

УДК 629.4.053.3

## Уточнение математической модели межвагонной связи с пружинно-фрикционными поглощающими аппаратами для исследования продольных колебаний грузового поезда

С. В. Беспалько, Н. О. Жухин, О. Е. Пудовиков

Российский университет транспорта РУТ (МИИТ), Российская Федерация, 127994, Москва, ул. Образцова, 9

**Для цитирования:** Беспалько С. В., Жухин Н. О., Пудовиков О. Е. Уточнение математической модели межвагонной связи с пружинно-фрикционными поглощающими аппаратами для исследования продольных колебаний грузового поезда // Бюллетень результатов научных исследований. — 2023. — Вып. 2. — С. 54–70. DOI: 10.20295/2223-9987-2023-2-54-70

### Аннотация

**Цель:** Разработка усовершенствованной модели межвагонной связи, оборудованной пружинно-фрикционными поглощающими аппаратами типа ПМК-110. Данная модель должна учитывать как особенности силовой характеристики поглощающих аппаратов этого типа, так и деформации кузовов экипажей, а также диссипацию энергии возникающих в поезде продольных сил за счет вязкого сопротивления деформированию конструкции экипажей. **Методы:** Анализ, математическое и имитационное моделирование. **Результаты:** На основе двух известных математических моделей межвагонных связей с пружинно-фрикционными поглощающими аппаратами разработана усовершенствованная модель межвагонной связи, оборудованная пружинно-фрикционными поглощающими аппаратами типа ПМК-110. Показано, что данная модель повышает достоверность расчета величин продольных сил, возникающих в поглощающих аппаратах межвагонных связей поезда. **Практическая значимость:** Предложенная модель межвагонной связи может быть использована в исследованиях продольных колебаний поезда, поскольку дает более достоверные результаты расчетов применительно ко всем режимам нагружения.

**Ключевые слова:** Математическая модель поезда, математическая модель поглощающего аппарата, межвагонные связи поезда, продольные силы в поезде, продольная динамика поезда, поглощающий аппарат.

Железнодорожный поезд представляет собой сложную механическую систему, состоящую из локомотивов и вагонов, взаимодействующих друг с другом посредством упруго-диссипативных нелинейных связей с зазором (поглощающие аппараты и автосцепки). В процессе движения поезда в нем возникают динамические процессы, обусловленные изменениями тяговых и тормозных сил, а также сил сопротивления движению. Различают установившийся и неустановившийся (переходной) режимы движения поезда, первый из которых (равномерное или равноускоренное движение) осуществляется под действием постоянных или изменяющихся внешних сил при условии завершения переходного процесса, а второй (трогание с места, торможение, соударения) — непосредственно переходной процесс под действием быстро изменяющихся внешних сил.

Колебания, возникающие в переходных режимах движения грузовых поездов, вызывают продольные силы значительной амплитуды, при определенных условиях превышающие величины, максимально допустимые по условиям прочности элементов конструкции подвижного состава. Величины продольных сил зависят от темпов изменения сил тяги и торможения, режима движения, характеристик профиля пути, на котором располагается поезд, параметров межвагонных связей, скоростей перемещения экипажей поезда друг относительно друга и множества других факторов [1]. Необходимость определения продольных сил возникает при обосновании весовых норм поездов и установлении безопасных скоростей движения поездов [2, 3], разработке способов управления тяговыми и тормозными средствами поезда [4]. Для решения данных задач разработан целый ряд моделей поезда, отражающих различные его особенности как объекта исследования.

Так, профессор Н. Е. Жуковский рассматривал поезд в виде упругого стержня с отдельной массой локомотива или в виде отдельных масс вагонов, соединенных упругими связями, допускающими свободные относительные перемещения. Данные модели позволяли оценить максимальные силы, возникающие при трогании растянутого поезда, и не учитывали затухание возникающих в поезде продольных колебаний [5]. В. А. Лазарян в своих работах представлял поезд как упруго-вязкий стержень с грузами на обоих концах. При этом учитывалось гашение продольных колебаний из-за рассеяния энергии, а также постепенное нарастание силы тяги. Такая модель позволяла оценивать продольные силы, возникающие при трогании с места и торможении, а также при аварийных соударениях вагонов [6, 7].

С. В. Вершинский, исследуя движение поезда по переломному профилю пути, рассматривал поезд как многозвенный шарнирно-стержневой механизм. Такой подход позволял оценить взаимные перекосы экипажей и деформирование пружин рессорного подвешивания под действием сжимающих и растягивающих продольных сил [8]. Влияние нелинейности характеристик межвагонных связей было изучено Н. А. Панькиным. Он показал, что в поезде могут возникать ударные волны и определил, при каких характеристиках межвагонных связей возникновение ударных волн маловероятно [9]. В работах А. У. Галеева и Ю. И. Першица при решении задачи трогания с места осаженого поезда поезд рассматривался как система твердых тел [10]. При этом впервые учитывалось наличие зазоров в межвагонных связях, а деформация связей рассматривалась только при первом нагружении. Но в данной модели не учитывались упругие свойства экипажей поезда, а также распространение вдоль поезда волн растяжения и сжатия.

В работах Е. П. Блохина, Л. А. Манашкина, Л. А. Мугинштейна и многих других ученых проводилось дальнейшее совершенствование математических моделей поезда, широко рассматривалось изучение динамических процессов в поезде с помощью ЭВМ. В этих исследованиях использована дискретная многомассовая модель поезда [1, 4]. В данной модели поезд рассматривается в виде цепочки масс

экипажей (локомотивов и вагонов), соединенных упруго-вязкими межвагонными связями. Каждый экипаж совершает движение под действием силы тяги и силы сопротивления движению, а также под действием реакций, возникающих в межвагонных связях при взаимном перемещении экипажей. Принимается допущение, что экипажи являются абсолютно твердыми телами, а межвагонные связи поезда не имеют массы. Движение экипажей поезда в этом случае описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{v}_i = \frac{S_{i+1} - S_i + F_i}{m_i}, \quad i = \overline{1, n}; \quad S_{n+1} = 0, \\ \dot{x}_1 = v_1 = -\dot{q}_1 \end{cases}, \quad (1)$$

где  $v_i$  — скорость центра масс  $i$ -го экипажа;

$S_i$  — продольная сила в  $i$ -й межвагонной связи;

$F_i$  — равнодействующая сил тяги, торможения и сопротивления движению, действующая на  $i$ -й экипаж;

$m_i$  — масса  $i$ -го экипажа;

$n$  — число экипажей в поезде;

$q_1$  — деформация 1-й межвагонной связи;

$x_i$  — координата центра масс  $i$ -го экипажа.

Величины деформаций межвагонных связей для каждого межвагонного соединения  $q_i$  определяются на основе координат центров масс и длины соседних экипажей [1]:

$$q_i = x_i - x_{i-1} - \frac{l_i + l_{i-1}}{2}, \quad i = \overline{2, n}, \quad (2)$$

где  $l_i$  — длина  $i$ -го экипажа.

Зная величины деформаций межвагонных связей, можно по силовой характеристике межвагонной связи определить величину продольной силы для каждой связи в каждый момент времени. Для этого математическая модель поезда дополняется математическими моделями межвагонных связей. Характеристики межвагонных связей во многом определяют характер изменения продольных сил, возникающих в поезде.

Рассмотрим модели межвагонных соединений, оборудованных пружинно-фрикционными поглощающими аппаратами, в настоящее время достаточно широко распространенными на железных дорогах РФ и стран СНГ. Ряд пружинно-фрикционных поглощающих аппаратов оборудованы дополнительными фрикционными элементами [12], поэтому ветви их силовой характеристики имеют два участка различной крутизны.

Так, для ряда поглощающих аппаратов без дополнительных фрикционных элементов (например, поглощающих аппаратов типа Ш-2-В) известна математическая модель межвагонного соединения [1]. Величина продольной силы в каждой межвагонной связи определяется из выражения:

$$S_i = S_{\phi i}(q_{\phi i}) \text{sign } q_i, \quad (3)$$

где  $S_i$  — продольная сила, возникающая в  $i$ -м межвагонном соединении;  
 $S_{\phi i}$  — продольная сила, возникающая в поглощающих аппаратах межвагонного соединения;  
 $q_{\phi i}$  — фактическая деформация поглощающих аппаратов и кузовов экипажей. Величина деформации поглощающего аппарата  $q_{\phi i}$  определяется из условий (4):

$$q_{\phi i} = \begin{cases} q_i, & \text{если } q_i \geq \delta_{0i} \\ 0, & \text{если } q_i < \delta_{0i} \\ -q_i, & \text{если } q_i < 0 \end{cases}, \quad (4)$$

где  $q_i$  — перемещение центров масс соседних экипажей относительно друг друга. Максимальная величина  $q_i$  равна сумме зазора в межвагонной связи и удвоенного максимального хода поглощающих аппаратов;  
 $\delta_{0i}$  — зазор в автосцепках  $i$ -го межвагонного соединения.  
 Продольная сила  $S_{\phi i}$ , возникающая в поглощающих аппаратах вычисляется с использованием уравнений [1]:

$$S_{\phi i} = \begin{cases} \min \{S_{\text{ни}}; S_{\text{ки}}\}, & \text{если } (q_{\phi i} < \Delta_i) \wedge (q_{\phi i}(t) \geq q_{\phi i}(t-h)) \\ \max \{S_{\text{пи}}; S_{\text{ки}}\}, & \text{если } (q_{\phi i} < \Delta_i) \wedge (q_{\phi i}(t) < q_{\phi i}(t-h)); \\ S_{\text{ки}}, & \text{если } (q_{\phi i} \geq \Delta_i) \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} S_{\text{ни}} = S_{0i} + k_{\text{ни}} q_{\phi i} \\ S_{\text{пи}} = (1 - \eta_i) k_{\text{ни}} q_{\phi i} \\ S_{\text{ки}} = S_i + k_{\text{ки}} (q_{\phi i}(t) - q_{\phi i}(t-h)) + \beta_i \dot{q}_i \text{sign } q_i \\ S_i = S_{\text{ни}}(t-h) \vee S_{\text{пи}}(t-h), & \text{если } S_{\phi i}(t-h) = S_{\text{ни}}(t-h) \vee S_{\text{пи}}(t-h) \\ \text{иначе } S_i = S_{\phi i}(t-h) - \beta_i \dot{q}_i(t-h) \text{sign } q_i(t-h) \end{cases}, \quad (6)$$

где  $S_{\text{ни}}$  и  $S_{\text{пи}}$  — силы на ветвях нагрузки и разгрузки характеристики поглощающего аппарата;

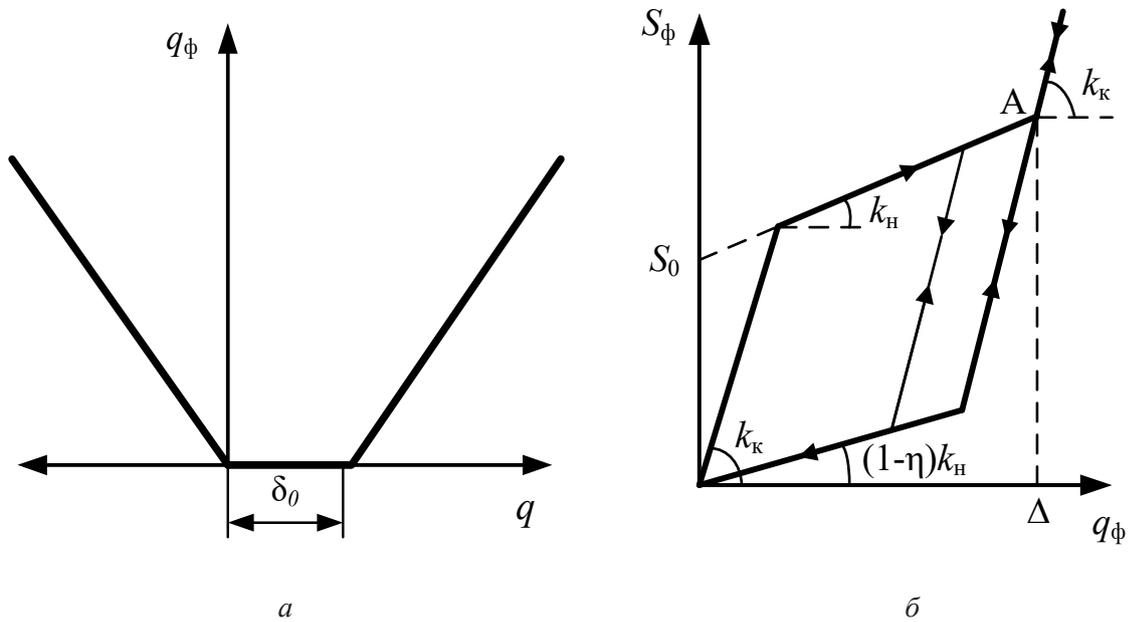


Рис. 1. Общий вид характеристик межвагонной связи с поглощающими аппаратами типа Ш-2-В: графики зависимостей деформации поглощающих аппаратов от деформации межвагонной связи (а) и продольной силы от деформации поглощающих аппаратов (б)

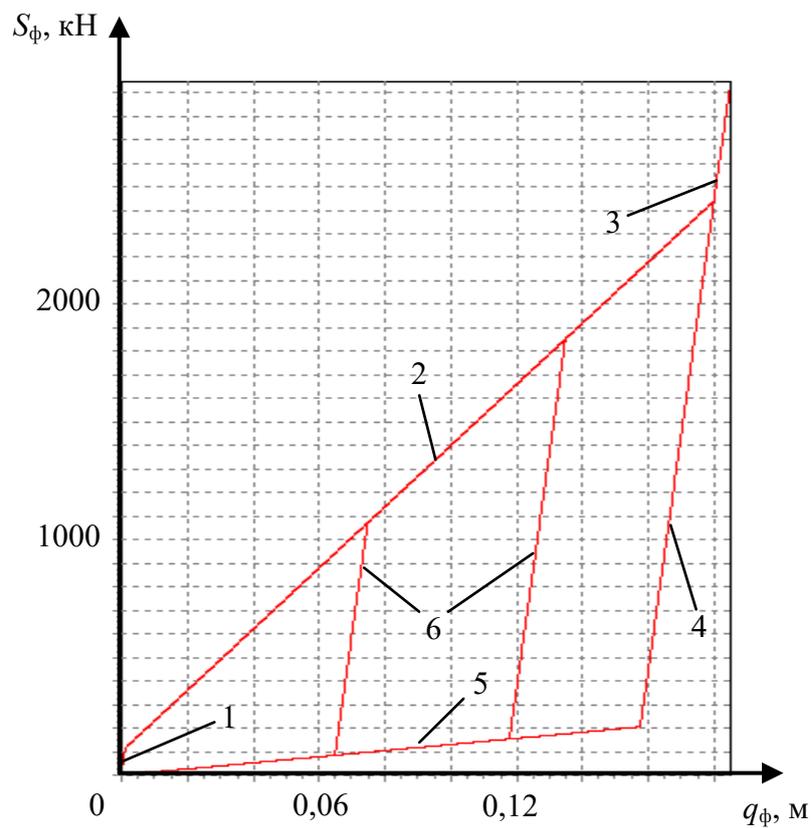


Рис. 2. График расчетной силовой характеристики модели межвагонной связи, оборудованной поглощающими аппаратами типа Ш-2-В

$S_{ki}$  — сила в момент перехода от режима нагрузки к режиму разгрузки поглощающего аппарата (и наоборот);

$\Delta_i$  — величина деформаций поглощающих аппаратов, при которой поглощающие аппараты закрываются (максимальный ход обоих аппаратов);

$t$  — текущее время;

$h$  — шаг интегрирования по времени;

$S_0$  — сила начальной затяжки поглощающего аппарата;

$k_{ni}$  — коэффициент жесткости аппарата на ветви нагружения;

$k_{pi}$  — то же, на ветви разгружения;

$k_{ki}$  — коэффициент жесткости кузовов экипажей;

$\beta$  — коэффициент вязкого сопротивления при деформации кузовов экипажей;

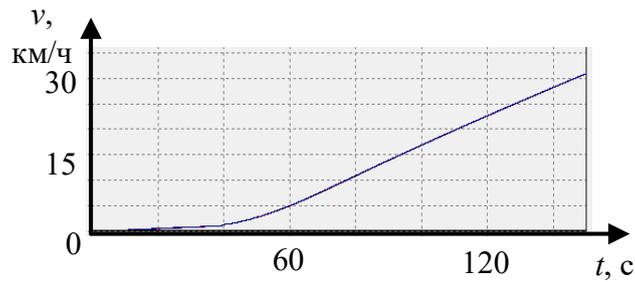
$\eta$  — коэффициент рассеивания энергии при работе поглощающих аппаратов.

Общий вид характеристик межвагонной связи, описываемых этой системой уравнений, приведен на рис. 1.

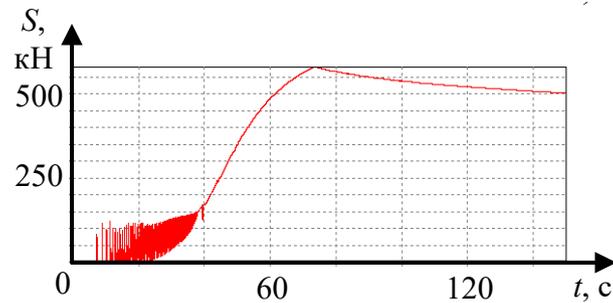
На рис. 2 приведена расчетная силовая характеристика модели межвагонной связи, оборудованной поглощающими аппаратами типа Ш-2-В, полученная с использованием имитационной модели, реализующей систему уравнений (1) — (6).

Рассмотрим полученную силовую характеристику межвагонной связи при работе на растяжение (рис. 2, цикл полной разгрузки и нагрузки). Примем, что начальная деформация связи равна нулю, а деформация связи при растяжении положительна. По мере увеличения деформации межвагонной связи происходит выбор зазора в автосцепках (начальный зазор примем равным 65 мм). Поэтому при величине деформации, равной 65 мм, зазор полностью выбран и в межвагонной связи появляется продольная растягивающая сила. Поскольку поглощающие аппараты имеют начальную затяжку 100 кН, в начале силовой характеристики (участок 1, до значения  $S = 130$  кН) происходит только деформация кузовов экипажей. Крутизна силовой характеристики, определяемая жесткостью кузовов, будет достаточно велика. Как только величина продольной силы несколько превысит величину начальной затяжки аппарата, начинается деформация поглощающего аппарата (участок 2). При этом крутизна силовой характеристики уменьшается, поскольку жесткость поглощающих аппаратов значительно меньше жесткости кузовов. Когда величина деформации аппаратов составит 180 мм (а межвагонной связи — 245 мм), произойдет закрытие поглощающих аппаратов. С этого момента при дальнейшем нагружении происходит только деформация кузовов экипажей (участок 3). Крутизна силовой характеристики снова возрастает.

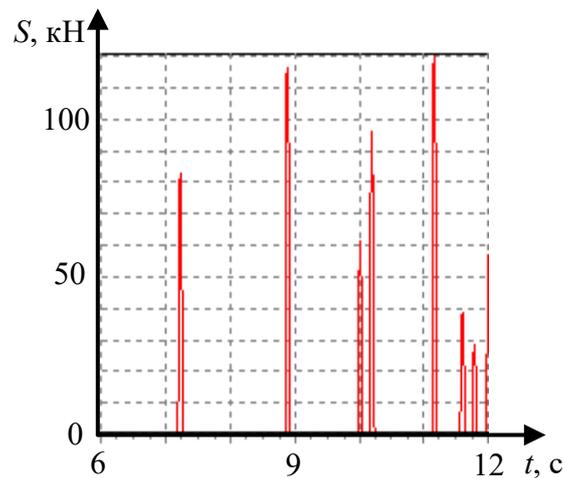
При разгрузке межвагонной связи величина ее деформации уменьшается. Сначала происходит только разгрузка кузовов экипажей (участок 4), при этом незначительное уменьшение деформации аппарата соответствует значительному уменьшению продольной силы. Со значения  $S = 350$  кН в работу вступают и поглощающие аппараты, поэтому крутизна силовой характеристики резко уменьшается



а



б



в

Рис. 3. График зависимости скорости движения моделируемого поезда от времени (а), графики зависимости величины продольной силы в первом межвагонном соединении поезда от времени (б, в), полученные с использованием модели межвагонной связи с аппаратами типа Ш-2-В

(участок 5). При дальнейшем разгрузении продольная сила уменьшается по ветви разгрузки до нуля. Линиями б показаны переходы от нагрузки к разгрузке аппаратов и, наоборот, при неполном разгрузении (нагрузении) аппаратов. В данной модели этот переход также происходит с учетом жесткости кузовов экипажей.

На рис. 3, б приведен график зависимости от времени продольной силы, возникающей в автосцепке за локомотивом при трогании поезда, оборудованного поглощающими аппаратами с такой характеристикой. На рис. 3, в также показано

изменение этой силы в интервале времени 6–12 с. График зависимости скорости движения поезда от времени приведен на рис. 3, *a*. Моделировалось трогание с места поезда массой 6390 т, состоящего из электровоза массой 180 тонн и 71 вагона массой 90 тонн каждый. Как видно из рис. 3, при трогании поезда в нем возникают продольные колебания, при этом величина продольной силы в автосцепке за локомотивом достигает 130 кН. К моменту времени 40 с поезд полностью растянут и продольные колебания затухают. По мере увеличения силы тяги продольная сила в первой межвагонной связи также возрастает (до значения 580 кН), после чего несколько уменьшается из-за уменьшения силы тяги.

Следует отметить, что данная модель поглощающего аппарата позволяет учитывать не только деформации межвагонных связей, но и деформации кузовов экипажей, а также гашение возникающих в поезде продольных сил за счет вязкого сопротивления деформированию конструкции экипажей. В то же время эта модель не учитывает особенности силовой характеристики современных конструкций упруго-фрикционных поглощающих аппаратов, оборудованных дополнительными фрикционными элементами — подвижными фрикционными пластинами. Эти пластины начинают перемещаться и создавать дополнительное трение только при определенной степени деформации аппарата, поэтому ветви нагружения и разгрузки силовой характеристики таких аппаратов являются нелинейными и имеют два участка с различной жесткостью [11]. При этом участок с меньшей крутизной (и, следовательно, с меньшей жесткостью) соответствует деформации аппарата, при которой подвижные фрикционные пластины не работают, а участок с большей крутизной (и, следовательно, с большей жесткостью) — соответствует деформации аппарата, при которой вступают в работу подвижные фрикционные пластины, создавая дополнительное трение.

Особенности работы фрикционного поглощающего аппарата с дополнительными фрикционными элементами учитывает модель межвагонной связи, рассмотренная в [12]. Величина продольной силы в каждой межвагонной связи и величина деформации поглощающих аппаратов  $x_i$  определяются из выражений, аналогичных (3) и (4).

При нагружении (если  $q_i \geq 0$ ) величина силы, возникающей в поглощающих аппаратах, определяется выражениями (8):

$$R_i = \begin{cases} Y_B + \frac{Y_C - Y_B}{x_C} \cdot x, & \text{если } x \leq x_C \\ Y_C + \frac{Y_D - Y_C}{x_D - x_C} (x - x_C), & \text{если } (x > x_C) \wedge (x \leq x_D). \\ Y_B + k_k (x - x_D), & \text{если } x > x_D \end{cases} \quad (8)$$

При разгрузке (если  $q_i < 0$ ) величина силы, возникающей в поглощающих аппаратах, определяется выражениями (9):

$$R_i = \begin{cases} Y_G + \frac{Y_F - Y_G}{x_F} \cdot x, & \text{если } x \leq x_F \\ Y_F + \frac{Y_E - Y_F}{x_D - x_F} (x - x_F), & \text{если } (x > x_F) \wedge (x \leq x_D). \\ Y_D + k_k (x - x_D), & \text{если } x > x_D \end{cases} \quad (9)$$

где  $R_i$  — продольная сила, возникающая в поглощающих аппаратах межвагонного соединения;

$Y_B$  — величина начальной затяжки поглощающего аппарата при нагружении,  $Y_B = 100$  кН;

$Y_C$  — величина продольной силы в режиме нагружения, при которой вступают в работу дополнительные фрикционные элементы;

$x_C$  — величина деформации аппаратов в режиме нагружения, соответствующая силе  $Y_C$ ,  $x_C = 50$  мм;

$Y_D$  — величина продольной силы, при которой закрываются поглощающие аппараты;

$x_D$  — величина деформации аппаратов в режиме нагружения, соответствующая силе  $Y_D$ ,  $x_D = 220$  мм;

$Y_G$  — величина начальной затяжки поглощающего аппарата при разгрузке,  $Y_G = 50$  кН;

$Y_F$  — величина продольной силы в режиме разгрузки, при которой вступают в работу дополнительные фрикционные элементы;

$x_F$  — величина деформации аппаратов в режиме разгрузки, соответствующая силе  $Y_F$ ,  $x_F = 210$  мм.

Общий вид силовой характеристики межвагонной связи, описываемой этой системой уравнений, приведен на рис. 4.

На рис. 5 приведена расчетная силовая характеристика, полученная с использованием данной модели межвагонной связи. На рис. 6, а приведен график зависимости от времени продольной силы, возникающей в первой межвагонной связи поезда, в процессе трогания поезда, оборудованного межвагонными связями с такой характеристикой. На рис. 6, б также показано изменение этой силы в интервале времени 6–12 с. Составность поезда аналогична рассмотренной выше.

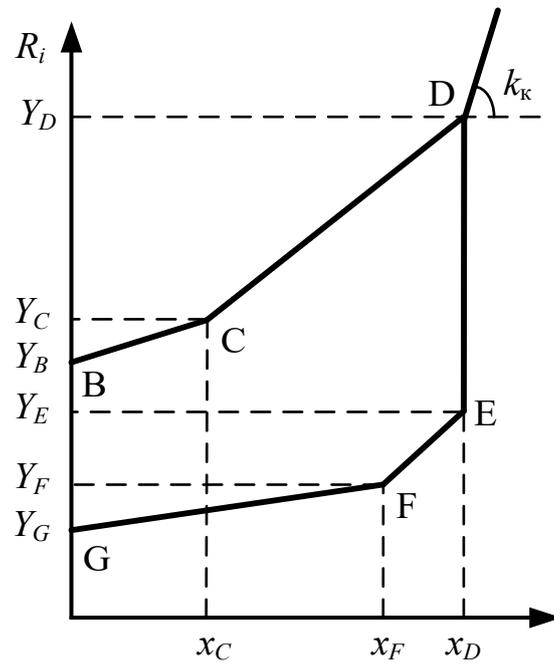


Рис. 4. Общий вид силовой характеристики модели межвагонной связи с поглощающими аппаратами типа ПМК-110

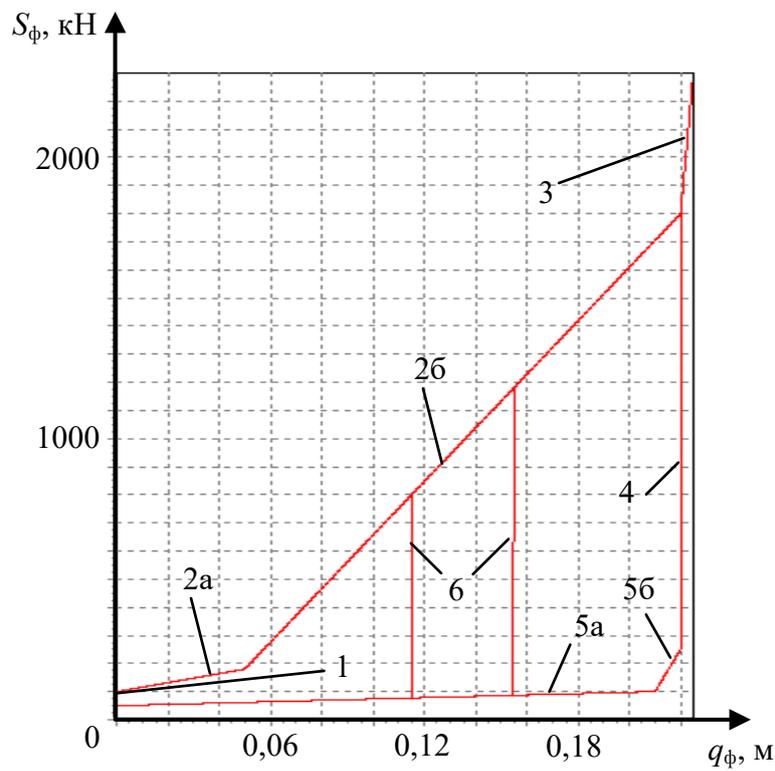


Рис. 5. График расчетной силовой характеристики модели межвагонной связи, оборудованной поглощающими аппаратами типа ПМК-110

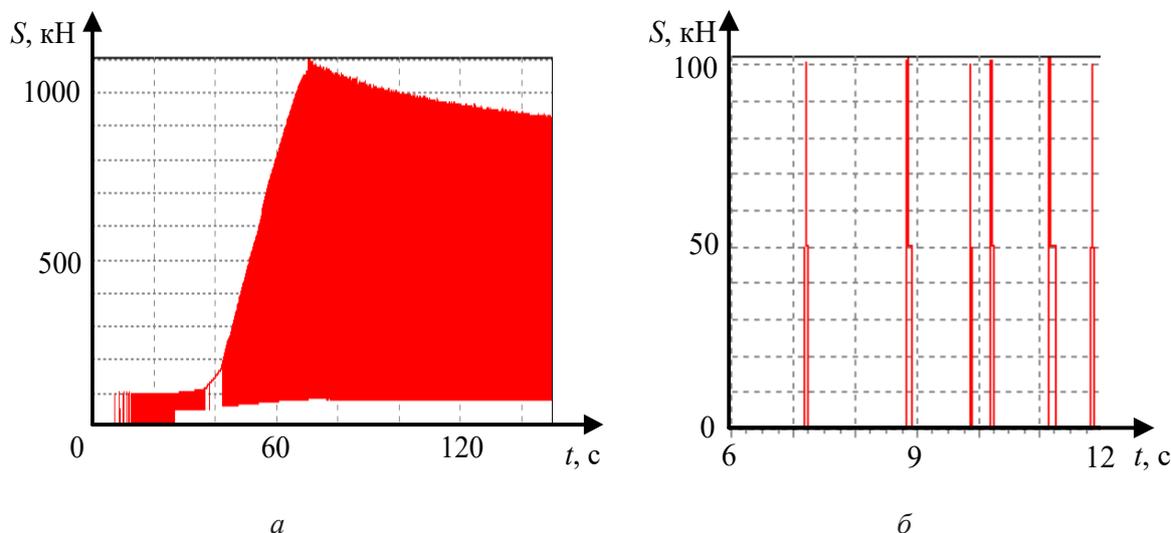


Рис. 6. Графики зависимости величины продольной силы в первом межвагонном соединении поезда от времени, полученные с использованием математической модели межвагонной связи, оборудованной поглощающими аппаратами типа ПМК-110

Анализ рис. 5 показывает, что полученная силовая характеристика данной модели полностью совпадает с представленной выше теоретической. Данная модель учитывает особенности кусочно-линейной силовой характеристики современных конструкций поглощающих аппаратов. В то же время эта модель не учитывает жесткость кузовов экипажей при переходе от режима нагрузки к режиму разгрузки (и наоборот). Переход с учетом жесткости кузовов экипажей оказывает значительное влияние на протекание переходных процессов в поезде, что подтверждается сравнительным анализом рис. 3 и 6. Так, на рис. 6 в диапазоне времени 65–150 с при переходе поглощающих аппаратов от режима нагрузки к режиму разгрузки и наоборот происходит мгновенное изменение величины продольной силы в диапазоне от 50–100 до 900–1000 кН. В моделях межвагонных связей, учитывающих жесткость кузовов экипажей при переходе от нагружения к разгрузению, такого процесса не наблюдается (что подтверждается рис. 3, где величина продольной силы в установившемся режиме не имеет высокочастотных колебаний).

Поэтому при изучении продольной динамики поезда с упруго-фрикционными поглощающими аппаратами целесообразно использовать модель межвагонной связи, учитывающую как особенности силовых характеристик аппаратов, так и жесткость кузовов экипажей при переходе от нагружения к разгрузению. В качестве исходной выберем модель межвагонной связи, рассмотренную в [1] и доработанную с целью учета особенностей конструкции современных поглощающих аппаратов.

В данной модели величины продольной силы и деформации поглощающих аппаратов определяются аналогично из выражений (3) и (4). Уравнения (5) и (6) заменяются доработанными, учитывающими особенности работы пружин современных поглощающих аппаратов:

$$S_{\Phi i} = \begin{cases} \min \{S_{\text{н}i}; S_{\text{к}i}\}, \text{если } (q_{\Phi i} < \Delta_i) \wedge (q_{\Phi i}(t) \geq q_{\Phi i}(t-h)) \\ \max \{S_{\text{р}i}; S_{\text{к}i}\}, \text{если } (q_{\Phi i} < \Delta_i) \wedge (q_{\Phi i}(t) < q_{\Phi i}(t-h)). \\ S_{\text{к}i}, \text{если } (q_{\Phi i} \geq \Delta_i) \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} S_{\text{н}i} = S_{01i} + k_{\text{н}1i}q_{\Phi i}, \text{если } (q_{\Phi i} < \Delta_{1i}) \\ S_{\text{н}i} = S_{01i} + k_{\text{н}1i}\Delta_{1i} + k_{\text{н}2i}q_{\Phi i}(q_{\Phi i} - \Delta_{1i}), \text{если } (q_{\Phi i} \geq \Delta_{1i}) \wedge (q_{\Phi i} < \Delta_i) \\ S_{\text{р}i} = S_{02i} + k_{\text{р}1i}q_{\Phi i}, \text{если } (q_{\Phi i} < \Delta_{2i}) \\ S_{\text{р}i} = S_{02i} + k_{\text{р}1i}\Delta_{2i} + k_{\text{р}2i}q_{\Phi i}(q_{\Phi i} - \Delta_{2i}), \text{если } (q_{\Phi i} \geq \Delta_{2i}) \wedge (q_{\Phi i} < \Delta_i). \\ S_{\text{к}i} = S_i + k_{\text{к}i}(q_{\Phi i}(t) - q_{\Phi i}(t-h)) + \beta_i \dot{q}_i \text{sign } q_i \\ S_i = S_{\text{н}i}(t-h) \vee S_{\text{р}i}(t-h), \text{если } S_{\delta i}(t-h) = S_{\text{н}i}(t-h) \vee S_{\text{р}i}(t-h) \\ \text{иначе } S_i = S_{\Phi i}(t-h) - \beta_i \dot{q}_i(t-h) \text{sign } q_i(t-h) \end{cases} \quad (11)$$

где  $\Delta_{1i}$  — сумма деформаций поглощающих аппаратов, при которой вступают в работу дополнительные фрикционные элементы каждого аппарата при нагрузке;

$\Delta_{2i}$  — сумма деформаций поглощающих аппаратов, при которой вступают в работу дополнительные фрикционные элементы каждого аппарата при разгрузке;

$k_{\text{н}1i}$  и  $k_{\text{н}2i}$  — коэффициенты жесткости при работе одной и двух пружин аппарата на ветви нагружения;

$k_{\text{р}1i}$  и  $k_{\text{р}2i}$  — то же, на ветви разгружения;

$S_{01i}$  и  $S_{02i}$  — сила начальной затяжки поглощающего аппарата на ветвях нагружения и разгружения.

Общий вид силовой характеристики межвагонной связи, описываемой этой системой уравнений, приведен на рис. 7.

Расчетная силовая характеристика усовершенствованной математической модели межвагонной связи, оборудованной поглощающими аппаратами типа ПМК-110, приведена на рис. 8. На рис. 9, а приведен график зависимости от времени продольной силы, возникающей в первой межвагонной связи при трогании поезда, оборудованного поглощающими аппаратами с уточненной характеристикой. На рис. 9, б также показано изменение этой силы в интервале времени 6–12 с. По сравнению с поездом, оборудованным поглощающими аппаратами типа Ш-2-В (рис. 3), продольные силы в поезде с аппаратами ПМК-110 несколько уменьшаются, а затухание продольных колебаний происходит быстрее и практически завершается к моменту времени 35 с.

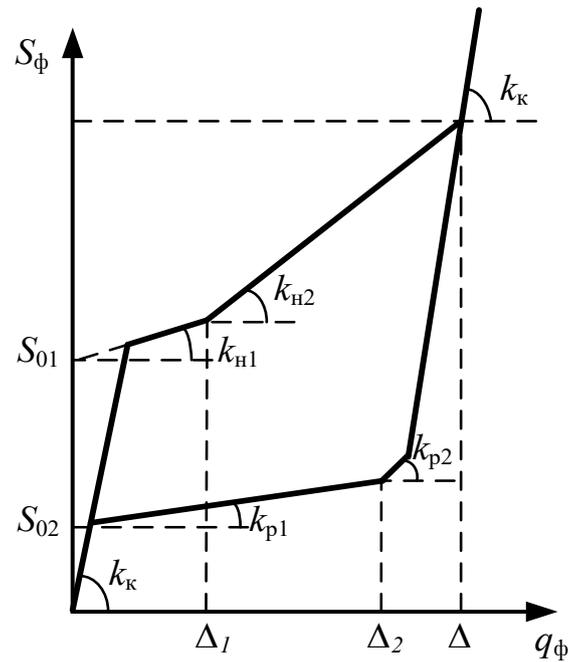


Рис. 7. Общий вид силовой характеристики усовершенствованной модели межвагонной связи с поглощающими аппаратами типа ПМК-110

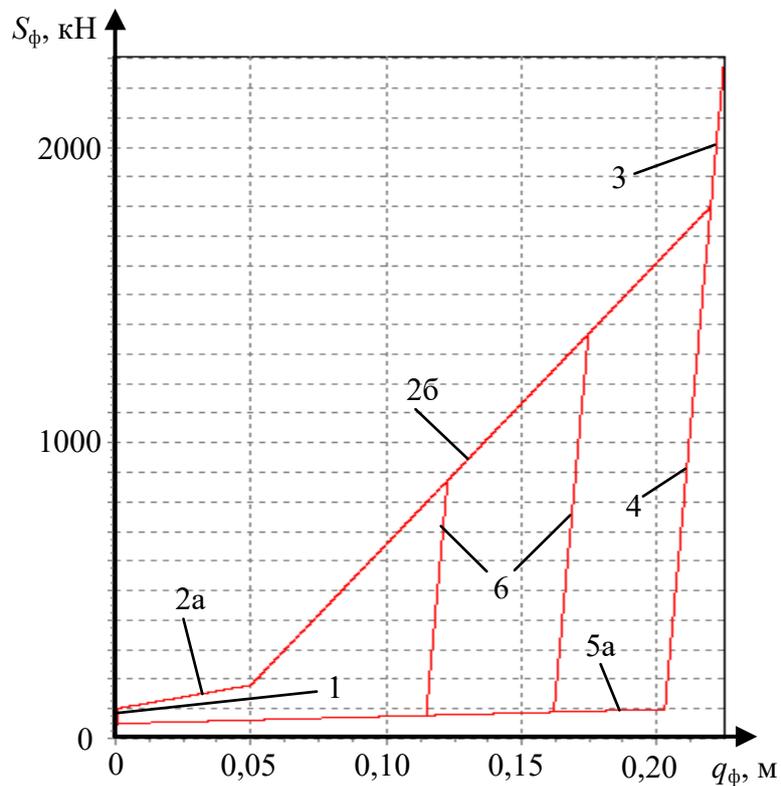


Рис. 8. График расчетной силовой характеристики усовершенствованной модели межвагонной связи, оборудованной поглощающими аппаратами типа ПМК-110

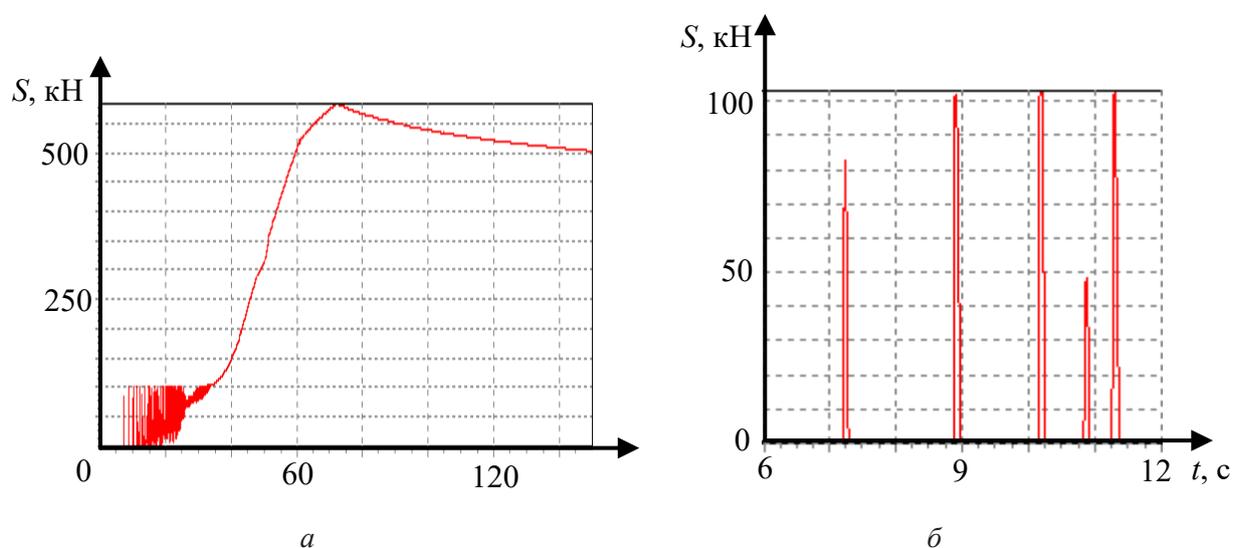


Рис. 9. Графики зависимости величины продольной силы в первом межвагонном соединении поезда от времени, полученные с использованием усовершенствованной математической модели межвагонной связи, оборудованной поглощающими аппаратами типа ПМК-110

Из анализа графика силовой характеристики усовершенствованной модели межвагонной связи следует, что данная модель, по сравнению с вышерассмотренными, учитывает как особенности силовой характеристики пружинно-фрикционного поглощающего аппарата современной конструкции, так и наличие деформаций кузовов экипажей при переходе к ветви разгрузки либо нагружения. В ходе пробных расчетов эта модель показывает удовлетворительные результаты.

Таким образом, усовершенствованная модель межвагонной связи, оборудованной пружинно-фрикционными поглощающими аппаратами с дополнительными фрикционными элементами, дает более достоверные результаты расчетов применительно ко всем режимам нагружения и может быть использована при исследованиях продольных колебаний поезда.

### Библиографический список

1. Блохин Е. П. Динамика поезда (нестационарные продольные колебания): учебное пособие / Е. П. Блохин, Л. А. Манашкин. — М.: Транспорт, 1982. — 222 с.
2. Патент № 2265874 Российская Федерация, МПК G05B 17/00. Способ определения максимальной скорости и способ регулирования скорости движения поезда по участку / Л. А. Мугинштейн, В. М. Абрамов, М. С. Пястик и др. — Заявл. 17.04.2003; опубл. 10.12.2005. — Бюл. № 34.
3. Лисицын А. Л. Нестационарные режимы тяги (Тяговое обеспечение перевозочного процесса): монография / А. Л. Лисицын, Л. А. Мугинштейн; под ред. Г. И. Нарских, И. К. Петушковой. — М.: Интекст, 1996. — 159 с.

4. Блохин Е. П. Расчеты и испытания тяжеловесных поездов: монография / Е. П. Блохин, Л. А. Манашкин, Е. Л. Стамблер и др.; под ред. Е. П. Блохина. — М.: Транспорт, 1986. — 263 с.
5. Жуковский Н. Е. Полное собрание сочинений: в 10 т. Т. 8. Теория упругости. Железные дороги. Автомобили / Н. Е. Жуковский; под ред. проф. А. П. Котельникова. — Москва — Ленинград: ОНТИ НКТП СССР, Главная редакция авиационной литературы, 1937. — 292 с.
6. Лазарян В. А. Исследование усилий, возникающих в переходных режимах движения в стержнях с различными упругими несовершенствами / В. А. Лазарян // Сборник научных трудов ДИИТ. — 1956. — Вып. 25. — С. 5–50.
7. Лазарян В. А. Совершенствование норм проектирования железных дорог: монография / В. А. Лазарян, Е. П. Блохин. — М.: Транспорт, 1974. — 150 с.
8. Вершинский С. В. Динамика вагона: учебное пособие / С. В. Вершинский, В. Н. Данилов, В. Д. Хусидов; под ред. С. В. Вершинского. — 3-е изд. перераб. и доп. — М.: Транспорт, 1991. — 360 с.
9. Гребенюк П. Т. Метод исследования процессов распространения возмущений в сверхдлинных и соединенных поездах / П. Т. Гребенюк, Н. А. Панькин, А. М. Филимонов // Вестник ВНИИЖТ. — 1977. — № 1. — С. 1–4.
10. Галеев А. У. Вопросы механики поезда: монография / Галеев А. У., Першиц Ю. И. — М.: Трансжелдориздат, 1958. — 232 с.
11. Кеглин Б. Г. Повышение эффективности комбинированных фрикционных поглощающих аппаратов на базе ПМК-110А / Б. Г. Кеглин и др. // Наука и прогресс транспорта. Вестник ДИИТ. — 2004. — № 5. — С. 85–95.
12. Беспалько С. В. Разработка и анализ моделей повреждающих воздействий на котлы цистерн для перевозки криогенных продуктов: специальность 05.22.07 «Подвижной состав железных дорог, тяга поездов и электрификация»: автореф. дисс. ... д-ра техн. наук / С. В. Беспалько; Московский государственный университет путей сообщения. — М., 2000.

Дата поступления: 01.05.2023

Решение о публикации: 20.05.2023

**Контактная информация:**

БЕСПАЛЬКО Сергей Валерьевич — д-р техн. наук, проф.; [besp-alco@mail.ru](mailto:besp-alco@mail.ru)

ЖУХИН Никита Олегович — аспирант; [rzd1997@mail.ru](mailto:rzd1997@mail.ru)

ПУДОВИКОВ Олег Евгеньевич — д-р техн. наук, доц.; [oleger@mail.ru](mailto:oleger@mail.ru)

# Refinement of the Mathematical Model of Inter-Car Coupling with Spring-Friction Absorbing Devices for the Study of Longitudinal Vibrations of a Freight Train

S. V. Bespal'ko, N. O. Zhukhin, O. E. Pudovikov

Russian University of Transport RUT (MIIT), 9/9, Obraztsova str., Moscow, 127994, Russian Federation

**For citation:** Bespal'ko S. V., Zhukhin N. O., Pudovikov O. E. Refinement of the Mathematical Model of Inter-Car Coupling with Spring-Friction Absorbing Devices for the Study of Longitudinal Vibrations of a Freight Train. *Bulletin of scientific research results*, 2023, iss. 2, pp. 54–70. (In Russian) DOI: 10.20295/2223-9987-2023-2-54-70

## Summary

**Purpose:** To develop an improved model of inter-car coupling equipped with spring-friction absorbing devices of the PMK-110 type. This model should take into account both the features of the power characteristics of absorbing devices of this type and the deformation of the carriage bodies, as well as the energy dissipation of longitudinal forces arising in the train due to the viscous resistance to deformation of the car structure.

**Methods:** Methods of analysis, mathematical and simulation modeling. **Results:** Based on two existing mathematical models of inter-car couplings with spring-friction absorbing devices, an improved model of inter-car coupling equipped with spring-friction absorbing devices of the PMK-110 type has been developed. It is shown that this model increases the reliability of calculating the values of the longitudinal forces arising in the absorbing devices of the intercar couplings of the train. **Practical significance:** The proposed model of inter-car coupling can be used in studies of longitudinal vibrations of a train, since it gives more reliable calculation results for all loading modes.

**Keywords:** Mathematical model of the train, mathematical model of the absorbing device, inter-car couplings of the train, longitudinal forces in the train, longitudinal train dynamics, absorbing device.

## References

1. Blochin E. P., Manashkin L. A., *Dinamika poyezda* [Train dynamics]. Moscow: Transport Publ., 1982, 222 p. (In Russian)
2. Muginstein L. A., Abramov V. M., Pyasik M. S. et al. *Sposob opredeleniya maksimal'noy skorosti i sposob regulirovaniya skorosti dvizheniya poezda po uchastku* [The method for determining the maximum speed and the method for regulating the speed of the train along the section]. Patent RF, no. 2265874, 2003. (In Russian)
3. Lisitsyn A. L., Muginstein L. A.; edited by Narskikh G. I., Petushkova I. K. *Nestatsionarnye rezhimy tyagi (Tyagovoe obespechenie perevoznogo protsessa): monografiya* [Non-stationary traction modes (Traction support of the transportation process): monograph]. Moscow: Intext Publ., 1996, 159 p. (In Russian)
4. Blochin E. P., Manashkin L. A., Stambler E. L. *Rascheti i ispitania tyajelovesnih poezdov* [Calculations and tests of heavy trains]. Moscow: Transport Publ., 1986, 263 p. (In Russian)
5. Zhukovsky N. E. *Polnoe sobranie sochineniy: v 10 t. T. 8. Teoriya uprugosti. Zheleznye dorogi. Avtomobili* [Complete works: in 10 volumes, vol. 8. Theory of elasticity. Railways. Cars].

Moscow — Leningrad: ONTI NKTP of the USSR, Main aviation literature Publ., 1937, 292 p. (In Russian)

6. Lazaryan V. A. Issledovanie usilii, vznikayushih v perehodnih rejimakh dvizhenia v sterzhiah s razlichnymi upugimi nesovershenstvami [Investigation of forces arising in transient modes of motion in rods with various elastic imperfections]. *Sbornik nauchnih trudov DIIT* [Bulletin of scientific papers of the Dnepropetrovsk Institute of Transport Engineers]. 1956, Iss. 25, pp. 5–50. (In Russian)

7. Lazaryan V. A., Blokhin E. P. *Sovershestvovanie norm proektirovaniya jeleznykh dorog: monografiya* [Improvement of railway design standards: monograph]. Moscow: Transport Publ., 1974, 150 p. (In Russian)

8. Vershinskii S. V., Danilov V. N., Husidov V. D. *Dinamica vagona: uchebnoe posobie* [The dynamics of the car: textbook]. Moscow: Transport Publ., 1991, 360 p. (In Russian)

9. Grebenyuk P. T., Pankin N. A., Filimonov A. M. Method issledovaniya processov raprostraneniya vozmusheniya v sverhdlinnykh i soedinennykh poezdakh [Method of investigation of the processes of propagation of disturbances in super-long and connected trains]. *Vestnik VNIIZhT* [Bulletin of the All-Russian Research Institute of Railway Transport]. 1977, Iss. 1, pp. 1–4. (In Russian)

10. Galeev A. U., Pershits Yu. I. *Voprosi mekhaniki porezda: monografiya* [Questions of train mechanics: monograph]. Moscow: Transzheldorizdat Publ., 1958, 232 p. (In Russian)

11. Keglin B. G. et al. Povishenie effektivnosti kombinirovannykh fictionnykh pogloshayushih apparatov na baze PMK-110A [Improving the efficiency of combined friction absorbing devices based on PMK-110A]. *Sbornik nauchnih trudov DIIT* [Science and progress of transport. Bulletin of scientific papers of the Dnepropetrovsk Institute of Transport Engineers]. 2004, Iss. 5, pp. 85–95. (In Russian)

12. Bespal'ko S. V. *Razrabotka i analiz modeley povrezhdayushchikh vozdeystviy na kotly tsistern dlya perevozki kriogennykh produktov: spetsial'nost' 05.22.07 "Podvizhnoy sostav zheleznykh dorog, tyaga poezdov i elektrifikatsiya: avtoref. diss. ... d-ra tekhn. nauk"* [Development and analysis of models of damaging effects on the boilers of tanks for the transportation of cryogenic products: specialty 05.22.07 "Railway rolling stock, train traction and electrification: author. diss." ... Dr. tech. Sciences]. Moscow: Moskovskiy gosudarstvennyy universitet putey soobshcheniya Publ., 2000. (In Russian)

Received: May 01, 2023

Accepted: May 20, 2023

#### **Author's information:**

Sergey V. BESPAL'KO — Dr. Sci. in Engineering, Professor; [besp-alco@yandex.ru](mailto:besp-alco@yandex.ru)

Nikita O. ZHUKHIN — Postgraduate Student; [rzd1997@mail.ru](mailto:rzd1997@mail.ru)

Oleg E. PUDOVNIKOV — Dr. Sci. in Engineering, Associate Professor; [olegep@yandex.ru](mailto:olegep@yandex.ru)