

МАКРОСКОПИЧЕСКАЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ДИАГРАММА В ЗАДАЧЕ О МАКСИМАЛЬНОМ ПОТОКЕ ДЛЯ СЕТЕЙ БЕСПИЛОТНОГО ТРАНСПОРТА

КУВЕРИН Игорь Юрьевич¹, кандидат техн. наук, доцент, доцент кафедры «Организация перевозок, безопасность движения и сервис автомобилей»; e-mail: igorkuv@mail.ru

ГУСЕВ Сергей Александрович¹, доктор экон. наук, профессор, заведующий кафедрой «Организация перевозок, безопасность движения и сервис автомобилей»; e-mail: o051nm@yandex.ru

МАРОСИН Владимир Сергеевич², специалист по управлению и настройке нормативно-справочной информации; e-mail: marosin92@mail.ru

¹ Саратовский государственный технический университет имени Ю. А. Гагарина, Саратов

² ООО «Диалл Альянс», Саратов

Переход к массовому использованию беспилотных транспортных средств в составе интеллектуальных транспортных систем создает беспрецедентную возможность для централизованного координированного управления транспортными потоками. В отличие от традиционного трафика, где решения принимаются множеством независимых водителей, подключенные беспилотные автомобили могут выступать в роли исполнительных элементов сетевого диспетчера. В статье предложена аналитическая модель, объединяющая классическую задачу Форда — Фалкерсона о максимальном потоке с макроскопической фундаментальной диаграммой, учитывающей нелинейное снижение пропускной способности узлов дорожной сети при перегрузке. Модель формулируется как задача нелинейного сетевого программирования, где управление потоками беспилотных транспортных средств осуществляется таким образом, чтобы предотвращать возникновение заторов состояний в зонах сети, описываемых макроскопической фундаментальной диаграммой. Разработан итеративный алгоритм, обобщающий метод дополняющих путей: на каждом шаге производится коррекция остаточной пропускной способности с учетом текущего насыщения, а наличие обратных дуг позволяет в реальном времени отзываться поток беспилотных транспортных средств из зон, приближающихся к критическому накоплению. Получен критерий оптимальности, утверждающий, что поток максимален тогда и только тогда, когда в остаточной сети, построенной с учетом ограничений макроскопической фундаментальной диаграммы, невозможно найти маршрут, соединяющий источник со стоком. Показано, что модель может служить эталонным вычислительным ядром для подсистемы маршрутизации верхнего уровня интеллектуальной транспортной сети, обеспечивая предотвращение сетевых заторов и максимизацию пропускной способности дорожной сети.

Ключевые слова: интеллектуальная транспортная система, беспилотные транспортные средства, максимальный поток, алгоритм Форда — Фалкерсона, макроскопическая фундаментальная диаграмма, Macroscopic Fundamental Diagram, нелинейные ограничения, остаточная сеть, сетевое управление

DOI: 10.20295/2412-9186-2026-12-03-217-227

▼ Введение

Развитие интеллектуальных транспортных систем (ИТС) и технологий подключенного беспилотного транспорта кардинально меняет парадигму управления дорожным движением [1, 2]. Традиционные подходы, основанные на локальном адаптивном регулировании (светофоры, знаки переменной информации), не позволяют реализовать глобально оптимальное распределение транспортных потоков из-за стохастичности поведения водителей и невозможности прямого управления траекториями

отдельных автомобилей. В составе же развитой ИТС, предполагающей наличие связи V2I (Vehicle-to-Infrastructure) и централизованного облачного диспетчера, появляется реальная возможность рассматривать подключенные беспилотные транспортные средства как управляемых агентов, маршруты и скорость которых могут назначаться или рекомендоваться из единого центра для достижения общесетевых целей: максимизации пропускной способности и предотвращения заторов [3]. В последние годы активно исследуются

кооперативные стратегии управления на уровне сети, где макроскопическая фундаментальная диаграмма (Macroscopic Fundamental Diagram, MFD) служит ключевым инструментом для оценки влияния автоматизированных транспортных средств на пропускную способность [4, 5].

Одной из ключевых математических задач, возникающих в таком контексте, является определение предельной пропускной способности обслуживаемой территории при заданной дорожной сети. Классическая задача о максимальном потоке (алгоритм Форда — Фалкерсона и его производные) предполагает постоянные пропускные способности дуг графа [6, 7]. В реальных дорожных сетях пропускная способность элемента (перекрестка, района) не является константой, а зависит от текущей загрузки, согласно макроскопической фундаментальной диаграмме (MFD) [8, 9]. Накопление автомобилей в узле свыше критического уровня приводит к резкому снижению выпускного потока, что может вызвать каскадную блокировку сети.

В случае потока автотранспортных средств при управлении водителем диспетчер ИТС может лишь рекомендовать маршруты, но не может гарантировать их соблюдение. Для беспилотного парка диспетчер получает возможность точного управления, что делает необходимым разработку алгоритмов, учитывающих MFD-ограничения непосредственно при расчете допустимых потоков.

Цель настоящей работы — разработать строгую аналитическую модель и итерационный метод нахождения максимального потока, явно включающий MFD-характеристику узлов как эталонного вычислительного ядра для подсистемы маршрутизации беспилотных транспортных средств в ИТС.

Постановка задачи исследования и основные допущения

Рассматривается ориентированная транспортная сеть, заданная графом (1):

$$G = (V, E),$$

где V — множество узлов (перекрестков, районов, зон сети);

E — множество дуг (участков дорог).

Выделяют источник $s \in V$ и сток $t \in V$ (они могут представлять, например, агломерацию-отправителя и агломерацию-получателя). Каждая дуга $(i, j) \in E$ обладает номинальной пропускной способностью $c_{ij} \geq 0$, определяемой геометрическими характеристиками дороги (число полос и т. п.).

В отличие от классической постановки, где величина c_{ij} является жестким ограничением, вводится зависимость фактической пропускной способности от состояния узла-отправителя. Для каждого узла i (кроме источника s и стока t) задается функция выпуска $F_i(n_i)$ — зависимость максимального суммарного потока, который узел i может пропустить во все исходящие дуги от текущего накопления n_i (количество беспилотных транспортных средств, находящихся в зоне i). Типичная форма функции $F_i(n_i)$ соответствует макроскопической фундаментальной диаграмме (Macroscopic Fundamental Diagram, MFD): она является гладкой, строго возрастающей до критического значения накопления n_i^{cr} , после чего монотонно убывает, достигая нуля при заторовом накоплении $n_i^{\max}$ (рис. 1).

Под MFD в настоящей работе понимается агрегированная зависимость суммарного выпускного потока из некоторой зоны (района, узла сети) от числа транспортных средств, одновременно находящихся в этой зоне. В отличие от фундаментальной диаграммы отдельного перегона (FD), которая связывает плотность транспортного потока (авт./км) с интенсивностью движения (авт./ч) на конкретной полосе, MFD описывает поведение всей совокупности улиц и перекрестков внутри рассматриваемой зоны. Именно поэтому MFD отражает не пропускную способность отдельного ребра сети, а интегральную способность целой зоны пропускать транспортный поток при заданном уровне насыщения.

Эмпирически существование MFD было установлено Даганзо и Геролиминисом в 2007–2008 годах [8, 9]. Анализ данных транспортных детекторов в реальных городах показал, что связь между накоплением автомобилей в пределах крупного района и суммарной интенсивностью выезда из него имеет устойчивую колоколообразную форму, независимо от конкретной топологии улично-дорожной сети.

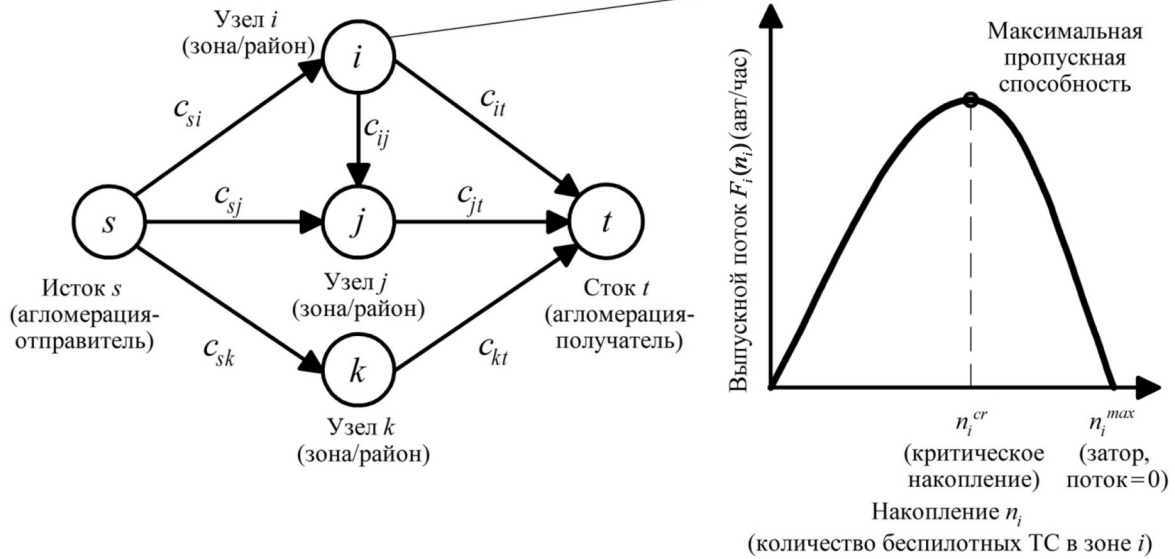
Ориентированная транспортная сеть $G = (V, E)$ MFD для узла i : $F_i(n_i)$ 

Рис. 1. Транспортная сеть как ориентированный граф и MFD-функция выпуска из узла

Такой характер зависимости объясняется внутренними взаимодействиями транспортных средств: при высокой плотности автомобили блокируют друг друга на перекрестках и подъездах к ним, даже если магистральные участки формально не исчерпали свою пропускную способность.

Для иллюстрации физического смысла MFD может быть использована аналогия с песочными часами. При малом количестве песчинок (свободный режим движения) каждая из них проходит через горловину беспрепятственно и суммарный поток растет почти линейно с увеличением числа песчинок. При достижении критической плотности (пик пропускной способности) горловина работает с максимальной производительностью, однако дальнейшее увеличение подачи материала приводит к образованию динамического свода, полностью блокирующего прохождение. Аналогичным образом при превышении критического накопления в транспортной зоне выпускной поток резко падает вплоть до полной остановки движения, несмотря на наличие свободного пространства на выходах.

В математической постановке настоящей работы MFD-ограничение для узла i формализуется следующим образом.

Для установившегося (стационарного) режима движения воспользуемся линейной ап-

проксимацией закона Литтла. Будем полагать, что среднее количество транспортных средств, одновременно находящихся в узле i (накопление n_i), пропорционально интенсивности суммарного входящего потока I_i . В качестве коэффициента пропорциональности выступает τ_i — среднее время, которое транспортное средство затрачивает на прохождение узла i в условиях свободного движения (без заторов):

$$n_i = \tau_i I_i, \quad (1)$$

где $I_i = \sum_{k \in V} f_{ki}$ — суммарный входящий поток в узел i , равный сумме всех входящих потоков.

Тогда функциональное ограничение для узла i записывается в виде (2):

$$\sum_{j \in V} f_{ij} \leq F_i \left(\tau_i \sum_{k \in V} f_{ki} \right), \quad \forall i \in \{s, t\}, \quad (2)$$

где f_{ij} — поток беспилотных транспортных средств по дуге (i, j) .

Дополнительно выполняются балансовые ограничения (3):

$$\sum_j f_{ij} - \sum_k f_{kj} = \begin{cases} \Phi, & i = s \\ 0, & i \neq s, t \\ -\Phi, & i = t \end{cases} \quad (3)$$

и индивидуальные ограничения на пропускные способности дуг: $0 \leq f_{ij} \leq c_{ij}$.

Задача состоит в максимизации величины Φ при указанной системе ограничений. Назовем такую задачу *MFD-MaxFlow*. В контексте ИТС величина Φ интерпретируется как максимальное количество беспилотных транспортных средств в единицу времени, которое может быть пропущено из зоны отправления в зону прибытия без возникновения заторовых состояний ни в одной из промежуточных зон. Полученные значения f_{ij} задают целевые маршрутные квоты, которые диспетчер ИТС доводит до исполнительных устройств (беспилотных автомобилей) в виде индивидуальных планов движения.

При моделировании смешанного трафика с участием автоматизированных транспортных средств важно учитывать, что нелинейные эффекты, описываемые MFD, могут усиливаться или ослабляться в зависимости от доли беспилотников в потоке [10]. Кроме того, кооперативные маневры на перекрестках способны изменять форму MFD, что требует адаптивной коррекции соответствующих ограничений [11].

Значение предлагаемой модели для управления беспилотными транспортными средствами в ИТС

Ключевое отличие предложенной модели от ранее рассмотренных подходов заключается в том, что она опирается на принципиальную *управляемость* транспортных средств в ИТС. Традиционные методы маршрутизации вынуждены учитывать неопределенность реакции водителей на рекомендации. В сетях с доминированием беспилотного транспорта, подключенного к единой платформе управления, диспетчер ИТС может не рекомендовать, а назначать точные маршруты и скорости движения, фактически превращая транспортную систему в распределенную систему автоматического регулирования [12]. Применение MFD позволяет также оптимизировать потоки не только по пропускной способности, но и по энергоэффективности, что особенно актуально для электрических беспилотных автомобилей [13].

Разработанная модель MFD-MaxFlow выступает в качестве **верхнеуровневого оптимизационного ядра** такой системы. Она решает следующие принципиально важные задачи:

1. Предотвращение заторов на стадии планирования. Алгоритм явно запрещает назначение потоков, которые привели бы к пересечению критического порога накопления в каком-либо узле, поскольку срабатывает обратная связь: увеличение входящего потока снижает выпускную способность, делая такой путь невыгодным.

2. Динамическое перераспределение потоков. Если в процессе работы системы изменяются параметры спроса или возникают инциденты, модель позволяет пересчитать оптимальное распределение, включая команды на ремаршрутизацию части транспортных средств из перегруженных зон.

3. Реализация нелокальных маневров. Наличие обратных дуг при рассмотрении остаточной транспортной сети позволяет встраивать в алгоритм решение, при котором поток беспилотных автотранспортных средств в определенной части города уменьшается, что позволяет обеспечить пропуск более мощного потока, освобождая для него необходимые участки дорожной сети.

Разработанная модель позволяет сформировать основу для функционирования сети без заторов в ИТС, в которой беспилотные транспортные средства выполняют строго заданный сценарий передвижения по дорожной сети. Данный подход в моделировании учитывает возможность функционирования смешанного потока транспортных средств и не требует полной автоматизации всего потока на дорожной сети, а позволяет разрабатывать модели управления при постепенном увеличении числа беспилотных автомобилей.

В этом случае диспетчер ИТС может управлять только подключенными автомобилями, а их маршруты выбирать таким образом, чтобы компенсировать неоптимальное поведение остальных участников движения.

Алгоритм решения и его реализация

Предлагаемый метод является итеративной процедурой, обобщающей алгоритм Форда — Фалкерсона (в реализации Эдмондса — Карпа) на нелинейные MFD-ограничения. Ниже приведена схема алгоритма решения задачи (рис. 2).



Рис. 2. Алгоритм итеративной процедуры, обобщающей алгоритм Форда — Фалкерсона (в реализации Эдмондса — Карпа) с нелинейными MFD-ограничениями

Для масштабирования на сети большой размерности могут быть использованы методы многорегионального периметрального управления, интегрирующие MFD с обучением с подкреплением [14].

Инициализация: полагаем все дуговые потоки $f_{ij} = 0$. Для каждого узла вычисляем начальную максимальную пропускную способность $C_i^o = F_i(0)$ и устанавливаем остаточные пропускные способности исходящих дуг равными $\min\{c_{i,j}, d_{ij}^k C_i^{(k)}\}$, где d_{ij}^k — некоторая доля (при простейшем равномерном распределе-

нии — $1/\deg^+(i)$). Создаем для каждой дуги обратное ребро с начальной нулевой остаточной способностью.

1. Поиск дополняющего пути. В текущей остаточной сети (построенной на основе текущих F_i) находим ориентированный путь P из s в t , используя поиск в ширину (BFS). Если такого пути не существует, то алгоритм завершается, текущий поток Φ оптимален.

2. Определение пропускной способности. Для прямых дуг пути остаточная пропускная способность r_{ij} равна $c_{ij} - f_{ij}$ (с учетом текущего

выпускного ограничения узла i). Для обратных дуг $r_{ij} = f_{ij}$ (величина доступного отъезда потока). Вычисляем $\Delta = \min_{i,j \in P} r_{ij}$.

3. Расчет для каждой дуги пути:

- если дуга прямая, увеличиваем f_{ij} на Δ ;
- если дуга обратная, уменьшаем f_{ij} на Δ .

4. **Коррекция параметров узлов.** Для всех узлов i , через которые проходит путь P или у которых изменились входящие либо исходящие потоки, пересчитываем $I_i^{(k)} = \sum_P f_{pi}^{(k)}$, $n_i^{(k)} = \tau_i I_i^{(k)}$ и новую выпускную способность $C_i^{(k)} = F_i(n_i)$.

5. **Обновление остаточной сети.** Для каждой дуги (i, j) прямой остаточной способности приравниваем $\min(c_{ij} - f_{ij}, \tilde{c}_{ij}^k)$, где $\tilde{c}_{ij}^k = \alpha_{ij} C_i^{(k)}$ — доля текущего общего выпуска узла i , выделенная на эту дугу. Для обратной дуги (j, i) полагаем остаточную способность f_{ij} . Обратное ребро моделирует возможность диспетчера ИТС отозвать часть беспилотных транспортных средств из зоны i , перенаправив их по другому маршруту, что приводит к снижению n_i и, следовательно, к возможному росту $F_i(n_i)$.

6. Переход к шагу 1.

Критерием остановки служит невозможность найти в остаточной сети ни одного пути от источника к стоку с положительными прямыми остаточными способностями и (или) обратными дугами, способными увеличить поток в стоке. Сходимость алгоритма гарантируется тем, что на каждом шаге величина потока Φ не убывает (обратные проливы могут временно уменьшать поток на отдельных дугах, но в совокупности приводят к перераспределению, освобождающему узкие места и не снижающему итоговый стоковый поток).

Критерий оптимальности формулируется следующим образом: поток максимален тогда и только тогда, когда в остаточной сети, построенной с учетом MFD-ограничений, отсутствует путь из источника в сток.

Данное утверждение базируется на принципе двойственности для сетевых задач нелинейного типа с обобщением положений теоремы о максимальном потоке и минимальной величине для случаев нелинейных узловых ограничений.

Реализация предложенного алгоритма предполагает выбор способа распределения выпускной способности узла транспортной

сети между исходящими дугами в процессе расчета остаточной сети.

Величины весовых коэффициентов α_{ij} для обеспечения равномерного резервирования пропускной способности пересчитываются пропорционально текущим значениям потоков на дугах транспортной сети на основе оценки эффективности функционирования транспортных потоков с учетом каждой дуги. Данный подход позволяет адаптироваться к реальному спросу на данном участке и избежать ситуации, когда значительная величина выпускной способности узла транспортной сети резервируется за участками сети с малым потенциалом транзита транспортного потока.

Важным вопросом остается объем вычислений и сложности расчетов по предложенной модели. Каждая последующая операция предполагает поиск дополнительного пути в остаточной сети, для чего необходимо выполнить $O(|V| + |E|)$ операций. Процесс корректировки параметров узлов и обновление величин остаточных пропускных способностей затрагивают те вершины и дуги, которые входят в найденный путь либо смежные с ним, что говорит о трудоемкости данного этапа, в среднем пропорциональной длине дополняющего пути.

В противном случае число итераций ограничено суммарной пропускной способностью сети, как и в классическом алгоритме Эдмондса — Карпа, однако наличие нелинейных узловых ограничений может приводить к более частым корректировкам потоков на обратных дугах. Для сетей типовой размерности, характерных для задач маршрутизации на уровне агломерации, вычислительные затраты остаются приемлемыми для использования в режиме, близком к реальному времени.

Существенным преимуществом предложенной схемы является ее модульность. Функции $F_i(n_i)$, описывающие MFD-характеристики узлов, могут быть заданы как аналитически, так и таблично на основе данных транспортных наблюдений. Это позволяет интегрировать алгоритм в действующие системы мониторинга без необходимости существенной перестройки информационной инфраструктуры.

В случае изменений параметров MFD достаточно произвести перерасчет $C_i^{(k)}$ при очередной итерации, не изменяя общий контекст

поиска решения. Необходимо отметить, что разработанный подход допускает распараллеливание путей. Участки транспортной сети, не имеющие связи с общими узлами, могут быть обработаны одновременно, что имеет важное значение при рассмотрении моделей, включающих в свой состав десятки и сотни транспортных зон. Реализация предложенной модели может быть выполнена по схеме, при которой вычислительный узел отвечает только за свой участок, а обмен информацией о текущем состоянии транспортного потока производится с соседними участками.

Предложенная схема взаимодействия и архитектура согласуются с применяемыми подходами к проектированию и разработке децентрализованных систем для управления транспортными потоками, при которой централизованный диспетчерский пункт не будет являться единственным для организации вычислительного процесса. Для решения масштабных задач на транспортной сети большой размерности могут применяться методы многорегионального периметрального управления, а также скользящие режимы управления для перегруженных регионов, что позволит обеспечить согласованность действий при наличии распределенной инфраструктуры со снижением числа возможных конфликтов приоритетов между регионами [14, 16].

Применимость в задачах управления беспилотными транспортными средствами

Главное отличие предлагаемой модели от разработанных ранее заключается в том, что в ее основе учитывается принципиальная управляемость транспортных средств в процессе функционирования ИТС.

Традиционно используемые модели и методы для управления транспортными потоками при выборе схем и маршрутов движения учитывают неопределенность отклика водителя на предлагаемые диспетчером рекомендации.

В транспортных сетях с преобладанием в потоке беспилотного транспорта, интегрированного в единую систему управления, диспетчер сможет не рекомендовать, а назначить точную траекторию движения транспортных

средств, скорость их движения. Фактически исследуемая транспортная система превращается в распределенную систему с возможностью автоматического регулирования, которая позволит оптимизировать потоки транспортных средств [12]. Это обеспечит показатели по энергоэффективности, что имеет ключевое значение для эксплуатации беспилотных электромобилей [13].

Предлагаемая модель выступает в качестве оптимизационного ядра исследуемой системы. Ее функционирование направлено на решение ряда важных задач:

- предупреждение ситуаций с возникновением заторов на этапе планирования;
- адаптивное динамическое распределение и перераспределение транспортных потоков;
- возможность организации нелокальных маневров, когда определенная часть дорожной сети освобождается для пропуска более мощного по величине транспортного потока, что позволяет обеспечить интегрированный общесетевой эффект.

Таким образом, модель MFD-MaxFlow представляет собой математический фундамент для реализации сценария «сеть без заторов» в рамках ИТС, где беспилотные транспортные средства выступают не как источники стохастических возмущений, а как прецизионные исполнители глобального плана. Важно подчеркнуть, что предлагаемый подход не требует полной автоматизации всех транспортных средств одновременно: он может быть использован и в переходный период, когда доля беспилотников постепенно увеличивается. В этом случае диспетчер ИТС может управлять только подключенными автомобилями, а их маршруты выбирать таким образом, чтобы компенсировать неоптимальное поведение остальных участников движения.

Обсуждение и иллюстративный пример

Рассмотрим простейшую сеть, характерную для задачи выезда из агломерации: источник s , сток t и единственный промежуточный узел v , соединенный дугами $s \rightarrow v$ (пропускная способность $C_{sv} = 10$ единиц), $v \rightarrow t$ (пропускная способность $C_{vt} = 10$ единиц).

Пусть MFD узла v имеет вид (рис. 3):

$$F_v(n) = \max(0, 10 - (n - 5)^2),$$

а параметр $\tau_v = 1$.

Максимальная пропускная способность $F_v = 10$ достигается при накоплении $n = 5$. Для определения критического значения накопления $n_{\max}$, при котором выпуск полностью прекращается ($F_v(n_{\max}) = 0$), приравняем выражение к нулю:

$$\begin{aligned} 10 - (n - 5)^2 &= 0, \\ (n - 5)^2 &= 10, \\ n_{\max} &= 5 + \sqrt{10} \approx 8,16. \end{aligned}$$

Таким образом, зона полностью блокируется при накоплении свыше $\approx 8,16$ условных единиц.

Классический алгоритм Форда — Фалкерсона дал бы максимальный поток 10, полностью загружая дугу $s \rightarrow v$. Однако в нашем случае при потоке 10 накопление $n_v = 10$ и выпуск $F_v(10) = 0$. Таким образом, физически реализуемый стационарный поток Φ должен удовлетворять условию равновесия: интенсив-

ность выезда из узла должна равняться интенсивности въезда, то есть $F_v(n_v) = \Phi$. Поскольку $n_v = \tau_v \cdot I_v = 1 \cdot \Phi = \Phi$, получаем уравнение:

$$10 - (\Phi - 5)^2 = \Phi.$$

Преобразуем его:

$$\begin{aligned} 10 - (\Phi^2 - 10\Phi + 25) &= \Phi, \\ -\Phi^2 + 10\Phi - 15 &= \Phi, \\ \Phi^2 - 9\Phi + 15 &= 0. \end{aligned}$$

Решая квадратное уравнение, находим физически осмысленный корень:

$$\Phi = \frac{9 - \sqrt{81 - 60}}{2} = \frac{9 - \sqrt{21}}{2} \approx 2,21 \text{ усл. ед.}$$

(Второй корень $\Phi \approx 6,79$ не является устойчивым решением, так как лежит на нисходящей ветви MFD, где система неустойчива.)

В контексте ИТС это означает, что попытка диспетчера направить в район v 10 тыс. беспилотных автомобилей в час приведет к его полной остановке. Предложенный алгоритм, напротив, рассчитает безопасную интенсивность 3,38 тыс. авт./ч, обеспечив стабильный выпуск без заторов. Оставшийся спрос может

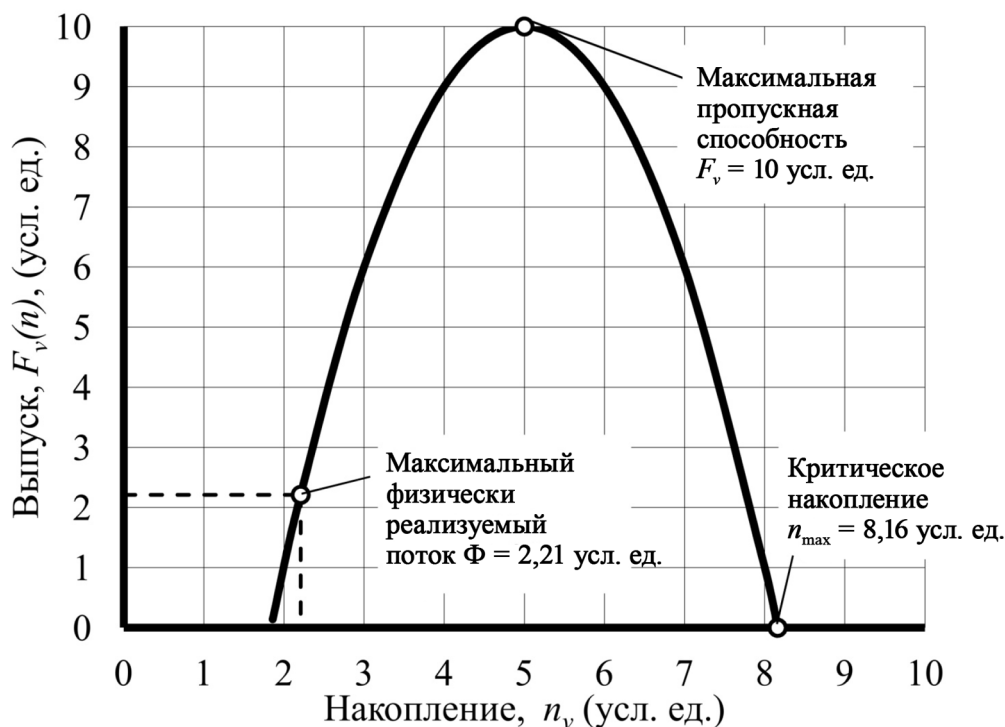


Рис. 3. Пример расчета максимального физически реализуемого потока на основе алгоритма Форда — Фалкерсона (в реализации Эдмондса — Карпа) с нелинейными MFD-ограничениями

быть либо обслужен альтернативными маршрутами (при их наличии), либо должен быть ограничен на этапе планирования. Для практической реализации подобных расчетов в реальном времени перспективно использование методов предиктивного управления на основе MFD, например MPC-подходов, которые позволяют учитывать динамику изменения спроса и многомодальность потоков [15]. Также эффективным является применение скользящих режимов управления для перегруженных регионов, что обеспечивает робастность к возмущениям [16].

Ограничения и направления дальнейших исследований

Предложенная модель имеет ряд ограничений, которые необходимо учитывать при ее практическом применении. Во-первых, она предполагает стационарность транспортных потоков, то есть рассматривается установившийся режим, в котором накопления в узлах не изменяются во времени. Для учета динамических эффектов, таких как время перемещения транспортных средств между зонами, переходные процессы при изменении маршрутов, необходима разработка динамической модификации модели. Во-вторых, в текущей версии не учитывается неоднородность транспортного спроса по времени, что может быть важно для утренних и вечерних пиковых нагрузок. В-третьих, в модели заложено, что транспортные средства, участвующие в перевозочном процессе, все в полной мере следуют инструкциям, которые они получают от диспетчера или ИТС. Однако в ходе практической реализации возможны те или иные отклонения от данной идеализированной картины. Отклонения на практике могут возникать из-за неполного покрытия сети связи, задержек каналов связи V2I и других аналогичных причин.

Направления дальнейших исследований могут быть посвящены динамическому прогнозированию движения транспортных средств с учетом их скоростных характеристик и построению на этой основе распределенных каналов передачи информации для обеспечения устойчивости к задержкам в каналах связи. Также в предложенную модель могут быть встроены модели энергопотребления электри-

ческих транспортных средств, что, в свою очередь, позволит способствовать снижению энергозатрат и повышению пропускной способности и производительности данного типа транспортных средств. В перспективе на основе предложенной модели могут быть разработаны методы коррекции MFD-параметров в режиме реального времени с учетом информации, поступающей от подключенных транспортных средств и элементов дорожной инфраструктуры (погодные параметры, дорожные работы, другие параметры).

Заключение

Данная работа посвящена построению аналитической модели поиска максимального потока для сетей беспилотных транспортных средств с учетом макроскопической фундаментальной диаграммы. Рассматривается использование этой модели в подсистемах маршрутизации ИТС. Предложен итеративный алгоритм, основанный на интеграции в метод дополняющих путей с адаптивным пересчетом остаточных пропускных способностей свойств MFD. В отличие от моделей, рассматривающих поведение водителей, данная модель основана на выполнении беспилотными автомобилями принимаемых на основе расчета решений. Это позволит избежать заторов на сетевом уровне.

Теоретическая значимость работы состоит в том, что впервые в задачу о максимальном потоке включены MFD-ограничения, что позволило учесть влияние как исходящих, так и входящих потоков в узлах дорожной сети с учетом нелинейных ограничений. Это создает основу для дальнейшего развития и совершенствования теории сетевых потоков беспилотных транспортных средств.

Практическая значимость заключается в возможности использования разработанной модели в составе подсистемы маршрутизации ИТС. Это позволит оперативно перераспределять потоки для предотвращения заторов в соответствии с текущей дорожной ситуацией. При этом можно отметить, что для практической реализации модели не требуется полное отсутствие транспортных средств, управляемых водителями, так как модель может исключать заторовые ситуации за счет перенаправления

автономных транспортных средств, которые составляют только часть трафика.

Практическое использование предложенного алгоритма в системе ИТС позволит предотвращать заторы, что, в свою очередь, сократит время поездок, снизит энергопотребление, тем самым повысив эффективность использования дорожной сети. Наиболее эффективным использованием предлагаемого подхода может быть в крупных агломерациях, в которых каскадные блокировки вследствие заторов приводят к значительным экономическим и экологическим потерям. Развитием предложенной методики могут быть учет динамических эффектов, нестационарности транспортного потока и разработка подходов, учитывающих задержки в каналах связи. ▲

Список источников

1. Connected Vehicles: Solutions and Challenges / N. Lu [et al.] // IEEE Internet of Things Journal. 2014. Vol. 1, no. 4. Pp. 289–299. DOI: 10.1109/JIOT.2014.2327587
2. Гусев С. А., Васильев Д. А., Маросин В. С. Адаптация потоковой задачи к вопросам транспортной логистики // Логистика. 2019. № 12 (157). С. 26–28. EDN KFIAUX
3. A Hierarchical Control Framework for Coordination of Intersection Signal Timings and Vehicle Trajectories in Connected Vehicle Environments / G. S. Van de Weg [et al.] // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. 2019. Vol. 20, no. 4. Pp. 1406–1419. DOI: 10.1109/TITS.2018.2850914
4. Analysis of Cooperative Driving Strategies at Road Network Level with Macroscopic Fundamental Diagram / J. Zhang [et al.] // Transportation Research Part C: Emerging Technologies. 2022. Vol. 135, art. no. 103503. DOI: 10.1016/j.trc.2021.103503
5. From Corridor to Network Macroscopic Fundamental Diagrams: A Semi-Analytical Approximation Approach / G. Tilg [et al.] // Transportation Science. 2023. Vol. 57, no. 5. Pp. 1190–1210. DOI: 10.1287/trsc.2022.0402
6. Ford L. R., Fulkerson D. R. Maximal Flow Through a Network // Canadian Journal of Mathematics. 1956. Vol. 8. Pp. 399–404. DOI: 10.4153/CJM-1956-045-5
7. Edmonds J., Karp R. M. Theoretical Improvements in Algorithmic Efficiency for Network Flow Problems // Journal of the ACM. 1972. Vol. 19, no. 2. Pp. 248–264. DOI: 10.1145/321694.321699
8. Daganzo C. F. Urban Gridlock: Macroscopic Modeling and Mitigation Approaches // Transportation Research. Part B: Methodological. 2007. Vol. 41, no. 1. Pp. 49–62. DOI: 10.1016/j.trb.2006.03.001
9. Geroliminis N., Daganzo C.F. Existence of Urban-Scale Macroscopic Fundamental Diagrams: Some Experimental Findings // Transportation Research. Part B: Methodological. 2008. Vol. 42, no. 9. Pp. 759–770. DOI: 10.1016/j.trb.2008.02.002
10. A Hybrid Fundamental Diagram for Modeling Mixed Human and Automated Traffic Flow // 2021 IEEE International Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC). 2021. Pp. 1–6. DOI: 10.1109/ITSC48978.2021.9564503
11. Network Traffic Instability with Automated Driving and Cooperative Merging // Transportation Research. Part C: Emerging Technologies. 2022. Vol. 138, art. no. 103639. DOI: 10.1016/j.trc.2022.103639
12. Bazzan A. L. C., Klügl F. A Review on Agent-Based Technology for Traffic and Transportation // The Knowledge Engineering Review. 2014. Vol. 29, no. 3. Pp. 375–403. DOI: 10.1017/S0269888913000118
13. Optimal Traffic Operation for Maximum Energy Efficiency in Signal-Free Urban Networks: A Macroscopic Analytical Approach // Applied Energy. 2023. Vol. 329, art. no. 120128. DOI: 10.1016/j.apenergy.2022.120128
14. Scalable Multi-Region Perimeter Metering Control for Urban Networks: A Multi-Agent Deep Reinforcement Learning Approach // Transportation Research. Part C: Emerging Technologies. 2023. Vol. 148, art. no. 104036. DOI: 10.1016/j.trc.2023.104036
15. Optimizing Multi-Modal Urban Traffic Flow: Utilizing Macroscopic Fundamental Diagram and Model Predictive Control // Transportation Research. Part C: Emerging Technologies. 2024. Vol. 160, art. no. 104508. DOI: 10.1016/j.trc.2024.104508
16. Macroscopic Fundamental Diagram-Based Integral Sliding Mode Perimeter Control for Oversaturated Regions // Journal of Transportation Engineering. Part A: Systems. 2024. Vol. 150, no. 9. Pp. 1–10.

TRANSPORT AUTOMATION RESEARCH. 2026. Vol. 12, no. 3, pp. 217–227
DOI: 10.20295/2412-9186-2026-12-03-217-227

Macroscopic Fundamental Diagram in the Maximum Flow Problem for Self-Driving Transport Networks

Information about authors:

KUVERIN Igor' Yur'evich¹, PhD in Engineering, Associate Professor, Associate Professor of the "Organization of Transportation, Safety of Movement and Car Service" Department; e-mail: igorkuv@mail.ru

GUSEV Sergei Aleksandrovich¹, Dr. Sci. in Economics, Professor, Head of the "Organization of Transportation, Safety of Movement and Car Service" Department; e-mail: o051nm@yandex.ru

MAROSIN Vladimir Sergeevich², Specialist in Management and Configuration of Regulatory and Reference Information; e-mail: marosin92@mail.ru

¹Yuri Gagarin State Technical University, Saratov

²Diall Alliance LLC, Saratov

Abstract: the transition to the widespread use of unmanned vehicles as part of intelligent transport systems creates an unprecedented opportunity for centralized, coordinated management of traffic flows. Unlike traditional traffic, where decisions are made by multiple independent drivers, connected unmanned vehicles can act as the operational elements of a network controller. The article proposes an analytical model that combines the classic Ford — Fulkerson maximum flow problem with a macroscopic fundamental diagram that takes into account the nonlinear reduction in the capacity of road network nodes under overload conditions. The model is formulated as a nonlinear network programming problem, where the flow of unmanned vehicles is managed in such a way as to prevent the occurrence of congestion states in network zones described by a macroscopic fundamental diagram. An iterative algorithm has been developed that generalizes the complementary path method: at each step, the residual capacity is adjusted taking into account the current saturation, and the presence of backward arcs allows for the real-time "recall" of the unmanned vehicle flow from zones approaching critical accumulation. A criterion of optimality has been obtained, stating that the flow is maximal if and only if it is impossible to find a route connecting the source to the sink in the residual network constructed taking into account the constraints of the macroscopic fundamental diagram. It has been shown that the model can serve as a reference computational core for the upper-level routing subsystem of an intelligent transport network, ensuring the prevention of network congestion and the maximization of the road network's throughput capacity.

Keywords: intelligent transport system, autonomous vehicles, maximum flow, Ford — Fulkerson algorithm, macroscopic fundamental diagram, Macroscopic Fundamental Diagram, nonlinear constraints, residual network, network control

References

- Lu N., et al. Connected Vehicles: Solutions and Challenges, *IEEE Internet of Things Journal*, 2014, vol. 1, no. 4, pp. 289–299. DOI: 10.1109/JIOT.2014.2327587
- Gusev S. A., Vasiliev D. A., Marosin V. S. Adaptaciya potokovoj zadachi k voprosam transportnoj logistiki [Adaptation of the Flow Problem to Transport Logistics Issues], *Logistika [Logistics]*, 2019, no. 12 (157), pp. 26–28. EDN KFIAUX (In Russian)
- Van de Weg G. S., et al. A Hierarchical Control Framework for Coordination of Intersection Signal Timings and Vehicle Trajectories in Connected Vehicle Environments, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2019, vol. 20, no. 4, pp. 1406–1419. DOI: 10.1109/TITS.2018.2850914
- Zhang J., et al. Analysis of Cooperative Driving Strategies at Road Network Level with Macroscopic Fundamental Diagram, *Transportation Research, Part C: Emerging Technologies*, 2022, vol. 135, art. 103503. DOI: 10.1016/j.trc.2021.103503
- Tilg G., et al. From Corridor to Network Macroscopic Fundamental Diagrams: A Semi-Analytical Approximation Approach, *Transportation Science*, 2023, vol. 57, no. 5, pp. 1190–1210. DOI: 10.1287/trsc.2022.0402
- Ford L. R., Fulkerson D. R. Maximal Flow Through a Network, *Canadian Journal of Mathematics*, 1956, vol. 8, pp. 399–404. DOI: 10.4153/CJM-1956-045-5
- Edmonds J., Karp R. M. Theoretical Improvements in Algorithmic Efficiency for Network Flow Problems, *Journal of the ACM*, 1972, vol. 19, no. 2, pp. 248–264. DOI: 10.1145/321694.321699
- Daganzo C. F. Urban Gridlock: Macroscopic Modeling and Mitigation Approaches, *Transportation Research, Part B: Methodological*, 2007, vol. 41, no. 1, pp. 49–62. DOI: 10.1016/j.trb.2006.03.001
- Geroliminis N., Daganzo C. F. Existence of Urban-Scale Macroscopic Fundamental Diagrams: Some Experimental Findings, *Transportation Research, Part B: Methodological*, 2008, vol. 42, no. 9, pp. 759–770. DOI: 10.1016/j.trb.2008.02.002
- A Hybrid Fundamental Diagram for Modeling Mixed Human and Automated Traffic Flow, in: *Proc. of 2021 IEEE International Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC)*, 2021, pp. 1–6. DOI: 10.1109/ITSC48978.2021.9564503
- Network Traffic Instability with Automated Driving and Cooperative Merging, *Transportation Research, Part C: Emerging Technologies*, 2022, vol. 138, art. 103639. DOI: 10.1016/j.trc.2022.103639
- Bazzan A. L. C., Klügl F. A Review on Agent-Based Technology for Traffic and Transportation, *The Knowledge Engineering Review*, 2014, vol. 29, no. 3, pp. 375–403. DOI: 10.1017/S0269888913000118
- Optimal Traffic Operation for Maximum Energy Efficiency in Signal-Free Urban Networks: A Macroscopic Analytical Approach, *Applied Energy*, 2023, vol. 329, art. 120128. DOI: 10.1016/j.apenergy.2022.120128
- Scalable Multi-Region Perimeter Metering Control for Urban Networks: A Multi-Agent Deep Reinforcement Learning Approach, *Transportation Research, Part C: Emerging Technologies*, 2023, vol. 148, art. 104036. DOI: 10.1016/j.trc.2023.104036
- Optimizing Multi-Modal Urban Traffic Flow: Utilizing Macroscopic Fundamental Diagram and Model Predictive Control, *Transportation Research, Part C: Emerging Technologies*, 2024, vol. 160, art. 104508. DOI: 10.1016/j.trc.2024.104508
- Macroscopic Fundamental Diagram-Based Integral Sliding Mode Perimeter Control for Oversaturated Regions, *Journal of Transportation Engineering, Part A: Systems*, 2024, vol. 150, no. 9, pp. 1–10.