_2 - l_1$:

$$\dot{I}_{1к}^V = \dot{I}_2, \quad (195)$$

$$\dot{U}_{1к}^V = \dot{U}_2, \quad (196)$$

$$\dot{I}_{2к}^V = 0, \quad (197)$$

$x = x_6 = -b_4$:

$$\dot{U}_{1к}^VI + \dot{U}_{2к}^VI - 2Z_{д4} \cdot (\dot{I}_{1к}^VI + \dot{I}_{2к}^VI) = 0, \quad (198)$$

$$\dot{U}_{1к}^VI - \dot{U}_{2к}^VI - 0,5Z_{pk4} \cdot (\dot{I}_{1к}^VI - \dot{I}_{2к}^VI) = 0. \quad (199)$$

По аналогии с [1], после подстановки в уравнения (172) – (199) выражений (26) – (29) с соответствующими значениями m, n, x , будет получена система уравнений (200) – (227).

$$A_1 (\text{ch}(\gamma_1 a) + 2Z_{дп} y_{11} \text{sh}(\gamma_1 a)) + A_2 (\text{sh}(\gamma_1 a) + 2Z_{дп} y_{11} \text{ch}(\gamma_1 a)) = 0, \quad (200)$$

$$A_2 - A_2^I - A_2^{VI} = 0, \quad (201)$$

$$A_4 - A_4^I - A_4^{VI} = 0, \quad (202)$$

$$A_1 - A_1^I = 0, \quad (203)$$

$$A_3 - A_3^I = 0, \quad (204)$$

$$A_1 - A_1^{VI} = 0, \quad (205)$$

$$A_3 - A_3^{VI} = 0, \quad (206)$$

$$A_1^I \text{sh}(\gamma_1 x_1) + A_2^I \text{ch}(\gamma_1 x_1) - A_1^{VI} \text{sh}(\gamma_1 x_1) - A_2^{VI} \text{ch}(\gamma_1 x_1) - A_1^V \text{sh}(\gamma_1 x_1) - A_2^V \text{ch}(\gamma_1 x_1) = 0, \quad (207)$$

$$A_3^I \operatorname{sh}(\gamma_2 x_1) + A_4^I \operatorname{ch}(\gamma_2 x_1) - A_3^{II} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_1) - A_4^{II} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_1) - A_3^V \operatorname{sh}(\gamma_2 x_1) - A_4^V \operatorname{ch}(\gamma_2 x_1) = 0, \quad (208)$$

$$A_1^I \operatorname{ch}(\gamma_1 x_1) + A_2^I \operatorname{sh}(\gamma_1 x_1) - A_1^{II} \operatorname{ch}(\gamma_1 x_1) - A_2^{II} \operatorname{sh}(\gamma_1 x_1) = 0, \quad (209)$$

$$A_3^I \operatorname{ch}(\gamma_2 x_1) + A_4^I \operatorname{sh}(\gamma_2 x_1) - A_3^{II} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_1) - A_4^{II} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_1) = 0, \quad (210)$$

$$A_1^I \operatorname{ch}(\gamma_1 x_1) + A_2^I \operatorname{sh}(\gamma_1 x_1) - A_1^V \operatorname{ch}(\gamma_1 x_1) - A_2^V \operatorname{sh}(\gamma_1 x_1) = 0, \quad (211)$$

$$A_3^I \operatorname{ch}(\gamma_2 x_1) + A_4^I \operatorname{sh}(\gamma_2 x_1) - A_3^V \operatorname{ch}(\gamma_2 x_1) - A_4^V \operatorname{sh}(\gamma_2 x_1) = 0, \quad (212)$$

$$A_1^{II} \operatorname{sh}(\gamma_1 x_2) + A_2^{II} \operatorname{ch}(\gamma_1 x_2) - A_1^{III} \operatorname{sh}(\gamma_1 x_2) - A_2^{III} \operatorname{ch}(\gamma_1 x_2) - A_1^{IV} \operatorname{sh}(\gamma_1 x_2) - A_2^{IV} \operatorname{ch}(\gamma_1 x_2) = 0, \quad (213)$$

$$A_3^{II} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_2) + A_4^{II} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_2) - A_3^{III} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_2) - A_4^{III} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_2) - A_3^{IV} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_2) - A_4^{IV} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_2) = 0, \quad (214)$$

$$A_1^{II} \operatorname{ch}(\gamma_1 x_2) + A_2^{II} \operatorname{sh}(\gamma_1 x_2) - A_1^{III} \operatorname{ch}(\gamma_1 x_2) - A_2^{III} \operatorname{sh}(\gamma_1 x_2) = 0, \quad (215)$$

$$A_3^{II} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_2) + A_4^{II} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_2) - A_3^{III} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_2) - A_4^{III} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_2) = 0, \quad (216)$$

$$A_1^{II} \operatorname{ch}(\gamma_1 x_2) + A_2^{II} \operatorname{sh}(\gamma_1 x_2) - A_1^{IV} \operatorname{ch}(\gamma_1 x_2) - A_2^{IV} \operatorname{sh}(\gamma_1 x_2) = 0, \quad (217)$$

$$A_3^{II} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_2) + A_4^{II} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_2) - A_3^{IV} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_2) - A_4^{IV} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_2) = 0, \quad (218)$$

$$A_1^{III} (\operatorname{ch}(\gamma_1 x_3) - 2Z_{\text{л}1} y_{11} \operatorname{sh}(\gamma_1 x_3)) + A_2^{III} (\operatorname{sh}(\gamma_1 x_3) - 2Z_{\text{л}1} y_{11} \operatorname{ch}(\gamma_1 x_3)) = 0, \quad (219)$$

$$A_3^{III} (\operatorname{ch}(\gamma_2 x_3) - 0,5Z_{\text{пк}1} y_{12} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_3)) + A_4^{III} (\operatorname{sh}(\gamma_2 x_3) - 0,5Z_{\text{пк}1} y_{12} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_3)) = 0, \quad (220)$$

$$A_1^{IV} (\operatorname{ch}(\gamma_1 x_4) - 2Z_{\text{л}2} y_{11} \operatorname{sh}(\gamma_1 x_4)) + A_2^{IV} (\operatorname{sh}(\gamma_1 x_4) - 2Z_{\text{л}2} y_{11} \operatorname{ch}(\gamma_1 x_4)) = 0, \quad (221)$$

$$A_3^{IV} (\operatorname{ch}(\gamma_2 x_4) - 0,5Z_{\text{пк}2} y_{12} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_4)) + A_4^{IV} (\operatorname{sh}(\gamma_2 x_4) - 0,5Z_{\text{пк}2} y_{12} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_4)) = 0, \quad (222)$$

$$A_1^V y_{11} \operatorname{sh}(\gamma_1 x_5) + A_2^V y_{11} \operatorname{ch}(\gamma_1 x_5) + A_3^V y_{12} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_5) + A_4^V y_{12} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_5) = \dot{I}_2, \quad (223)$$

$$A_1^V \operatorname{ch}(\gamma_1 x_5) + A_2^V \operatorname{sh}(\gamma_1 x_5) + A_3^V \operatorname{ch}(\gamma_2 x_5) + A_4^V \operatorname{sh}(\gamma_2 x_5) = \dot{U}_2, \quad (224)$$

$$A_1^V y_{11} \operatorname{sh}(\gamma_1 x_5) + A_2^V y_{11} \operatorname{ch}(\gamma_1 x_5) - A_3^V y_{12} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_5) - A_4^V y_{12} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_5) = 0, \quad (225)$$

$$A_1^{VI} (\operatorname{ch}(\gamma_1 x_6) - 2Z_{\text{л}4} y_{11} \operatorname{sh}(\gamma_1 x_6)) + A_2^{VI} (\operatorname{sh}(\gamma_1 x_6) - 2Z_{\text{л}4} y_{11} \operatorname{ch}(\gamma_1 x_6)) = 0, \quad (226)$$

$$A_3^{VI} (\operatorname{ch}(\gamma_2 x_6) - 0,5Z_{\text{пк}4} y_{12} \operatorname{sh}(\gamma_2 x_6)) + A_4^{VI} (\operatorname{sh}(\gamma_2 x_6) - 0,5Z_{\text{пк}4} y_{12} \operatorname{ch}(\gamma_2 x_6)) = 0. \quad (227)$$

Напряжение и ток на входе четырехполюсника $N_{1\text{э}ab3}$, то есть в месте излома рельса, в соответствии со схемой (рис. 28) и выражениями (26) – (29), примут вид:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{1\text{н}} - \dot{U}_{2\text{н}} = 2(A_3 \operatorname{ch}(\gamma_2 a) + A_4 \operatorname{sh}(\gamma_2 a)), \quad (228)$$

$$\dot{I}_1 = 0,5(\dot{I}_{1\text{н}} - \dot{I}_{2\text{н}}) = y_{12}(A_3 \operatorname{sh}(\gamma_2 a) + A_4 \operatorname{ch}(\gamma_2 a)). \quad (229)$$

Уравнений (200) – (227) и выражений (228), (229) достаточно, чтобы по вышеописанной методике получить числовые значения A -параметров четырехполюсника $N_{1\text{э}ab3}$.

Числовые значения A -параметров четырехполюсника $N_{2\text{э}b3b3}$ (рис. 27) могут быть рассчитаны по известным формулам [1] (с. 94), а также при помощи вышеописанной методике таким же образом, как и параметры четырехполюсника $N_{1\text{э}a}$ с учетом замены переменных и изменения направления передачи.

Итак, приведенные выше граничные условия и выражения для напряжения и тока в месте излома рельса позволяют определить числовые значения A -параметров четырехполюсника, замещающего фрагмент рельсовой линии для семи вариантов сочетания местоположения излома рельса и направления передачи. В табл. 1 представлены наименования этих четырехполюсников и указаны условия их применения и ссылки на формулы.

Параметры еще части четырехполюсников могут быть определены на основании тех же формул, но при условии замены переменных, что удобно делать непосредственно при

Таблица 1. Перечень эквивалентных четырехполюсников участков рельсовой линии, численные значения коэффициентов которых могут быть определены на основании приведенных выше уравнений

Наименование ЧП	Излом рельса на участке	Направление передачи	Уравнения для определения числовых значений коэффициентов
$N_{2\text{э}ab1}$	a	РК1	(58) – (87)
$N_{2\text{э}ab3}$	a	РК3	(58) – (75), (91), (92), (79) – (82), (93), (84) – (87)
$N_{2\text{э}ab4}$	a	РК4	(58) – (76), (96), (97), (79) – (84), (93), (86), (87)
$N_{2\text{э}c2b1}$	c_2	РК1	(118) – (139)
$N_{2\text{э}c2b3}$	c_2	РК3	(118) – (130), (140), (141), (113) – (136), (145), (138), (139)
$N_{2\text{э}c1b1}$	c_1	РК1	(158) – (171)
$N_{1\text{э}ab3}$	b_3	РК3	(200) – (229)

реализации расчета, используя принципы функционального программирования (табл. 2). Отметки в графе «передача» в табл. 2 имеют следующее значение: если указана «прямая» передача, то для получения A -параметров достаточно выполнить расчет с заменой переменных; если же указана «обратная» передача, то после расчета с учетом замены переменных следует изменить направление передачи, поменяв местами коэффициенты A и D .

Таким образом, используя данные табл. 1 и 2, могут быть определены коэффициенты эквивалентного четырехполюсника рельсовой цепи (от питающего конца до релейного конца) в контрольном режиме для следующих случаев:

излом на участке a , передача на РК1

$$N_{\text{ко}ab1} = N_{1\text{э}a} \cdot N_{2\text{э}ab1}; \quad (230)$$

излом на участке a , передача на РК3

$$N_{\text{ко}ab3} = N_{1\text{э}a} \cdot N_{2\text{э}ab3}; \quad (231)$$

излом на участке a , передача на РК4

$$N_{\text{ко}ab4} = N_{1\text{э}a} \cdot N_{2\text{э}ab4}; \quad (232)$$

излом на участке c_2 , передача на РК1

$$N_{\text{ко}c2b1} = N_{1\text{э}ac2} \cdot N_{2\text{э}c2b1}; \quad (233)$$

излом на участке c_2 , передача на РК3

$$N_{\text{ко}c2b3} = N_{1\text{э}ac2} \cdot N_{2\text{э}c2b3}; \quad (234)$$

излом на участке c_1 , передача на РК1

$$N_{\text{ко}c1b1} = N_{1\text{э}ac1} \cdot N_{2\text{э}c1b1}; \quad (235)$$

излом на участке b_3 , передача на РК3

$$N_{\text{ко}b3b3} = N_{1\text{э}ab3} \cdot N_{2\text{э}b3b3}; \quad (236)$$

Формулы (230) – (236) могут быть использованы также и для определения коэффициентов эквивалентного четырехполюсника рельсовой линии для оставшихся шести сочетаний местоположения излома рельса и направления передачи:

излом на участке a , передача на РК1;
 излом на участке c_2 , передача на РК2;
 излом на участке c_1 , передача на РК2;
 излом на участке b_1 , передача на РК1;
 излом на участке b_2 , передача на РК2;
 излом на участке b_4 , передача на РК4.

Это удобно делать на этапе реализации функций расчета A -параметров соответствующих четырехполюсников в программном коде. Порядок замены переменных приведен в табл. 3.

Таблица 2. Порядок замены переменных для получения численных значений коэффициентов эквивалентных четырехполусников участков рельсовой линии $N_{1эас2}, N_{1эас1}, N_{2эб3в3}$

ЧП	На базе	Замена переменных												передача					
		I_1	a	b_1	b_2	b_3	b_4	c_1	c_2	$Z_{дп}$	$Z_{д1}$	$Z_{д2}$	$Z_{д3}$		$Z_{д4}$	$Z_{рк1}$	$Z_{рк2}$	$Z_{рк3}$	$Z_{рк4}$
$N_{1эас2}$	$N_{2эс1б1}$	$c_2 - I_1$	-	a	b_4	-	-	-	-	$Z_{дп}$	-	$Z_{д4}$	-	-	-	$Z_{рк4}$	-	-	обратная
$N_{1эас1}$	$N_{2эс2б1}$	$c_1 - I_1$	-	a	b_4	b_3	-	c_2	-	$Z_{дп}$	-	$Z_{д4}$	$Z_{д3}$	-	-	$Z_{рк4}$	$Z_{рк3}$	-	обратная
$N_{2эб3в3}$	$N_{1эа}$	I_1	b_1	-	-	-	-	-	$Z_{д3}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	обратная

Таблица 3. Порядок замены переменных для получения численных значений коэффициентов эквивалентных четырехполусников рельсовой линии в контрольном режиме

ЧП	На базе	Замена переменных												передача				
		a	b_1	b_2	b_3	b_4	c_1	c_2	$Z_{дп}$	$Z_{д1}$	$Z_{д2}$	$Z_{д3}$	$Z_{д4}$		$Z_{рк1}$	$Z_{рк2}$	$Z_{рк3}$	$Z_{рк4}$
$N_{коаб2}$	$N_{коаб1}$	a	b_2	b_1	b_3	b_4	c_1	c_2	$Z_{дп}$	$Z_{д2}$	$Z_{д1}$	$Z_{д3}$	$Z_{д4}$	-	$Z_{рк1}$	$Z_{рк3}$	$Z_{рк4}$	прямая
$N_{кос2б2}$	$N_{кос2б1}$	a	b_2	b_1	b_3	b_4	c_1	c_2	$Z_{дп}$	$Z_{д2}$	$Z_{д1}$	$Z_{д3}$	$Z_{д4}$	-	$Z_{рк1}$	$Z_{рк3}$	$Z_{рк4}$	прямая
$N_{кос1б2}$	$N_{кос1б1}$	a	b_2	b_1	b_3	b_4	c_1	c_2	$Z_{дп}$	$Z_{д2}$	$Z_{д1}$	$Z_{д3}$	$Z_{д4}$	-	$Z_{рк1}$	$Z_{рк3}$	$Z_{рк4}$	прямая
$N_{коб1}$	$N_{коаб1}$	b_1	a	b_4	b_3	b_2	c_2	c_1	$Z_{д1}$	$Z_{д4}$	$Z_{д3}$	$Z_{д2}$	-	$Z_{рк4}$	$Z_{рк2}$	$Z_{рк1}$	$Z_{рк3}$	обратная
$N_{коб2}$	$N_{коаб1}$	b_2	b_4	a	b_3	b_1	c_2	c_1	$Z_{д2}$	$Z_{д4}$	$Z_{д3}$	$Z_{д1}$	-	$Z_{рк4}$	$Z_{рк2}$	$Z_{рк1}$	$Z_{рк3}$	обратная
$N_{коб4}$	$N_{коаб4}$	b_4	b_1	b_2	b_3	a	c_1	c_2	$Z_{д4}$	$Z_{д1}$	$Z_{д3}$	$Z_{д2}$	$Z_{дп}$	$Z_{рк1}$	$Z_{рк2}$	$Z_{рк3}$	$Z_{рк4}$	обратная

Заключение

Предложенная методика определения параметров эквивалентного четырехполюсника схемы замещения участка рельсовой линии с изломом рельса основана на использовании известного в теории матриц метода обратной матрицы. Ее преимуществом перед известной и широко используемой методикой является отсутствие необходимости нахождения решения системы линейных алгебраических уравнений, выражающих граничные условия, в аналитической форме. Результатом решения такой системы являются формулы постоянных интегрирования, используемые для получения аналитических выражений коэффициентов эквивалентного четырехполюсника в форме A . Далее, коэффициенты четырехполюсника подставляются в уравнения передачи. Конечной задачей является определение числовых значений напряжений и токов. Числовые значения постоянных интегрирования и коэффициентов четырехполюсника при решении задач анализа рельсовых цепей практического интереса не представляют и не выводятся. Сложность и трудоемкость получения аналитических выражений математической модели четырехполюсника, сложность своевременного обнаружения допускаемых при этом ошибок ограничили 0 применимость известной методики простейшими случаями топологии рельсовой цепи. Предложенная же методика сделала практически возможным решение задач анализа рельсовых цепей сложной топологии в контрольном режиме — с любым количеством ответвлений (контролируемых или нет), с изолирующими стыками или без них. В этом заключается ее научная новизна.

Исключение ошибок при выводе аналитических выражений, чем чревата известная методика, обеспечивается применением известного прикладного пакета компьютерной математики.

Проверяемость правильности и практическая повторяемость использования предложенной методики обеспечены методологией рассмотрения в данной статье. Так, описание методики дается на простом и опубликованном в вузовских учебниках случае — неразветвленной рельсовой цепи с изолирующими стыками.

Практическое применение демонстрируется расчетом, причем, как новым, по предлагаемой методике, так и известным, использующим широко применяемое аналитическое решение. Совпадение результатов подтверждает правильность предложенной методики.

Применение предложенной методики для отсутствующего в аналитической форме решения целого ряда задач дано на примере рельсовой цепи с четырьмя, оборудованными путевыми приемниками, ответвлениями. Показано, как на практике использовать данное решение для более простых случаев топологии рельсовой цепи.

Предложенная методика менее эффективна, чем известная, в задачах с рельсовыми цепями несложной топологии и структуры. В данной работе приводится количественное сравнение, позволяющее выбрать методику под задачу.

Разработанная авторами методика определения параметров математической модели рельсовой цепи в контрольном режиме представляется целесообразной в использовании в случаях, аналитические решения для которых отсутствуют. ▲

Библиографический список

1. Брылеев А. М. Теория, устройство и работа рельсовых цепей / А. М. Брылеев, Ю. А. Кравцов, А. А. Шишляков. М.: Транспорт, 1978. 344 с.
2. Кравцов Ю. А. Методика расчета контрольного режима тональных рельсовых цепей / Ю. А. Кравцов, Ю. И. Зенкович, В. С. Кузнецов и др. // Наука и техника транспорта. 2003. № 3. С. 68–72.
3. Аркатов В. С. Рельсовые цепи. Анализ работы и техническое обслуживание / В. С. Аркатов, Ю. А. Кравцов, Б. М. Степенский. М.: Транспорт, 1990. 295 с.
4. Аркатов В. С. Рельсовые цепи магистральных железных дорог / В. С. Аркатов, Ю. В. Аркатов, С. В. Казеев, Ю. В. Ободовский // Справочник. 3-е издание, переработанное и дополненное. М.: ООО Миссия-М, 2006. 496 с.
5. Кравцов Ю. А. Электромагнитная совместимость рельсовых цепей и электроподвижного состава с асинхронным тяговым приводом // Автоматика на транспорте. 2015. Т. 1, № 1. С. 7–27.
6. Кравцов Ю. А. Методика расчета контрольного режима рельсовой цепи с учетом воздействия тока электроподвижного состава с асинхронным тяговым приводом / Ю. А. Кравцов, Е. В. Архипов,

А.Б. Чегуров и др. // Известия Петербургского университета путей сообщения. 2013. № 1. С. 108–115.

7. Василенко М.Н. Расчет параметров и проверка работоспособности бесстыковых тональных рельсовых цепей / М.Н. Василенко, Б.П. Денисов, В.Б. Культин и др. // Известия Петербургско-

го университета путей сообщения. СПб.: ПГУПС, 2006. Вып. 2. С. 104–112.

8. Марков Д.С. Формализованная схема процесса имитационного моделирования рельсовой линии / Д.С. Марков, М.Б. Соколов, В.Б. Соколов // Автоматика на транспорте. 2020. Т. 6, № 2. С. 204–219.

*TRANSPORT AUTOMATION RESEARCH, 2024. Vol. 10, no. 2. P. 123–154
DOI: 10.20295/2412-9186-2024-10-02-123-154*

A method for obtaining the A-parameters of a rail line equivalent four-pole without analytical solutions of differential equations for the case of a broken rail

Information about authors

Shcherbina A. E., PhD in Engineering.

E-mail: alexey.shcherbina@1520signal.ru

Shcherbina E. G., PhD in Engineering, Associate professor.

E-mail: evgeny.shcherbina@1520signal.ru

LLC “1520 Signal”, Moscow

Abstract: the work is dedicated to the problem of mathematical modeling of track circuits during a rail break in complex configuration track circuits. In the first part of the article, a methodology for calculating the A-parameters of the equivalent four-pole of the track circuit is presented, which allows for the use of computers to avoid the analytical solution of the equation system based on boundary conditions for determining the integration constants, and subsequent derivation of analytical expressions for determining the A-parameters. This methodology is described using the simplest case of a rail break in an unbranched track circuit bounded by insulating joints.

In the second part, an example of implementing the described methodology in the form of program code in the Python programming language on this simplest example is provided, demonstrating practical coincidence with the results calculated using known formulas.

In the third part of the article, equations are presented that allow using the presented methodology to calculate the A-parameters of the equivalent four-pole of

the rail line of a branched track circuit with three switches and four relay ends for all possible variants of rail break localization.

Keywords: track circuit, mathematical model of rail line, simulation modeling, broken rail mode, rail break.

References

1. Bryleev A. M., Kravtsov Y. A., Shishlyakov A. A. Teoriia, ustroistvo i rabota rel'sovykh tsepei. M.: Transport, 1978. 344 s.
2. Kravtsov Y. A., Zenkovich Y. I., Kuznetsov V. S. i dr. Metodika rascheta kontrol'nogo rezhima tonal'nykh rel'sovykh tsepei // Nauka i tekhnika transporta. 2003. № 3. S. 68–72.
3. Arkatov V. S., Kravtsov Y. A., Stepenskiy B. M. Rel'sovye tsepi. Analiz raboty i tekhnicheskoe obsluzhivanie. M.: Transport, 1990. 295 s.
4. Arkatov V. S., Arkatov Y. V., Kazeiev S. V. i dr. Rel'sovye tsepi magistral'nykh zheleznykh dorog. Spravochnik. 3-e izdanie, pererabotannoe i dopolnennoe. M.: Mission-M, 2006. 496 s.
5. Kravtsov Y. A. Elektromagnitnaia sovместimost' rel'sovykh tsepei i elektropodvizhnogo sostava s asinkhronnym tiagovym privodom // Avtomatika na transporte. 2015. T. 1, № 1. S. 7–27.
6. Kravtsov Y. A., Arkhipov E. V., Chegurov A. B. i dr. Metodika rascheta kontrol'nogo rezhima rel'sovoi tsepi s uchetom vozdeistviia toka elektropodvizhnogo sostava s asinkhronnym tiagovym privodom // Izvestiia Peterburgskogo universiteta putei soobshcheniia. SPb.: 2013. № 1. S. 108–115.
7. Vasilenko M. N., Denisov B. P., Kultin V. B. i dr. Raschet parametrov i proverka rabotosposobnosti besstykovykh tonal'nykh rel'sovykh tsepei // Izvestiia Peterburgskogo universiteta putei soobshcheniia. SPb.: PGUPS, 2006. Vyp. 2. S. 104–112.
8. Markov D. S., Sokolov M. B., Sokolov V. B. Formalizovannaia skhema protsessia imitatsionnogo modelirovaniia rel'sovoi linii // Avtomatika na transporte. 2020. Vyp. 6, № 2. S. 204–219.