

A. S. Astashov, E. B. Koroleva

## Application of a Control Valve in an Individual Heating Unit

**Astashov Artem Sergeevich** — 2nd-Year Master's Degree Student at the Department "Theoretical Foundations of Electrical Engineering and Power Engineering"

**Koroleva Elena Borisovna** — PhD in Engineering, Associate Professor, Associate Professor of the Department "Theoretical Foundations of Electrical Engineering and Power Engineering"

*Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, Saint Petersburg, Russia*

**Abstract.** The article discusses the principle of operation of the control valve as the main actuator of an automated individual heating point (AIHP). Special attention is paid to converting the electrical control signal into mechanical movement of the gate, throttling the coolant flow, and implementing the PID control law to compensate for changes in the heat supply system.

**Keywords:** control valve, electric actuator, automated individual heating point

УДК 512.563

Р. С. Веселов, Р. Г. Гильванов

## Применение полиномов Жегалкина для оптимизации логических правил в экспертных системах

**Веселов Роман Сергеевич** — студент 2-го курса кафедры «Информационные и вычислительные системы»

**Гильванов Ринат Гафганович** — кандидат военных наук, доцент кафедры «Информационные и вычислительные системы»

*Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, Санкт-Петербург, Россия*

**Аннотация.** Представлено исследование применения полинома Жегалкина для оптимизации логических правил в экспертных системах. Приведены методы построения и преимущества полинома Жегалкина. Методы исследования: анализ алгоритмов преобразования логических функций, сравнение методов построения полинома Жегалкина и формализация. Результаты выявляют потенциал интегрирования полинома Жегалкина в вычислительную технику.

**Ключевые слова:** полином Жегалкина, экспертные системы, искусственный интеллект, оптимизация логических правил, быстрое преобразование Фурье

Развитие технологий в области экспертных систем, которые относятся к искусственному интеллекту, приводит к усложнению базы знаний, состоящей из логических правил в них [5]. Для работы этих систем требуется выполнение следующих условий: формализация знаний, непротиворечивость правил, полнота по входным и выходным данным и объяснимость результата. Оптимизация логических правил приводит к упрощению базы знаний и вследствие этого ускорению работы всей экспертной системы.

Логические правила могут быть представлены в различной алгебраической форме, одна из которых — полином Жегалкина. Это сумма по модулю 2 константного члена и попарно различных произведений коэффициентов 0 или 1 с неинвертированными переменными. Общий вид полинома Жегалкина:

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = K_0 \oplus K_1 x_1 \oplus K_2 x_2 \oplus \dots \oplus K_n x_n \oplus K_{12} x_1 x_2 \oplus \dots \oplus K_{1, \dots, n} x_{1, \dots, n}, \text{ где } K_0, \dots, K_{1, \dots, n} \in \{0, 1\}.$$

В отличие от других форм, данное представление не имеет в выражении избыточных переменных и каких-либо дублирующихся конструкций. К примеру, пусть будет дано правило: «если идет дождь и я под крышей, то я не мокрый». Алгебраический вид правила будет следующим:

$$A \cdot B \rightarrow \neg C,$$

где  $A$  — «идет дождь»;

$B$  — «я под крышей»;

$C$  — «я мокрый».

У данного правила полином Жегалкина будет выглядеть следующим образом:

$$1 \oplus (A \cdot B \cdot C).$$

Преобразование логической функции к полиному Жегалкина позволяет получить функцию, зависящую только от значимых переменных, то есть от тех переменных, которые действительно влияют на конечный результат. Не влияющие переменные в полиноме будут иметь нулевые коэффициенты, что позволяет удалить их из логического правила. А благодаря теореме Жегалкина, в которой говорится, что любая логическая функция имеет только одно представление в виде полинома Жегалкина, можно устранить дублирующиеся правила. Так как если две функции имеют разные исходные логические правила, но одинаковые полиномы Жегалкина, то это одинаковые функции, а значит, одну из них можно удалить [4].

Чтобы получить полином Жегалкина, можно воспользоваться разными методами его получения: метод треугольника Паскаля, метод неопределенных коэффициентов и метод быстрого преобразования Фурье.

## Метод треугольника Паскаля

Метод треугольника Паскаля — это алгоритм построения полинома Жегалкина по таблице истинности булевой функции при помощи вспомогательной таблицы в форме треугольника [1, 2]. Алгоритм этого метода следующий:

1. Находим таблицу истинности функции.
2. Используя значения функции в качестве основания треугольника, построим перевернутый треугольник построчно. Каждое следующее значение вычисляется как результат операции «исключающее ИЛИ» (XOR) от двух соседей-родителей сверху.
3. Повторяем шаг 2 до тех пор, пока не останется только одно значение.
4. В результате левая сторона полученного треугольника есть не что иное, как коэффициенты полинома Жегалкина.

На рис. 1 представлен пример построения полинома Жегалкина методом треугольника Паскаля для функции от трех переменных.

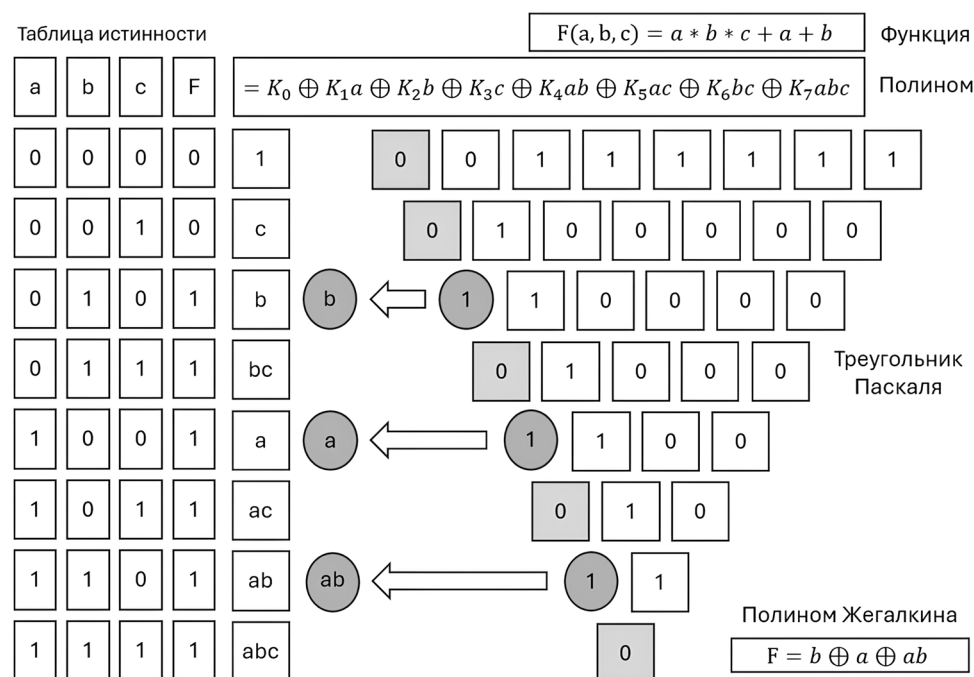


Рис. 1. Пример построения полинома Жегалкина методом треугольника Паскаля

## Метод неопределенных коэффициентов

Метод неопределенных коэффициентов — это алгоритм построения полинома Жегалкина по таблице истинности булевой функции с поиском неизвестных коэффициентов [3]. Алгоритм этого метода следующий:

1. Записывается полином с неизвестными коэффициентами.
2. Находится таблица истинности функции.
3. Подставляются все наборы переменных в полином.
4. Получается система уравнений.
5. Она решается относительно коэффициентов.
6. Найденные коэффициенты подставляются в полином.
7. Получается полином Жегалкина.

На рис. 2 представлен пример построения полинома Жегалкина методом неопределенных коэффициентов для функции от трех переменных.

The interface displays the following components:

- Таблица истинности (Truth Table):** A table with columns a, b, c, and F. It contains 8 rows representing all possible combinations of a, b, and c.
- Функция (Function):** A text box containing the expression  $F(a, b, c) = a * b * c + a + b$ .
- Полином Жегалкина (Zhegalin Polynomial):** A form showing the polynomial structure  $K_0 \oplus K_1 a \oplus K_2 b \oplus K_3 c \oplus K_4 ab \oplus K_5 ac \oplus K_6 bc \oplus K_7 abc$ .
- Система уравнений (System of Equations):** A table showing the equations for each row of the truth table, such as  $K_0 = 0$ ,  $K_0 \oplus K_3 = 0$ , etc.
- Решение системы уравнений (коэффициенты) (Solution of the system of equations (coefficients)):** A table showing the solved values for the coefficients:  $K_0=0, K_1=0, K_2=1, K_3=1, K_4=0, K_5=0, K_6=1, K_7=0$ .

Рис. 2. Пример построения полинома Жегалкина методом неопределенных коэффициентов

## Метод быстрого преобразования Фурье

Метод быстрого преобразования Фурье — это алгоритм получения коэффициентов полинома Жегалкина из значений булевой функции с использованием рекурсии. Алгоритм этого метода следующий:

1. Находятся все значения функции от  $N$  переменных.
2. Строится вспомогательная таблица из  $N + 1$  столбцов и  $2N$  строк.
3. В первом столбце функции — значения функции.
4. Каждый столбец разбивается на блоки (у каждого блока своя разрядная сетка из элементов). В каждом новом столбце  $M$  блоков по  $2M$  элементов, где  $M$  — номер строки начиная с 0.

5. Для каждого блока в столбце  $M$  начиная с 1 берется два блока из столбца  $M - 1$ : нижний и верхний.

6. Заполняется каждый блок в столбце: верхний блок — копия левого верхнего блока, нижний блок = XOR (левый верхний блок, левый нижний блок).

7. Шаги 5 и 6 повторяются для столбцов слева направо.

8. В последнем столбце получатся коэффициенты полинома.

На рис. 3 представлен пример полинома Жегалкина методом быстрого преобразования Фурье для функции от трех переменных.

| Таблица истинности |   |   |   |   | $F(a, b, c) = a * b * c + a + b$                                                                      |   |   |   |   | Функция                                                    |                            |
|--------------------|---|---|---|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|------------------------------------------------------------|----------------------------|
| a                  | b | c | F | = | $K_0 \oplus K_1 a \oplus K_2 b \oplus K_3 c \oplus K_4 ab \oplus K_5 ac \oplus K_6 bc \oplus K_7 abc$ |   |   |   |   | Полином                                                    |                            |
| 0                  | 0 | 0 | 0 |   | 1                                                                                                     | 0 | 0 | 0 | 0 | Вспомогательная таблица и коэффициенты в последнем столбце |                            |
| 0                  | 0 | 1 | 0 |   | c                                                                                                     | 0 | 0 | 0 | 0 |                                                            |                            |
| 0                  | 1 | 0 | 1 |   | b                                                                                                     | 1 | 1 | 1 | 1 |                                                            | b                          |
| 0                  | 1 | 1 | 1 |   | bc                                                                                                    | 1 | 0 | 0 | 0 |                                                            |                            |
| 1                  | 0 | 0 | 1 |   | a                                                                                                     | 1 | 1 | 1 | 1 |                                                            | a                          |
| 1                  | 0 | 1 | 1 |   | ac                                                                                                    | 1 | 0 | 0 | 0 |                                                            |                            |
| 1                  | 1 | 0 | 1 |   | ab                                                                                                    | 1 | 1 | 0 | 1 |                                                            | ab                         |
| 1                  | 1 | 1 | 1 |   | abc                                                                                                   | 1 | 0 | 0 | 0 |                                                            |                            |
|                    |   |   |   |   |                                                                                                       |   |   |   |   |                                                            | Полином Жегалкина          |
|                    |   |   |   |   |                                                                                                       |   |   |   |   |                                                            | $F = b \oplus a \oplus ab$ |

Рис. 3. Пример построения полинома Жегалкина методом быстрого преобразования Фурье

## Заключение

Чтобы экспертные системы работали быстро, можно оптимизировать базу знаний, состоящую из логических правил, представимых как логические функции. Оптимизацию можно совершить, используя полином Жегалкина, который позволит получить выражение без избыточных переменных, что позволит выявить дублирующиеся функции, которые затем можно удалить.

## Список источников

1. Акинина Ю. С., Подвальный С. Л., Тюрин С. В. Применение карт Карно для полиномиального преобразования булевых функций // Вестник ВГТУ. 2016. № 1. URL: <https://>

- cyberleninka.ru/article/n/primenenie-kart-karno-dlya-polinomialnogo-preobrazovaniya-bulevyh-funktsiy (дата обращения: 05.05.2026).
2. Алехина М. А., Пичугина П. Г. Об одном методе построения полинома Жегалкина // Труды международного симпозиума «Надежность и качество». Пензенский государственный университет, 2008. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ob-odnom-metode-postroeniya-polinoma-zhegalkina> (дата обращения: 06.05.2026).
  3. Горюшкин А. П. Об одноэлементной функциональной полноте в алгебре булевых функций // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. 2011. № 1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ob-odnoelementnoy-funktsionalnoy-polnote-v-algebre-bulevyh-funktsiy> (дата обращения: 06.05.2026).
  4. Кочкина А. А. Полиномиальная реализация частичных булевых функций // Сборник работ 60-й научной конференции студентов и аспирантов Белорусского государственного университета (14–16 мая 2003 года): в 3 ч. Минск: БГУ, 2003. С. 14–18.
  5. Представление знаний в экспертных системах: учебное пособие / составители В. А. Морозова, В. И. Паутов; научный редактор В. А. Матвиенко; Уральский федеральный университет имени первого президента России Б. Н. Ельцина. Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2017. 120 с.

R. S. Veselov, R. G. Gil'vanov

## Application of Zhegalkin Polynomials to Optimizing Logical Rules in Expert Systems

**Veselov Roman Sergeevich** – 2nd-Year student of the Department “Information and Computing Systems”

**Gil'vanov Rinat Gaffanovich** – PhD in Military Sciences, Associate Professor of the Department “Information and Computing Systems”

*Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University, Saint Petersburg, Russia*

**Abstract.** This paper presents a study on the application of the Zhegalkin polynomial to the optimization of logical rules in expert systems. The methods for constructing and the advantages of the Zhegalkin polynomial are presented. The research methods include an analysis of logical function transformation algorithms, a comparison of Zhegalkin polynomial construction methods, and formalization. The results reveal the potential for integrating the Zhegalkin polynomial into computing.

**Keywords:** Zhegalkin polynomial, expert systems, artificial intelligence, optimization of logical rules, fast Fourier transform