Живучесть, надежность, безопасность

УДК 656.25-52

В. И. Шаманов, д-р техн. наук
Кафедра «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте»,
Московский государственный университет путей сообщения
Императора Николая II

ОБОБЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ЭКСПЛУАТАЦИИ СИСТЕМ АВТОМАТИКИ И ТЕЛЕМЕХАНИКИ

В статье приведены методы формализации эволюции ресурса надежности систем автоматики и телемеханики в процессе их эксплуатации от пуска в работу до списания и утилизации. Эти системы являются долгоживущими, и во время их эксплуатации (два-три и более десятка лет) меняется как состав системы в результате модернизаций и капитальных ремонтов, так и требования к системе по качеству интервального регулирования движения поездов. За это время могут существенно измениться также способы технического обслуживания за счет, например, расширения возможностей автоматического контроля предотказных состояний элементов системы.

Системы автоматики и телемеханики относятся к большим техническим системам, математическое описание процессов эволюции показателей их надежности встречает определенные трудности. Для больших технических систем не совсем подходят широко используемые в теории надежности понятия «состояние приработки», «новое состояние», «стареющее состояние», «предотказное состояние». Использование математического аппарата марковских процессов затрудняется, например, тем, что в процессе анализа надежности системы при проявлении деградационных процессов необходимо учитывать далекую предысторию, что могут обеспечить только так называемые «стареющие законы».

Математическая модель системы автоматики и телемеханики оказывается не очень удобной для практического использования вследствие своей громоздкости из-за большого количества элементов, которые могут находиться в различных состояниях. Поэтому встает задача приведения состояний модели системы, принадлежащих одному и тому же подмножеству, к обобщенному состоянию. Модель укрупненной системы в новом фазовом пространстве в определенном смысле должна описывать функционирование исходной системы.

Предложенные математические модели позволяют, при использовании математического аппарата марковских процессов с доходами и динамического программирования, разрабатывать методы и стратегии управления техническим обслуживанием систем автоматики и телемеханики, обеспечивающие наибольшую эффективность их функционирования.

системы автоматики и телемеханики; состояния систем; эволюция во времени; надежность; эксплуатация; расходы; математические модели; марковские процессы; динамическое программирование

Введение

Системы автоматики и телемеханики (АТ) относятся к долгоживущим сложным техническим системам, в процессе использования которых по назначению в полной мере проявляются деградационные процессы (износ, разрегулирование, старение, расстройка), вызывающие расход параметрической избыточности и необратимое накопление повреждений [1, 2].

Отказы в системах АТ не приводят к полной потере их работоспособности, а вызывают снижение получаемого выходного эффекта в управляемом процессе и повышение затрат на эксплуатацию систем для восстановления их работоспособности. Например, в системах железнодорожной автоматики и телемеханики (ЖАТ) защитные отказы приводят к помехам в поездной работе с соответствующим ущербом, а опасные отказы повышают вероятность аварий и крушений [3].

Эволюция во времени ресурса надежности систем АТ требует проведения ремонтных работ и замен, а моральное старение вызывает необходимость их модернизации [4]. Однако эти работы не обеспечивают полного обновления системы, что приводит в итоге к необходимости ее реконструкции или списания.

Достоверно прогнозировать поведение эксплуатируемой системы АТ для обеспечения требуемого качества ее функционирования при приемлемых эксплуатационных затратах можно только на основе адекватного математического описания эволюции системы за все время от пуска ее в эксплуатацию до списания. Такая математическая модель должна обеспечивать выполнение конечной цели анализа поведения системы – получение объективных количественных характеристик, определяющих изменение существенных свойств системы в процессе ее эволюции. В данной статье приводятся результаты разработки такой модели.

1 Многоуровневые модели работоспособности

Для формализованного описания систем АТ удобны многоуровневые модели работоспособности, определяемые триадой

$$\{S,\ z(t),\ R\},$$

где $S = \bigcup_l S_l,\ S_l \cap S_r = \varnothing,\ l \neq r -$ множество состояний модели системы, представленное объединением непересекающихся подмножеств, соответствующих выделенным уровням работоспособности; $z(t) \in S$ – случайный процесс переходов в пространстве состояний, порождаемый процессами отказов, восстановлений, контрольно-диагностических процедур, технического обслуживания, модернизаций и замен; R – функционал, заданный на состояниях модели и переходах между ними, оценивающий качество функционирования системы на конкретной траектории случайного процесса $z(t)$.

Предположим, что функционал R можно задать матрицей

$$R = \left\| R_{ij} \right\|, i,\ j = \overline{1,\ m},$$

где R_{ii} определяет эффект в единицу времени от пребывания системы в состоянии s_i; R_{ij} определяет единовременный эффект при переходе системы из состояния s_i в состояние s_j.

В системах АТ за эффект R удобно принимать эксплуатационные расходы с включением в них ущерба в управляемом процессе, вызванного их отказами. Для систем ЖАТ это потери в поездной работе. Матрица $\|R\|$ называется традиционно матрицей доходов [5]. Сохраним это название, имея в виду, что величина доходов в рассматриваемой задаче отрицательная.

При изменении состояния процесса $z(t)$ меняются также значения функционала $R(z(t)) = \tilde{R}(t)$. Процесс $z(t)$ случайный и дискретный, поэтому траектории $\tilde{R}(t)$ являются ступенчатыми функциями. Для состояний $s_i, s_j \in S_l$ с одинаковыми уровнями работоспособности из подмножества S_l выполняется условие $R(s_i) = R(s_j)$. В частном случае, когда не различаются исправные и работоспособные состояния, $S = S_u \cup S_F$, где S_u – множество выделенных исправных (работоспособных) состояний, а S_F – множество неработоспособных состояний, многоуровневая модель вырождается в бинарную (двухуровневую).

Показатели надежности E системы, определяемые в рамках многоуровневой системы работоспособности, трактуются как некоторая мера на траекториях процесса $z(t)$ и могут быть представлены как математические ожидания M функционалов F, определяемых типом показателя надежности:

$$E = M\{F[R(z)]\}. \tag{1}$$

Зададим критерий отказа в виде $\{\tilde{R}(t) \le R_{\text{кр}}\}$, где $R_{\text{кр}}$ – предельно допустимое по требованиям эксплуатации значение $\tilde{R}(t)$. Тогда множество состояний S разбивается на подмножества:

$$S_1 = \{s_i : R(s_i) \ge R_{\text{кр}}\} \text{ и } S_2 = \{s_i : R(s_i) < R_{\text{кр}}\},$$

т. е. приводит исходную многоуровневую модель к двухуровневой.

Выбирая соответствующий вид функционала F, можно на основе выражения (1) получить формулы для вычисления, например, следующих показателей надежности:

– вероятность безотказной работы:

$$P(t) = P\{\tilde{R}(\tau) \ge R_{\text{кр}},\ \forall\tau \in (0,\ t)\} \tag{2}$$

при

$$F[\cdot] = \begin{cases} 0, & \text{если } \exists\tau \in (0,\ t):\ \tilde{R}(\tau) < R_{\text{кр}}, \\ 1 & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

– коэффициент готовности:

$$K_{\text{г}}(t) = P\{R(t) \ge R_{\text{кр}}\} \tag{3}$$

при

$$F[\cdot] = \begin{cases} 1, & \text{если } \tilde{R}(t) \ge R_i, \\ 0, & \text{если } \tilde{R}(t) \ne R_i. \end{cases}$$

Из выражения (1) могут быть получены дополнительные показатели, характеризующие техническую эффективность системы, например, вероятность пребывания на i-м уровне качества функционирования:

$$P_i(t) = P\{\tilde{R}(t) = R_i\} \tag{4}$$

при

$$F[\cdot] = \begin{cases} 1, & \text{если } \tilde{R}(t) = R_i, \\ 0, & \text{если } \tilde{R}(t) \ne R_i. \end{cases}$$

2 Нестационарная конечная модель Маркова

Поведение больших технических систем удобно описывать с использованием математического аппарата процессов Маркова, однако надежность системы при проявлении деградационных процессов лучше описывается так называемыми «стареющими законами» [6], учитывающими далекую предысторию. Марковскую аппроксимацию процессов старения можно обеспечить за счет нелинейного преобразования – квантования по уровню случайных функций, характеризующих изменение во времени обобщенного параметра устройства или системы [1].

Применение аппарата процессов Маркова обусловлено относительной простотой и совершенством математического аппарата, а также хорошим соответствием эмпирических и теоретических результатов при описании поведения больших систем со значительным числом элементов, каждый из которых имеет приблизительно экспоненциальное распределение времени безотказной работы [7]. Этот вид аппроксимации сейчас используется для моделирования как совместных независимых и взаимосвязанных внезапных и постепенных отказов, так и различных видов технического обслуживания [8]. Применение марковской аппроксимации позволяет не различать параметр потока отказов и интенсивность отказов при исследовании управления режимами эксплуатации сложных систем, что существенно упрощает решение оптимизационных задач.

Пусть работоспособность системы оценивается на основе проверки некоторой совокупности обобщенных параметров. При этом будем полагать, что и методическая, и инструментальная достоверность контроля равна единице.

Разделим поле допуска функционала R на конкретной траектории случайного процесса $z(t)$ на F квантов Δy и будем считать, что состояние s с номером 1 соответствует наихудшему состоянию по эффективности функционирования системы на этапе приработки. Попадание системы в состояние $F - 1$ соответствует предотказному состоянию одного из ее устройств, а в состояние F – отказу любого устройства.

Система контролируется в моменты времени $t = 1, 2, 3, \ldots$, в результате чего становится известным одно и только одно ее состояние $S_t = \overline{1, F}$. Эти состояния можно рассматривать как последовательность возможных исходов эксперимента $\{s_1,\ s_2, \ldots,\ s_{F-1},\ s_F\}$, где $s_i, i = \overline{1, F}$ – взаимоисключающие исходы, образующие полную группу событий [9].

Если известны или могут быть найдены распределения начальных вероятностей $\{p_{oi}\}$ и условные вероятности $\{p_{ij}\}$ появления исхода s_j в одном испытании при условии, что результат предыдущего испытания был s_i, то рассматриваемая последовательность испытаний может быть представлена как конечная нестационарная цепь Маркова, если вероятности p_{ij} зависят от номера испытаний, и стационарная, если вероятности переходов неизменны.

Считаем, что процесс деградации монотонный, внезапный отказ может наступить при любом состоянии $\{S = \overline{1,\ F-1}\}$, а $p_{FF} = 1$, т.е. это состояние является поглощающим, и если отказ наступит, то самопроизвольно устраниться он не может. В таком случае процесс ухудшения качества функционирования системы при непрерывном контроле ее состояния или достаточно частом периодическом контроле, когда за время между смежными проверками функционал R не может измениться больше, чем на один квант Δy, можно описать вектор-строкой размерностью $(1\times F)$, определяющей начальные условия при $t = 0$:

$$P_0 = \{p_{01},\ p_{02}, \ldots,\ p_{0F}\} - \tag{5}$$

и матрицей вероятностей переходов размерностью ($F \times F$):

$$P = \begin{Vmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 & 0 & \ldots & p_{1\mathrm{F}} \\ 0 & p_{22} & p_{23} & 0 & \ldots & p_{2\mathrm{F}} \\ 0 & 0 & p_{33} & p_{34} & \ldots & p_{3\mathrm{F}} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 \end{Vmatrix}. \tag{6}$$

Если за время между контрольными проверками качество функционирования может измениться больше, чем на один квант Δy, то матрица P в предельном случае становится верхней треугольной. Тогда матрица описывает «свободное» поведение системы без учета управляющих воздействий для обеспечения качества ее функционирования.

3 Обобщенная граф-модель эволюции системы автоматики и телемеханики

В бинарной системе разобьем множество работоспособных состояний системы $S_{\text{и}}$ на следующие непересекающиеся подмножества:

– подмножество состояний приработки

$$S^{\text{пр}} = \{s_1^{\text{пр}}, \ \ldots, \ s_m^{\text{пр}}, \ \ldots, \ s_{\text{п}1}^{\text{пр}}\} \ , S^{\text{пр}} \in S_{\text{и}} ;$$

– подмножество новых состояний системы

$$S^{\text{н}} = \{s_1^{\text{н}}, \ \ldots, \ s_i^{\text{н}}, \ldots, \ s_{n2}\} , S^{\text{н}} \in S_{\text{и}} ;$$

– подмножество стареющих состояний системы

$$S^{\text{с}} = \{s_1^{\text{с}}, \ \ldots, \ s_j^{\text{с}}, \ \ldots, \ s_{n3}^{\text{с}}\} , S^{\text{с}} \in S_{\text{и}} ;$$

– подмножество предотказных состояний системы

$$S^{\text{по}} = \{s_1^{\text{по}}, \ \ldots, \ s_{\text{к}}^{\text{по}}, \ \ldots, \ s_{n4}^{\text{по}}\} , S^{\text{по}} \in S_{\text{и}} ,$$

т. е.

$$S_{\text{и}} = S^{\text{пр}} \cup S^{\text{н}} \cup S^{\text{с}} \cup S^{\text{по}}, \quad S^{\text{пр}} \cap S^{\text{н}} \cap S^{\text{с}} \cap S^{\text{по}} = \varnothing .$$

После пуска системы в эксплуатацию, а также после выполнения в ней каких-либо работ по профилактике, ремонту, модернизации или заменам интенсивность отказов повышается. Введем следующие определения.

Состояние приработки системы – это период проявления скрытых дефектов в элементах и материалах, а также ошибок при разработке, проектировании, строительстве и монтаже системы; при изготовлении устройств и аппаратуры, при выполнении работ в системе в процессе использования ее по назначению.

Длительность периода приработки по сравнению со временем эксплуатации системы до списания невелика и для систем электрической централизации, например, составляет 2–4 месяца [10]. Будем считать, что нормальная эксплуатация системы начинается по окончании этого периода. Однако следует иметь в виду, что некоторые ошибки в схемах и в программном обеспечении могут проявиться только через несколько лет при соответствующей ситуации в управляемом процессе.

Новое состояние системы – это такое ее работоспособное состояние, когда все параметры системы, определяющие ее надежность, находятся в пределах, предписанных для момента пуска системы в нормальную эксплуатацию.

Деградационные процессы приводят к уменьшению параметрической избыточности системы, что вызывает необходимость выделения следующего подмножества ее состояний.

Стареющее состояние системы – это такое работоспособное состояние, когда действие деградационных процессов приводит к заметному ухудшению некоторых определяющих параметров, но система не достигла еще предотказного состояния ни по одному определяющему параметру.

Понятие предотказного состояния элемента или устройства широко применяется в теории надежности [11]. Определим через него следующее понятие предотказного состояния для системы.

Предотказное состояние системы наступает тогда, когда предотказного состояния достигает хотя бы один ее элемент.

Множество неработоспособных состояний S_F, куда отнесем все состояния с существованием в системе любого отказа, разделим в соответствии с [3] на непересекающиеся подмножества опасных $S_F^0 = \{s_1^0, \ ..., \ s_f^0, \ ..., \ s_{n_5}^0\}$ и защитных $S_F^3 = \{s_1^3, \ ..., \ s_h^3, \ ..., \ s_{n_6}^3\}$ состояний, т.е. $S_F = S_F^0 \cup S_F^3, \ \ S_F^0 \cap S_F^3 = \varnothing$.

По результатам проверки в моменты времени $t = 1, 2, 3, \ldots$ принимается решение сохранить наблюдаемое состояние или изменить его на лучшее с точки зрения показателей надежности. Работы для изменения предотказного состояния на любое из стареющих или новых будем называть *предупредительными*, а работы по восстановлению работоспособности отказавшей системы, когда $S = F$, *восстановительными*.

Полное обновление устройств за счет только предупредительных или восстановительных работ невозможно, поэтому предусмотрены комплексы работ, обеспечивающих более глубокое обновление системы АТ: профилактические и капитальные ремонты, работы по модернизации и замене устройств.

Дополним модель подмножествами состояний для учета влияния на систему АТ профилактических работ $S^{\text{р}} = \{s_1^{\text{р}},\ \ldots,\ s_q^{\text{р}},\ \ldots,\ s_{n_7}^{\text{р}}\}$, капитальных ремонтов $S^{\text{к}} = \{s_1^{\text{к}},\ \ldots,\ s_l^{\text{к}},\ \ldots,\ s_{n_8}^{\text{к}}\}$, замен устройств $S^{3} = \{s_1^{3},\ \ldots,\ s_z^{3},\ \ldots,\ s_{n_9}^{3}\}$ и работ по модернизации $S^{\text{м}} = \{s_1^{\text{м}},\ \ldots,\ s_p^{\text{м}},\ \ldots,\ s_{n_9}^{\text{м}}\}$ [12]. Все эти подмножества объединим в множество состояний S_0, обеспечивающих обновление системы. Будем считать, что одновременное проведение работ разного рода из рассматриваемых одновременно в одних и тех же устройствах системы маловероятно, поэтому $S_0 = S^{\text{р}} \cup S^{\text{к}} \cup S^{3} \cup S^{\text{м}}, S^{\text{р}} \cap S^{\text{к}} \cap S^{3} \cap S^{\text{м}} = \varnothing$.

Обозначим через λ интенсивность старения, отказов и вывода системы на работы по ее ремонту и обновлению, а через μ интенсивность восстановлений, профилактик, ремонтов, замен и модернизаций.

Модель эволюции во времени системы АТ с выделенными состояниями и переходами между ними приведена на рис. 1, где приняты следующие условные обозначения рассматриваемых множеств состояний: состояния приработки $\text{П}_{\text{р}} = \overline{\text{П}_1^{\text{р}}, \text{П}_{\text{м}}^{\text{р}}}$, новые состояния $\text{Н} = \overline{\text{Н}_1, \text{Н}_i}$, состояния старения $\text{С} = \overline{\text{С}_1, \text{С}_j}$, предотказные состояния $\text{П}_{\text{о}} = \overline{\text{П}_1^{\text{о}}, \text{П}_k^{\text{о}}}$, состояния проведения профилактических работ $\text{Р} = \overline{\text{Р}_1, \text{Р}_q}$, состояния проведения капитальных ремонтов $\text{К} = \overline{\text{К}_1, \text{К}_l}$, состояния проведения замен $\text{З} = \overline{\text{З}_1, \text{З}_z}$, состояния проведения работ по модернизации $\text{М} = \overline{\text{М}_1, \text{М}_p}$, состояния при наступлении опасных отказов $\text{О}_{\text{о}} = \overline{\text{О}_1^{\text{о}}, \text{О}_f^{\text{о}}}$ и состояния при наступлении защитных отказов $\text{О}_{\text{з}} = \overline{\text{О}_1^{\text{з}}, \text{О}_h^{\text{з}}}$.

Дуги графа с возвращением в то же состояние соответствуют случаям, когда за время между очередными контрольными проверками состояние системы не меняется.

Величины интенсивности переходов $\lambda_{\text{пн}}^{\text{р}},\ \lambda_{\text{нс}}^{\text{р}},\ \lambda_{\text{сп}}^{\text{о}}$ зависят от скорости протекания деградационных процессов в элементах технической системы, а величины интенсивности восстановительных ремонтов $\mu_{\text{оп}}^{\text{ро}},\ \mu_{\text{оп}}^{\text{рз}},\ \mu_{\text{он}}^{\text{о}},\ \mu_{\text{он}}^{\text{з}},\ \mu_{\text{ос}}^{\text{о}},\ \mu_{\text{ос}}^{\text{з}},\ \mu_{\text{оп}}^{\text{оо}}$ и $\mu_{\text{оп}}^{\text{оз}}$ – от приспособленности системы АТ к обнаружению и устранению отказов, а также от качества работ по техническому и облуживанию и ремонту. Интенсивность $\lambda_{\text{оо}}^{\text{оз}}$ и $\lambda_{\text{оо}}^{\text{зо}}$ учитывает возможности системы АТ по переводу опасных состояний в защитные [13], а $\mu_{\text{пс}}^{\text{о}}$ – предупредительные ремонты.

Интенсивность вывода системы на соответствующие работы $\lambda_{\text{ср}}$, $\lambda_{\text{ск}}$, $\lambda_{\text{см}}$, $\lambda_{\text{сз}}, \lambda_{\text{пр}}^{\text{о}}, \lambda_{\text{пк}}^{\text{о}}, \lambda_{\text{пз}}^{\text{о}}$ учитывает, что работы по модернизации маловероятны при нахождении устройств в предотказном состоянии. В величинах интенсивности проведения работ $\mu_{\text{мп}}^{\text{р}},\ \mu_{\text{рп}}^{\text{р}},\ \mu_{\text{кп}}^{\text{р}},\ \mu_{\text{эп}}^{\text{р}},\ \ \mu_{\text{рс}}$ учтено то, что эти работы обычно вызывают появление периода приработки определенной длительности, а ряд профилактических работ обеспечивает невысокую степень обновления системы (интенсивность $\mu_{\text{рс}}$).

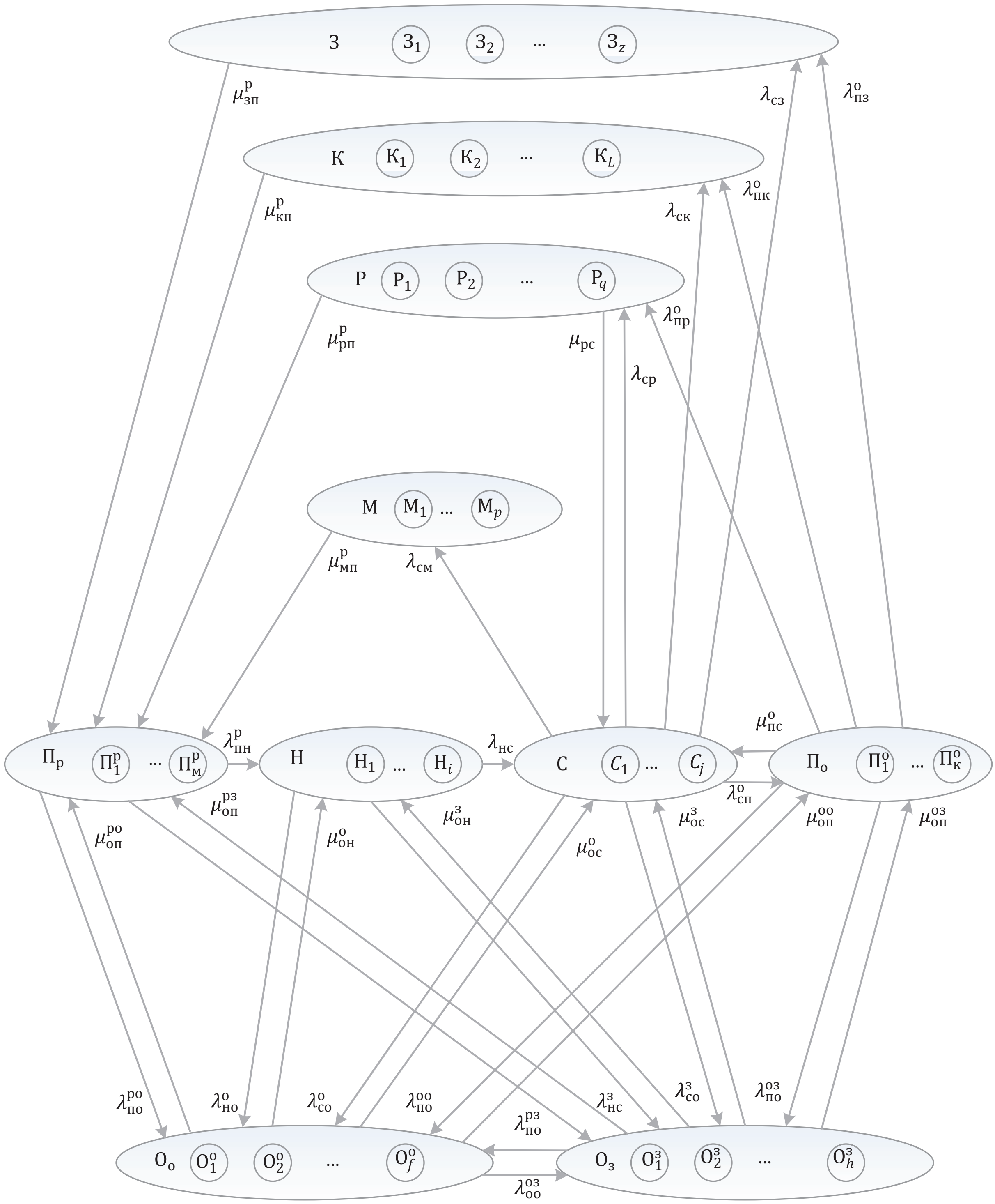

Рис. 1. Обобщенный граф – модель эволюции системы автоматики и телемеханики за время эксплуатации

Практическое использование разработанного обобщенного графа – модели для вычисления показателей эффективности и надежности системы АТ трудоемко из-за большой размерности фазового пространства модели системы, определяемого большим числом состояний $m = |S|$, и сложно из-за стохастичности процесса $z(t)$.

4 Укрупненная модель эволюции системы автоматики и телемеханики

Идея исследования сложной системы по частям на уровне подсистем с последующим переходом к самой системе используется в диакоптике, в математической экономике – метод агрегирования. Однако более удобным путем упрощения рассматриваемой задачи является укрупнение состояний модели, принадлежащих одному и тому же подмножеству S_l, в обобщенное. В новом укрупненном фазовом пространстве строится укрупненная система, функционирование которой в определенном смысле описывает функционирование исходной системы.

Переход от реальной модели к укрупненной ведет к некоторой потере точности в анализе и расчетах характеристик надежности исходной системы, но для высоконадежных систем, к каким относятся системы ЖАТ, эта потеря мало существенна [14].

Укрупненный граф – модель показан на рис. 2, где в качестве множества состояний системы S взяты укрупненные непересекающиеся состояния:

$$S = S_{\text{п}}^{\text{р}} \cup S_{\text{н}} \cup S_{\text{с}} \cup S_{\text{п}}^{\text{о}} \cup S_{\text{о}}^{\text{о}} \cup S_{\text{о}}^{\text{з}} \cup S_{\text{м}} \cup S_{\text{р}} \cup S_{\text{к}} \cup S_{\text{з}},$$

$$S_{\text{п}}^{\text{р}} \cap S_{\text{н}} \cap S_{\text{с}} \cap S_{\text{п}}^{\text{о}} \cap S_{\text{о}}^{\text{о}} \cap S_{\text{о}}^{\text{з}} \cap S_{\text{м}} \cap S_{\text{р}} \cap S_{\text{к}} \cap S_{\text{з}} = \varnothing.$$

В укрупненной модели в интенсивность переходов из работоспособных состояний в неработоспособные аддитивно включена интенсивность всех возможных видов отказов – внезапных, постепенных и послепрофилактических.

Исследовать эволюцию во времени системы АТ с применением разработанной укрупненной модели можно с использованием методов статистического моделирования, во многом свободных от ограничений, присущих аналитическим методам. Методы статистического моделирования мало критичны к числу элементов и состояний системы, свободны от ограничений на вид вероятностных распределений наработок до отказа и длительностей восстановления элементов, позволяют в полной мере учесть особенности эксплуатации системы. Однако при этом возникают проблемы повышения эффективности моделирующих алгоритмов, описания условий работоспособности системы, разработки машинных программ.

Если случайный процесс $z(t)$ обладает свойством марковости, то его можно задать с помощью матрицы интенсивностей переходов $\|\Lambda\|$, а марковскую многоуровневую модель $\{S,\ z(t),\ R\}$ можно записать в виде $\{S,\ \Lambda,\ R\}$ или еще проще: $\{\Lambda,\ R\}$. Модель $\{\Lambda,\ R\}$ называют марковским процессом с доходами [5] или сокращенно – МПД-модель. В качестве значений функционала $F[R(z(t))]$ в (1) принимается суммарный доход (суммарные эксплуатационные затраты

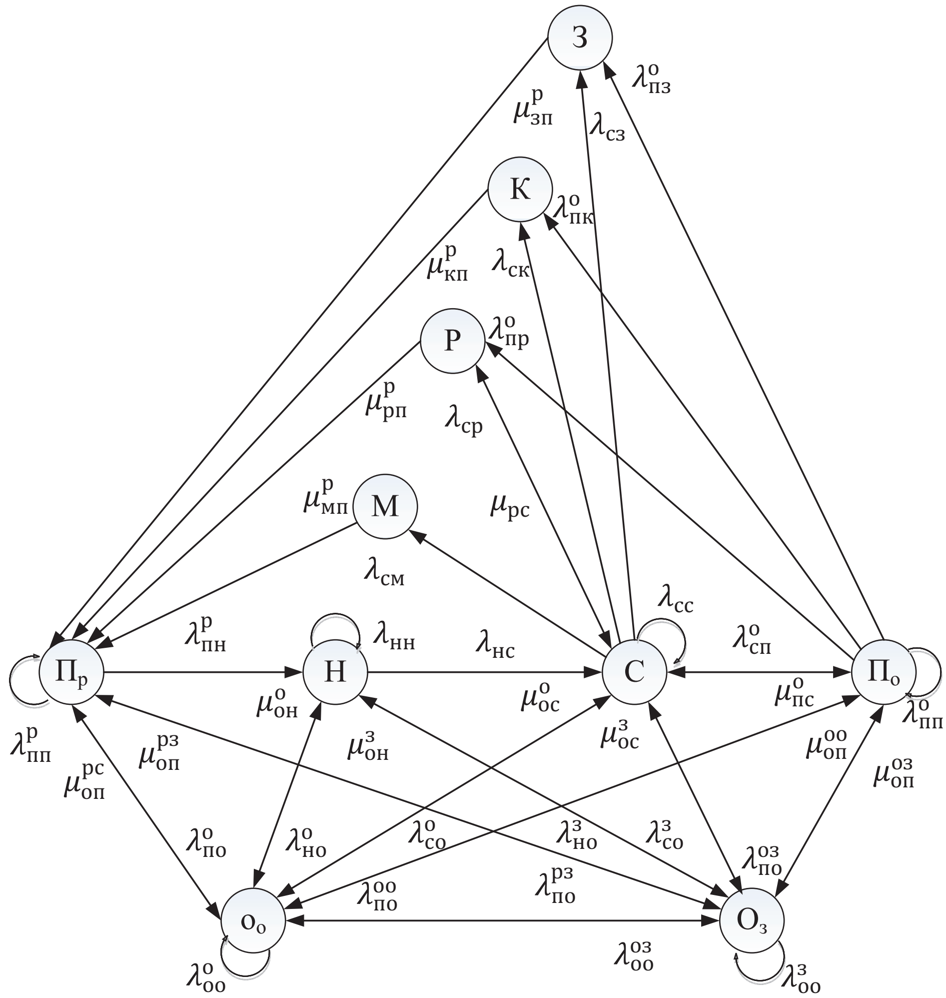

Рис. 2. Укрупненный граф – модель эволюции системы автоматики и телемеханики за время эксплуатации

в системах ЖАТ и потери в поездной работе при их отказах), получаемый в системе за заданное время T, который можно представить в виде

$$\tilde{E}(T) = \sum_{i=1}^{m} \tau_i W_{ii} + \sum_{i,j} n_{ij} W_{ij} \,, \qquad (7)$$

где τ_i – время пребывания системы на интервале времени $(0, T)$ в состоянии s_i; n_{ij} – число переходов системы на интервале $(0, T)$ из состояния s_i в состояние s_j.

Матрица $\mathbf{W} = \left\| W_{ij} \right\|$ подбирается для каждого конкретного показателя с учетом матрицы доходов R и функционала F. По аналогии с R матрицу $\mathbf{W}$ будем также называть матрицей доходов, вкладывая в содержание элементов матрицы $\mathbf{W_{ij}}$ конкретный смысл в зависимости от типа решаемой задачи. Однако надо иметь в виду, что понятие дохода в данном случае трактуется шире, включая и фиктивный доход. Суммарный доход $\tilde{E}(T)$ есть случайная величина, поскольку значения τ_i и n_{ij} случайны. Средний ожидаемый доход, определяемый как математическое ожидание дохода $\tilde{E}(t)$,

$$M(T) = M\{\tilde{E}(T)\}, \tag{8}$$

будет, согласно (7), давать оценку показателя надежности.

Математическое ожидание дохода $M[T]$ удовлетворяет системе дифференциальных уравнений [5, 15]:

$$dM_i(t)/dt = w_{ii} + \sum_{i,j\neq i} \lambda_{ij} w_{ij} + \sum_j \lambda_{ij} M_j(t), \tag{9}$$

где $M_i(t)$ – полный ожидаемый доход системы за время функционирования t, если в момент времени $t = 0$ система находилась в состоянии $s_i (z(0) = s_i)$; λ_{ij} – интенсивность перехода из состояния s_i в состояние s_j;

$$\lambda_{ii} = \sum_{i,j\neq i} \lambda_{ij};$$

w_{ii} – доход (штраф, издержки), получаемый в единицу времени от пребывания системы в состояние s_i; w_{ij} – доход (штраф, издержки) при переходе системы из состояния s_i в состояние s_j.

Уравнение (9) примет следующий вид в матричной форме:

$$d\mathbf{M}(t)/dt = \Lambda \mathbf{M}(t) + L, \quad \mathbf{M}(0) = 0, \tag{10}$$

где $\Lambda = \left\| \lambda_{ij} \right\|$ – матрица интенсивностей переходов; L – вектор-столбец свободных членов:

$$L_i = w_{ii} + \sum_{i,j\neq i} \lambda_{ij} w_{ij}, \quad i = \overline{1,\ m}; \tag{11}$$

$$\Lambda = \begin{Vmatrix}
\lambda^{\text{р}}_{\text{пп}} & \lambda^{\text{р}}_{\text{пн}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda^{\text{ро}}_{\text{по}} & \lambda^{\text{рз}}_{\text{по}} \\
0 & \lambda_{\text{нн}} & \lambda_{\text{нс}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda^{\text{о}}_{\text{но}} & \lambda^{\text{з}}_{\text{но}} \\
0 & 0 & \lambda_{\text{сс}} & \lambda^{\text{о}}_{\text{сп}} & \lambda_{\text{ср}} & \lambda_{\text{ск}} & \lambda_{\text{см}} & \lambda_{\text{сз}} & \lambda^{\text{о}}_{\text{со}} & \lambda^{\text{з}}_{\text{со}} \\
0 & 0 & \mu^{\text{о}}_{\text{пс}} & \lambda^{\text{о}}_{\text{пп}} & \lambda^{\text{о}}_{\text{пр}} & \lambda^{\text{о}}_{\text{пк}} & 0 & \lambda^{\text{о}}_{\text{пз}} & \lambda^{\text{оо}}_{\text{по}} & \lambda^{\text{оз}}_{\text{по}} \\
\mu^{\text{р}}_{\text{рп}} & 0 & \mu_{\text{рс}} & 0 & \lambda_{\text{рр}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\mu^{\text{р}}_{\text{кп}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{\text{кк}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\mu^{\text{р}}_{\text{мп}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{\text{мм}} & 0 & 0 & 0 \\
\mu^{\text{р}}_{\text{зп}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_{\text{зз}} & 0 & 0 \\
\mu^{\text{ро}}_{\text{оп}} & \mu^{\text{о}}_{\text{он}} & \mu^{\text{о}}_{\text{ос}} & \mu^{\text{оо}}_{\text{оп}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda^{\text{о}}_{\text{оо}} & \lambda^{\text{оз}}_{\text{оо}} \\
\mu^{\text{рз}}_{\text{оп}} & \mu^{\text{з}}_{\text{он}} & \mu^{\text{з}}_{\text{ос}} & \mu^{\text{оз}}_{\text{оп}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda^{\text{з}}_{\text{оо}}
\end{Vmatrix}. \tag{12}$$

Матрица интенсивности переходов системы (12) составлена по обобщенному графу состояний системы АТ. Если переходы между состояниями системы заданы вероятностями переходов, то матрицу интенсивности переходов можно составить, используя известные соотношения между этими параметрами [9].

По обобщенной матрице можно найти стационарные, интервальные или мгновенные оценки показателей надежности или эффективности функционирования, применяя вычислительные процедуры МПД-метода [16]. Однако для целей управления процессом технической эксплуатации системы более интересно применение обобщенной матрицы при анализе влияния используемых методов и стратегий управления на надежность и эффективность функционирования системы.

Анализ функций $\lambda(t)$ для систем АТ показывает, что рассматриваемый марковский процесс является стационарным только на подмножестве состояний $S^{\text{н}}$. Формальный математический аппарат для исследования поведения системы на конечном отрезке времени, описываемой нестационарными конечными цепями Маркова, пока не создан. Вероятности состояний нестационарного процесса после k переходов можно найти по формуле

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_0 \prod_{ï=1}^{k} \mathbf{P}_{\text{п}} \tag{13}$$

при выполнении условий

$$\sum_{j=1}^{F} P_n(j) = 1, \quad n = \overline{1,\ k}, \quad \sum_{j=1}^{F} p_{ij} = 1, \quad ij \in \{1,\ \ldots,\ F\}, \tag{14}$$

где $\mathbf{P_n}$ – матрица переходных вероятностей для n-го перехода.

Умножение матриц в (13) некоммутативно, поэтому порядок матриц P_n должен соответствовать порядку переходов во времени. Прямой метод исследования с применением этой формулы относительно громоздок, но трудность в значительной мере снижается при использовании ЭЦВМ.

Для изучения поведения нестационарной модели можно использовать метод субординации [17] или метод преобразования времени – сгущения [1], позволившие в значительной мере решить вопрос о создании формального аппарата для эффективного изучения нестационарного поведения стареющих систем.

Заключение

Системы АТ, в том числе железнодорожные, являются долгоживущими. За время от пуска их в эксплуатацию до списания и утилизации ресурс надежности уменьшается вследствие влияния деградационных процессов и воздействий внешней среды. Для поддержания надежности систем на должном уровне проводятся различные работы. Эффективность этих работ зависит от особенностей построения системы и скорости ухудшения ее надежности во времени, а также от условий эксплуатации; особенностей, частоты и величины влияющих на них внешних воздействий, от способов ее технического обслуживания, модернизации и ремонта.

Показано, что для формализованного описания систем АТ удобны многоуровневые модели работоспособности, в которых используется триада, включающая в себя множество состояний модели системы, случайный процесс переходов в пространстве состояний и функционал, заданный на состояниях модели и переходах между ними, оценивающий качество функционирования системы на конкретной траектории случайного процесса.

Поведение систем во времени предложено описывать с использованием математического аппарата марковских процессов. Марковская аппроксимация процессов старения обеспечивается при этом за счет нелинейного преобразования – квантования по уровню случайных функций, характеризующих изменение во времени обобщенного параметра устройства или системы.

Разработанный обобщенный граф – модель эволюции системы АТ относительно громоздок. Упростить задачу исследования сложной системы предложено за счет укрупнения состояний модели, принадлежащих одному и тому же подмножеству. Переход от реальной модели к укрупненной ведет к некоторой потере точности анализа и расчетов характеристик надежности исходной системы. Но для высоконадежных систем, к каким относятся системы железнодорожной АТ, эта потеря мало существенна.

Разработанные автором математические модели технической эксплуатации системы АТ как сложной технической системы с использованием математического аппарата марковских процессов с доходами и динамического программирования обеспечивают возможность формализации процессов технического обслуживания, ремонтов, модернизации и замен на стадии использования системы по назначению от пуска в эксплуатацию до списания и утилизации.

Результаты работы, приведенные в данной статье, могут быть использованы при разработке новых стратегий и методов технической эксплуатации систем автоматики и телемеханики с учетом эволюции ресурса их надежности во времени.

Библиографический список

1. Богданофф Дж. Вероятностные модели накопления повреждений / Дж. Богданофф, Ф. Козин. – М. : Мир, 1989. – 344 с.
2. Шаманов В. И. Прогнозирование расхода параметрической избыточности объектов контроля / В. И. Шаманов // Проблемы построения микропроцессорных

систем железнодорожной автоматики : межвуз. сб. науч. тр. – СПб. : Петербургский гос. ун-т путей сообщения, 1995. – С. 90–92.
3. Сапожников Вал. В. Надежность систем железнодорожной автоматики, телемеханики и связи / Вал. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, В. И. Шаманов. – М. : Маршрут, 2003. – 240 с.
4. Шаманов В. И. Эволюция во времени ресурса СЖАТ / В. И. Шаманов // Автоматика, телемеханика и связь. – 1997. – № 12. – С. 20–24.
5. Ховард Р. А. Динамическое программирование и марковские процессы / Р. А. Ховард. – М. : Наука, 1964. – 189 с.
6. Барлоу Р. Статистическая теория надежности и испытания на безотказность / Р. Барлоу, Ф. Прошан. – М. : Наука, 1985. – 328 с.
7. Баруча-Рид А. Т. Элементы теории марковских процессов и их приложения / А. Т. Баруча-Рид. – М. : Наука, 1969. – 511 с.
8. Маньшин Г. Г. Обеспечение качества функционирования автоматизированных систем / Г. Г. Маньшин, С. В. Кирпич. – Минск : Наука и техника, 1986. – 222 с.
9. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 2 / В. Феллер. – М. : Мир, 1984. – 738 с.
10. Шаманов В. И. Надежность систем железнодорожной автоматики и телемеханики / В. И. Шаманов.– Иркутск : ИрИИТ, 1999. – 223 с.
11. Капур К. Надежность и проектирование систем / К. Капур, Л. Ломберсон. – М. : Мир, 1980. – 604 с.
12. Шаманов В. И. Эксплуатация стареющих систем автоматики и телемеханики / В. И. Шаманов // Железнодорожный транспорт. – 1997. – № 9. – С. 35–39.
13. Методы построения безопасных микроэлектронных систем железнодорожной автоматики / Вал. В. Сапожников, Вл. В. Сапожников, Х. А. Христов, Д. В. Гавзов ; под ред. Вл. В. Сапожникова. – М. : Транспорт, 1995. – 272 с.
14. Королюк В. С. Фазовое укрупнение сложных систем / В. С. Королюк, А. Р. Турбин. – Киев : Вища школа, 1978. – 236 с.
15. Майн Х. Марковские процессы принятия решений / Х. Майн, С. Осаки. – М. : Наука, 1977. – 176 с.
16. Лубков Н. В. Анализ надежности сложных технических систем с использованием многоуровневой модели работоспособности / Н. В. Лубков. – М. : Знание, 1988. – 64 с.
17. Карлин С. Основы теории случайных процессов / С. Карлин. – М. : Мир, 1971. – 536 с.

Shamanov Victor I.
«Automatics, telemechanics and communication on railway transport» department
Moscow state transport university of Emperor Nikolas II

Generalised mathematical body of the operational process of automation and remote control system

The article provides the results of developing the methods of formal characterisation of reliability evolution for systems of automation and remote control during its opera-

tion from the moment of starting operation till discarding and recycling. These systems are long-living and during the period of its operation, that is about two-three decades and even more, the composite of the system is changing because of modernization and complete repairs, and the requirements to this system for the quality of separation of train traffic can change also. The methods of maintenance can also significantly change within this time, because of, for example, the enhancement of possibilities for automatic control of system components pre-failure.

Systems of automation and remote control are big technical systems, and mathematical description of the processes of its reliability evolution runs into certain difficulties. Terms «break-in state», «new state», «ageing state», «pre-failure state», widely used in theory of reliability, are not quite suited for big technical systems. Using of body of mathematics of Markov processes is made difficult by the fact, for example, that during the analysis of system reliability when degradation processes appear, it is necessary to consider a long-ago prehistory, that can be provided only by «ageing laws».

Mathematic model of the system of automation and remote control turns out not very convenient for its practical use because of the fact, that the resulting model is enough massive by the reason of big number of components in the system, and each of the can be in one of several states. As a result, the problem of enlarging the model states to the generalised state of the system, that belongs to the same subset. Enlarged system operation, within the new phase space in some way should describe the operation of original system.

Suggested mathematical models allow, using the body of mathematics of Markov processes, to develop methods and strategies of maintenance management for the systems of automation and remote control, that provide the highest efficiency of its operation.

automation and remote control systems, system states, time evolution, reliability, operation, expenses, mathematical models, Markov processes, dynamic programing

References

1. Bogdanoff G., Kozin F. Veroyatnostnyye modeli nakopleniya povrezhdeniy [Probabilistic model of damage accumulation]. Moscow, Mir, 1989. – 344 p.

2. Shamanov V. I. Prognozirovaniye raskhoda parametricheskoy izbytochnosti ob'yektov kontrolya [Prediction of flow parameter redundancy of objects under control]. Problems of microprocessor systems building for railway automatics: Interuniversity collection of research papers (Problemy postroyeniya mikroprotsessornykh sistem zheleznodorozhnoy avtomatiki. Mezhvuz. sbornik nauchnykh trudov). St. Petersburg, PSTU, 1995. – Pp. 90–92.

3. Saposhnikov Val. V., Saposhnikov Vl.V, Shamanov V. I. Nadezhnost' sistem zheleznodorozhnoy avtomatiki, telemekhaniki i svyazi [Reliability of railway automation, remote control and communication systems]. Moscow, Publishing house «Marshrut», 2003. – 240 p.

4. Shamanov V. I. Evolyutsiya vo vremeni resursa SZhAT [Time evolution of SZhAT assets]. Automation, remote Control and Communication (Avtomatika, telemekhanika i svyaz'), 1997, N 12. – Pp. 20–24.

5. Howard R. A. Dynamic programing and Markov processes. Moscow, Nauka, 1964. – 189 p.

6. Barlow R., Proschan F. Statistical theory of reliability and life testing. Moscow, Nauka, 1985. – 328 p.

7. Bharucha-Reid A. T. Elements of the theory of Markov processes and their applications. Moscow, Nauka, 1969. – 511 p.

8. Man'shin G. G., Kirpich S. V. Obespecheniye kachestva funktsionirovaniya avtomatizirovannykh sistem [Performane assurance of automated systems]. Minsk, Nauka i tekhnika, 1986. – 222 p.

9. Feller W. An introduction to probability theory and its applications, vol. 2. Moscow, Mir, 1984. – 738 p.

10. Shamanov V. I. Nadezhnost' sistem zheleznodorozhnoy avtomatiki i telemekhaniki [Reliability of railway automation and remote control systems]. Irkutsk, IrIIT, 1999. – 223 p.

11. Kapour K. C., Lomberson L. R., Reliability in engineering design. Moscow, Mir, 1980. – 604 p.

12. Shamanov V. I. Ekspluatatsiya stareyushchikh sistem avtomatiki i telemekhaniki [Operation of ageing automation and remote control systems]. Railway transport (Zheleznodorozhnyy transport), 1997, N 9. – Pp. 35–39.

13. Sapozhnikov Val. V., Sapozhnikov Vl. V., Khristov Kh. A., Gavzov D. V. Metody postroyeniya bezopasnykh mikroelektronnykh sistem zheleznodorozhnoy avtomatiki [Methods for bulding up safe microelectronic systems of railway automation]. Edited by Vl. V. Saposhnikov. Moscow, Transport, 1995. – 272 p.

14. Korolyuk V. S., Turbin A. R. Fazovoye ukrupneniye slozhnykh sistem [Phase consolidation of complex systems]. Kiev, Vischa schkola, 1978. – 236 p.

15. Mine H., Osaki S. Markovian decision processes. Moscow, Nauka, 1977. – 176 p.

16. Lubkov N. V. Analiz nadezhnosti slozhnykh tekhnicheskikh sistem s ispol'zovaniyem mnogourovnevoy modeli rabotosposobnosti [Reliability analysis of complex engineering systems using a multi-level model of efficiency]. Moscow, Znanie, 1988. – 64 p.

17. Karlin S. An introduction to stochastic processes. Moscow, Mir, 1971. – 536 p.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Д. С. Марковым
Поступила в редакцию 04.01.2016, принята к публикации 18.02.2016

ШАМАНОВ Виктор Иннокентьевич – доктор технических наук, профессор кафедры «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте» Московского государственного университета путей сообщения;
e-mail: shamanov_vi@mail.ru