УДК 681.518

Д. В. Сперанский, д-р техн. наук

Кафедра «Железнодорожная автоматика, телемеханика и связь»,
Российский университет транспорта

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ КОНТРОЛЬ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ МЕТОДОМ ОБРАЩЕНИЯ

Предлагается метод синтеза обращенной системы для заданной дискретной линейной динамической системы. Обращенная система предназначена для восстановления (инвертирования) неизвестного входного сигнала дискретной системы по ее наблюдаемому выходу. Такое инвертирование сейчас особенно востребовано, если оно может быть выполнено в том же темпе, что и функционирование исходной системы.

В статье рассматривается задача синтеза обращенной системы для двух видов линейных систем, называемых системами без потери информации. Показано, что для них решение такой задачи сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений. Математический аппарат для их решения давно и хорошо разработан. Для систем большой размерности эффективным в практических приложениях является, в частности, метод Гаусса, применение которого и проиллюстрировано в статье для синтеза обращенной системы.

Построенная обращенная система может быть использована в качестве главной компоненты встроенных схем, применяемых для функционального контроля линейных динамических систем.

техническая диагностика; система функционального контроля; линейные системы; системы без потери информации; метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений

DOI: 10.20295/2412-9186-2019-1-18-31.

Введение

Обратные задачи естествознания относятся к числу активно исследуемых, в том числе в рамках теории систем и теории управления. Эти задачи рассматривались в различных постановках начиная с середины прошлого века. Им посвящено большое количество публикаций. Обзор литературы лежит за рамками нашей статьи, поскольку такие обзоры уже имеются, например в [1]. Тем не менее укажем некоторые известные публикации. Так, в ставших классическими монографиях [2, 3] часть материала посвящена упомянутой проблематике.

В теории автоматического управления большой интерес проявляется к задачам робастного обращения систем. Цель такого обращения – восстановление неизвестного входного сигнала дискретной системы по ее измеряемому выходному сигналу. Этим задачам посвящена, к примеру, монография [4]. Среди недавних публикаций по рассматриваемой тематике назовем [5].

Заметим, что значительные трудности возникают, если решение задачи обращения должно быть выполнено в том же темпе, что и функционирование исходной системы. Это означает, что результат обращения должен синхронизироваться с текущими измерениями выходов исходной системы. Другими словами, результат на выходе обращенной (инвертированной) системы должен появляться по возможности с минимальной задержкой. Величина этой задержки зависит от времени инвертирования. Такие методы инвертирования сегодня наиболее востребованы.

Востребованность объясняется тем, что упомянутая особенность системы обращения позволяет эффективно решать задачи измерения мгновенных значений физических переменных. К их числу относятся задачи идентификации систем, планирования траекторий движения в робототехнике, контроля и диагностики цифровых систем различного назначения.

Известно, что такие измерения актуальны для идентификации систем, при планировании траекторий в робототехнике, при синтезе высокоточных систем наведения и т. д. Такие измерения используются также и при криптографическом преобразовании информации [6].

К области приложений методов обращения систем относится и обеспечение высокой надежности работы систем управления различного назначения. Один из эффективных способов такого обеспечения связан с использованием схем встроенного контроля (СВК). Основаны они на сравнении входных сигналов контролируемых систем с сигналами, восстанавливаемыми по их выходам с использованием обращенных систем. Рассогласование этих сигналов свидетельствует о неправильном функционировании исходной системы. Этот факт дает возможность зафиксировать ошибку в ранний момент ее появления, тем самым препятствуя ее распространению.

Использование СВК позволяет осуществлять функциональный контроль работы системы [7]. Такой контроль ведется непрерывно, параллельно с работой проверяемой системы, выполняющей свои прямые функции.

В отличие от тестового контроля, требующего прерывания работы проверяемой системы, функциональный контроль необходим в тех случаях, когда прерывание невозможно по условиям эксплуатации.

Настоящая статья посвящена задаче синтеза обращенной системы для дискретных линейных стационарных динамических систем, которая может быть использована в качестве «ядра» СВК.

1. Математическая модель дискретной линейной динамической системы

Далее в качестве названной модели будет использована линейная последовательностная машина (для краткости будем именовать ее линейным автоматом (ЛА)), ее детальное описание дается, например, в [8]. Напомним, что ЛА задается над конечным полем $GF\left(p\right)=\left\{0,1,\ldots,p-1\right\}$, где p – простое число. Введем следующие обозначения:

$$\overline{u}(t)=(u_1,...,u_l)',\quad \overline{y}(t)=[y_1,...,y_m]',\quad \overline{s}(t)=[s_1(t),...,s_n(t)]',$$

где $\overline{u}(t),\overline{y}(t),\overline{s}(t)$ – соответственно входной, выходной векторы и вектор состояния; под состоянием ЛА понимается упорядоченная совокупность состояний элементов задержек, входящих в состав ЛА; число n называют размерностью ЛА.

Функционирование ЛА $\tilde{A}$ задается уравнениями переходов и выходов

$$\overline{s}(t+1)=A\overline{s}(t)+B\overline{u}(t); \tag{1}$$

$$\overline{y}(t)=Cs(t)+D\overline{u}(t), \tag{2}$$

где $A=[a_{ij}]_{n\times n}, B=[b_{ij}]_{n\times l}, C=[c_{ij}]_{m\times n}, D=[d_{ij}]_{m\times l}$ – характеристические матрицы, элементы которых принадлежат $GF(p)$.

В [8] приведены следующие формулы для вычисления конечного состояния и выходной реакции ЛА на входную последовательность $\overline{u}(0),\overline{u}(1),...,\overline{u}(k)$:

$$\overline{s}(k+1)=A^{k+1}\overline{s}(0)+A^kB\overline{u}(0)+A^{k-1}B\overline{u}(1)+...+AB\overline{u}(k-1)+B\overline{u}(k); \tag{3}$$

$$\overline{y}(k)=CA^k\overline{s}(0)+CA^{k-1}B\overline{u}(0)+CA^{k-2}B\overline{u}(1)+...+CB\overline{u}(k-1)+D\overline{u}(k). \tag{4}$$

Если обозначить через S,U,Y множества состояний, входов и выходов ЛА, то формулы (1) и (2) реализуют соответственно отображения $S\times U\to S$ и $S\times U\to Y$. Каждому ЛА $\tilde{A}$ можно поставить в соответствие естественное отображение вход – выход, преобразующее последовательность входных сигналов $F(U)$ из множества U в последовательность выходных сигналов $F(Y)$ при известном начальном состоянии $\overline{s}(0)$ ЛА $\tilde{A}$. Обозначим это отображение следующим образом:

$$G_{\tilde{A}}:F(U)\to F(Y). \tag{5}$$

Ниже будут рассмотрены две разновидности задачи обращения ЛА. В общем обе эти задачи можно неформально сформулировать таким образом: для заданного ЛА $\tilde{A}$, функционирование которого описывается уравнениями (1) и (2), построить обращенную линейную систему (обозначим ее через $\tilde{A}^{-1}$), для которой должно выполняться равенство

$$G_{\tilde{A}^{-1}}(G_{\tilde{A}}) = F(U), \tag{6}$$

содержательно представляющее собой последовательно выполняемые отображения

$$F(U) \xrightarrow{G_{\tilde{A}}} F(Y) \xrightarrow{G_{\tilde{A}^{-1}}} F(\mathrm{U}).$$

2. Синтез обращенной системы для линейной динамической системы без потери информации

В работе А. Хаффмена [9] было введено понятие автомата без потери информации (БПИ). Он позволяет восстановить входную последовательность по наблюдаемому выходу и известному начальному состоянию с использованием предварительно проведенного с ним дополнительного эксперимента.

А. Гилл в [8] сформулировал аналог этого понятия для линейного автомата, который при восстановлении не предполагает применение какого-либо дополнительного эксперимента. В [8] приведено легко проверяемое необходимое и достаточное условие, чтобы ЛА был автоматом БПИ. Оно заключается в следующем: ранг матрицы D в уравнении (2) должен равняться числу l входов ЛА ($rank(D) = l$).

Обратимся теперь к методу синтеза обращенной системы для ЛА БПИ. Пусть в момент времени t известен вектор выхода $\overline{y}(t)$ и состояние $\overline{s}(t)$ ЛА. Из (2) следует, что

$$D\overline{u}(0) = \overline{y}(0) - C\overline{s}(0), \tag{7}$$

где $\overline{s}(0)$ – известное начальное состояние ЛА; $\overline{u}(0)$ – его вход в момент времени $t = 0$.

Последнее соотношение будем рассматривать как систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно координат неизвестного входного вектора $\overline{u}(0)$.

Поскольку $rank(D) = l$, где $l \neq 0$, то, согласно алгебре, система (7) имеет единственное решение $\overline{u}(0)$. Зная его, по формуле (1) вычисляется $\overline{s}(1) = A\overline{s}(0) + B\overline{u}(0)$, а затем и вектор $\overline{u}(1)$ из равенства $\overline{y}(1) - C\overline{s}(1) = D\overline{u}(1)$. По индукции легко вычислить и остальные неизвестные входные сигналы ЛА. Понятно, что если $l = 1$, т. е. ЛА имеет только один вход, то он является автоматом БПИ, когда матрица D отлична от нулевой.

Проиллюстрируем сказанное на примере ЛА, заданного над полем $GF(2)=\{0,1\}$, следующими характеристическими матрицами $(n=4, m=4, l=2)$:

$$A=\begin{bmatrix}1110\\0100\\1001\\0110\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}10\\11\\00\\01\end{bmatrix}, C=\begin{bmatrix}1011\\1110\\0001\\0100\end{bmatrix}, D=\begin{bmatrix}01\\10\\11\\00\end{bmatrix}.$$

Поскольку $rank(D)=2$, то рассматриваемый ЛА является автоматом БПИ. Введем обозначения для входных, выходных векторов и векторов состояний:

$$\overline{u}(t)=(u_1,u_2)', \ \overline{y}(t)=(y_1,y_{2,}y_3,y_4)', \ \overline{s}(t)=(s_1,s_2,s_3,s_4)'.$$

Используя формулы (1) и (2), получим выражения для $\overline{y}(t)$:

$$\overline{y}(t)=\begin{bmatrix}1011\\1110\\0001\\0100\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}s_1\\s_2\\s_3\\s_4\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}01\\10\\11\\00\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}u_1\\u_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}s_1+s_3+s_4+u_2\\s_1+s_2+s_3+u_1\\s_4+u_1+u_2\\s_2\end{bmatrix}.$$

Теперь на этой основе получим выражение

$$\overline{u}(t)=\overline{y}(t)-C\overline{s}(t)=\begin{bmatrix}s_1+s_3+s_4+u_2\\s_1+s_2+s_3+u_1\\s_4+u_1+u_2\\s_2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}s_1+s_3+s_4\\s_1+s_2+s_3\\s_3\\s_2\end{bmatrix}.$$

Всвязи с тем что в нашем примере ЛА задан над полем $GF(2)$, арифметически в этом поле операция вычитания замещается операцией $\oplus$ (сложением по модулю 2). Для упрощения записи далее вместо этого знака будет использоваться обычный знак «+». С учетом сказанного и на основе известных тождеств булевой алгебры последняя СЛАУ принимает вид

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ u_1 \\ u_1+u_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}.$$

Из этой системы находим координаты неизвестного входного вектора ЛА $\overline{u}(t)=(u_1,u_2)'=(y_2,y_1)'$, выраженные через наблюдаемые выходы на первом и втором выходных полюсах ЛА. Таким образом, в нашем примере обращенная система для рассматриваемого ЛА получилась предельно простой – она должна выполнять перестановку местами первых двух выходных каналов. Следовательно, СВК, сравнивающая реальные входы ЛА с выходами его обратной системы, также предельно проста.

Очевидно, что параметры l и m ЛА БПИ должны быть связаны неравенством $m \geq l,$ поскольку при противоположном неравенстве восстановление неизвестной входной последовательности невозможно.

Остановимся на ситуации, когда $m=l.$ Покажем, что тогда обращенная система в общем случае упрощается.

В [10] было введено понятие избыточного выходного канала y_i ЛА БПИ. Канал y_i называется избыточным, если в любой момент автоматного времени значение выходного сигнала на нем есть линейная комбинация значений на остальных выходных каналах ЛА. ЛА называется неизбыточным по выходам, если в нем отсутствуют избыточные выходные каналы.

Если ЛА есть автомат БПИ, то строгое неравенство $m>l$ означает наличие в нем выходных каналов, которые для восстановления неизвестной входной последовательности излишни. Легко сообразить, что избыточный по выходам ЛА БПИ всегда можно преобразовать так, чтобы он не содержал избыточных выходов, но выполнял то же отображение «вход – выход», что и исходный автомат.

Если в системе $D\overline{u}(t)=\overline{y}(t)-C\overline{s}(t)$ матрица D квадратная $(l=m),$ то в случае ЛА БПИ эта система совместна (разрешима), причем имеет единственное решение при $|D| \neq 0.$ Из данного неравенства следует существование обратной матрицы $D^{-1}.$ Умножая слева на нее обе части последнего соотношения, получаем

$$\overline{u}(t)=D^{-1}(\overline{y}(t)-C\overline{s}(t)).$$

Это дает возможность сразу, не решая предыдущую СЛАУ, получить неизвестные входы ЛА БПИ, выраженные через наблюдаемые выходы. Таким образом, получаемая комбинационная схема, составляющая главную часть СВК, действительно упрощается.

Проиллюстрируем изложенное на примере ЛА над полем $GF(2)$, у которого матрицы A и B те же, что и в предыдущем примере, а матрицы C и D таковы:

$$C = \begin{bmatrix} 0011 \\ 1001 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 01 \\ 10 \end{bmatrix}.$$

Поскольку $rank(D) = 2$, этот ЛА есть автомат БПИ. Вычисляя обратную матрицу, получаем $D^{-1} = D$. Используя те же обозначения, что и в предыдущем примере, в результате вычислений имеем

$$\overline{y}(t) = \begin{bmatrix} 0011 \\ 1001 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 01 \\ 10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_3 + s_4 + u_2 \\ s_1 + s_4 + u_1 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Используя формулу (8) и тождества булевой алгебры, получаем восстановленные с помощью обращенной системы для рассматриваемого ЛА входные сигналы:

$$\overline{u}(t) = D^{-1}(\overline{y}(t) - C\overline{s}(t)) = \begin{bmatrix} 01 \\ 10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_3 + s_4 + s_3 + s_4 + u_2 \\ s_1 + s_4 + s_1 + s_4 + u_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}.$$

Итак, для рассматриваемого ЛА его обращенная система просто переставляет компоненты выходных каналов, и потому СВК в этом случае, как и в предыдущем примере, получается очень простой.

3. Синтез обратной системы с задержкой для линейной динамической системы

В статье С. Ивена [11] было введено понятие автомата БПИ конечного порядка. Этот автомат, стартующий из известного начального состояния, при подаче на него произвольной входной последовательности длины k и наблюдаемой при этом выходной последовательности позволяет однозначно восстановить первый символ входной последовательности. Минимальное значение k, при котором возможно такое восстановление, называется порядком этого автомата.

Автором предлагаемой статьи в [10] было введено обобщение описанного понятия на случай, когда начальное состояние автомата неизвестно. Такой автомат назван автоматом без существенных потерь БПИ порядка k (СБПИ-k). Понятно, что обращение такого автомата может быть использовано в качестве основного компонента СВК при его функциональном контроле. Особенность такой СВК состоит в том, что восстановление неизвестной входной последовательности СБПИ-k по выходной последовательности будет происходить с задержкой на k тактов.

В [10] описано условие того, что ЛА есть СБПИ-k. Условие это состоит в проверке отличия от нулевой специальной матрицы, содержащей в качестве блоков характеристические матрицы ЛА.

Перейдем к методу синтеза обратной системы с задержкой для ЛА СБПИ-k. Этот метод базируется на использовании конструкции, описанной в [10] при доказательстве условия принадлежности ЛА классу СБПИ-k.

Введем в рассмотрение векторы

$$\overline{a}(k) = (\, u_1(0),...,u_l(0),\ \ldots,\ u_1(k-1),...,u_l(k-1)\,,\ s_1(0),...,s_n(0))';$$

$$\overline{y}(k) = (y_1(0),...,y_m(0),...,y_1(k-1),...,y_m(k-1))'.$$

Далее сформируем следующие «блочные» матрицы:

$$G(0) = [D\,C];$$

$$G(1) = \begin{bmatrix} D\left[0\right]C \\ CB\; D\; CA \end{bmatrix}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$G(k) = \begin{bmatrix} D\left[0\right]C \\ CB\; D\left[0\right]CA \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ CA^{k-1}B\ \ CA^{k-2}B...CB\ \ D\ \ CA^{k} \end{bmatrix}.$$

Принцип формирования этих матриц легко просматривается в формуле (4).Так, последняя строка матрицы $G(k)$ содержит все те же компоненты, которые фигурируют в качестве слагаемых в (4), но на первые слева l позиций, используя правило циклического переноса, переносятся компоненты, представляющие собой коэффициенты при входных векторах $\overline{u}(0),\overline{u}(1),...,\overline{u}(l)$. Символ $\left[0\right]$ в строках матриц $G(k)$, где $k=1,2,...$, означает нулевую матрицу размерности $m \times q$. Число q вычисляется следующим образом. Обозначим через T общее число столбцов последней строки в матрице $G(k)$, где подматрица $\left[0\right]$ отсутствует. Через R обозначим общее число столбцов всех матриц, стоящих, например, в i-й строке матрицы $G(k)$ в соответствии с формулой (4). Тогда $q = T - R$. Таким образом, вставляемая в упомянутую i-ю строку матрицы $G(k)$ нулевая подматрица имеет размерность $m \times (T - R)$.

Используя введенные выше обозначения, запишем следующую СЛАУ в матричной форме:

$$G(k)\cdot\overline{a}(k)=\overline{y}(k). \qquad (9)$$

Понятно, что в матрице $G(k)$ первые слева l столбцов соответствуют координатам входных векторов $\overline{u}(0),...,\overline{u}(k-1)$, а следующие за ними столбцы соответствуют координатам векторов состояний $\overline{s}(0),...,\overline{s}(k-1)$. Добавим справа к этой матрице еще один столбец из компонент вектора $\overline{y}(k)$ – наблюдаемых выходов ЛА. Рассматривая (9) как СЛАУ, используем ее для нахождения неизвестных входных векторов $\overline{u}(0),...,\overline{u}(k-1)$.

Пусть общее число строк в матрице $G(k)$ равно d. Применим к полученной матрице метод Гаусса [12] решения СЛАУ для приведения ее к ступенчатому виду:

$$\begin{bmatrix} 1\ 0...0\ g_{1,r+1}\cdots g_{1,kl}\ b_1 \\ 0\,1...0\ \ g_{2,r+1}\cdots g_{2,kl}\ \ b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ 00...1\, g_{r,r+1}\cdots g_{r,kl}\ \ b_r \\ 00...0\, g_{r,r+1}\cdots g_{r+1,kl}\ b_{r+1} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ 00...0\, g_{d,r+1}\cdots g_{d,kl}\, b_d \end{bmatrix}. \qquad (10)$$

Здесь значения $b_1,...,b_d$ есть некоторые линейные комбинации координат выходных векторов $\overline{y}(0),\overline{y}(1),...,\overline{y}(k-1)$, полученные в процессе преобразования исходной системы методом Гаусса. Понятно, что в этой матрице $d\le m(k-1)$. Выделим в (10) подматрицу

$$\tilde{G}(k)=\begin{bmatrix} g_{1,r+1}\cdots g_{1,kl} \\ g_{2,r+1}\cdots g_{2,kl} \\ \cdots\cdots\cdots \\ g_{r,r+1}...g_{r,kl} \end{bmatrix}.$$

В [10] доказано, что если выделенная подматрица нулевая, то рассматриваемый ЛА есть СБПИ-k.

Рассмотрим следующий пример. Пусть над полем $GF(2)$ задан ЛА следующими характеристическими матрицами (($n=4, m=4,\ l=2$):

$$A = \begin{bmatrix} 1000 \\ 0100 \\ 0010 \\ 0001 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 10 \\ 00 \\ 11 \\ 01 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0100 \\ 0001 \\ 0000 \\ 0100 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 10 \\ 00 \\ 00 \\ 00 \end{bmatrix}.$$

Поскольку $rank(D) = 1,$ то этот автомат не является автоматом БПИ, но пусть известно, что он есть ЛА СБПИ-*k* при $k = 2.$

Предположим, что на ЛА подан неизвестный экспериментатору входной вектор $\overline{u}(0) = (u_1(0), u_2(0))',$ а на его выходе появился выходной вектор $\overline{y}(0) = (1,0,0,0)'.$ Построим матрицу

$$G(0) = \begin{bmatrix} 100100\ y_1(0) \\ 000001\ y_2(0) \\ 000000\ y_3(0) \\ 000100\ y_4(0) \end{bmatrix}.$$

Преобразуем ее по методу Гаусса и удалим из нее нулевые строки:

$$G(0) = \begin{bmatrix} 100100\ y_1(0) \\ 000100\ y_4(0) \\ 000001\ y_2(0) \end{bmatrix}.$$

В этой матрице отсутствует строка вида (010000), что говорит о невозможности восстановления координаты $u_2(0)$ входного вектора.

Пусть на ЛА подан еще один неизвестный входной вектор и на него получена наблюдаемая реакция в виде вектора $\overline{y}(1) = (0,0,0,0)'.$ Сформируем матрицу

$$G(1) = \begin{bmatrix} 10\,00\,01\,00\ y_1(0) \\ 00\,00\,00\,01\ y_2(0) \\ 00\,00\,00\,00\ y_3(0) \\ 00\,00\,00100\ y_4(0) \\ 00\,10\,01\,00\ y_1(1) \\ 01\,00\,00\,01\ y_2(1) \\ 00\,00\,00\,00\ y_3(1) \\ 00\,00\,01\,00\ y_4(1) \end{bmatrix}.$$

Преобразование ее по методу Гаусса с удалением нулевых строк дает матрицу

$$G(1)=\begin{bmatrix} 10\,000000 & y_1(0)+y_4(1) \\ 01\,000000 & y_2(0)+y_2(1) \\ 00\,100100 & y_1(1) \\ 00\,000100 & y_4(1) \\ 00\,000001 & y_2(0) \end{bmatrix}.$$

В последней матрице подматрица $\tilde{G}(1)=\begin{bmatrix} 0000 \\ 0000 \end{bmatrix}$. Тогда из первых двух уравнений СЛАУ, соответствующих матрице $G(1)$, находим первый неизвестный входной вектор, поданный на ЛА:

$$u_1(0)=y_1(0)+y_4(1)=1+0=1, u_2(0)=y_2(0)+y_2(1)=0+0=0. \quad (11)$$

Опишем способ построения обращенной системы для ЛА СБПИ-k. Она представляет собой схему с памятью, содержащую m сдвиговых регистров из k штук единичных задержек $З_i(i=1,2,...,k-1)$ и комбинационную схему с l выходами $u_i(i=1,2,...,l)$. В качестве входа i-й сдвиговый регистр получает сигнал с i-го выходного канала $y_i(i=1,2,...,m)$ ЛА. Этот сигнал в последующих тактах последовательно сдвигается в задержки $З_1, З_2, ..., З_{k-1}$ сдвигового регистра. Входами комбинационной схемы обращенной системы являются сигналы со всех выходных каналов ЛА и с выходов всех единичных задержек m сдвиговых регистров. Комбинационная схема должна реализовать l булевых функций $u_1, u_2, ..., u_l$, каждая из которых есть линейная комбинация значений, снимаемых с выходных каналов ЛА и с выходов задержек сдвиговых регистров.

В рассматриваемом примере обращенная система для ЛА имеет два регистра, содержащих по одной единичной задержке. Комбинационная схема обращенной системы реализует две булевы функции – u_1 и u_2, представленные в соотношении (11).

Заключение

В работе описаны методы построения обращенных систем, предназначенных для использования в качестве основных компонентов СВК, применяемых для функционального контроля.

Математической моделью исходной линейной дискретной динамической системы служит классическая линейная последовательностная машина (линейный автомат). В работе показано, что в случае, когда исходная система есть система без потери информации, в том числе и одна из ее модификаций (СБПИ-k), обращенная система оказывается достаточно простой.

Описаны методы синтеза таких обращенных систем, основанные на применении хорошо разработанного математического аппарата решения систем линейных алгебраических уравнений.

Представленные в статье результаты направлены на разработку методов построения обращенных систем для дискретных линейных систем, заданных над любыми конечными полями, что дает возможность использовать их для конструирования связки устройств кодер-декодер. Это обстоятельство расширяет область их применения – и для решения задач кодирования информации.

Библиографический список

1. Schutter B. Minimal State-Space Realization in Linear System Theory. An Overview / B. Schutter // Journal Comp. and Appl. Math. – 2000. – Vol. 121. – Pp. 331–354.
2. Калман Р. Очерки по математической теории систем / Р. Калман, П. Фалб, М. Арбиб. – М. : Едиториал УРСС, 2004. – 400 с.
3. Eilenberg S. Automata, Languages and Machines / S. Eilenberg. – N. Y. – L. : Acad. Press, 1974. – 387 p.
4. Ильин А. В. Методы робастного управления динамических систем / А. В. Ильин, С. К. Коровин, И. И. Фомичев. – М. : Физматлит, 2009. – 219 с.
5. Пушков С. Г. Обращение линейных систем на основе реализации в пространстве состояний / С. Г. Пушков // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2018. – № 1. – С. 9–19.
6. Ковалев Ф. М. Обратимые динамические системы с переменной размерностью в задачах криптографического преобразования информации / Ф. М. Ковалев, В. А. Козловский, В. Ф. Щербак // Прикладная дискретная математика. – 2008. – № 2. – С. 39–44.
7. Основы технической диагностики / Под ред. П. П. Пархоменко. – М. : Энергия, 1976. – 464 с.
8. Гилл А. Линейные последовательностные машины. Анализ, синтез и применение / А. Гилл. – М. : Наука, 1974. – 288 с.
9. Huffman D. A. Canonical forms for information lossless finite-state logical machines / D. A. Huffman // IRE Trans. Circuit Theory. Special supplement. – 1959. – Vol. CT-6. – Pp. 41–59.
10. Сперанский Д. В. Лекции по теории экспериментов с конечными автоматами / Д. В. Сперанский. – М. : Интернет университет информационных технологий ; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. – 287 с.
11. Even S. On information lossless automata of finite order / S. Even // IEEE Trans. Elect. Comput. – 1965. – Vol. C-14. – N 4. – Pp. 561–569.
12. Курош А. Г. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош. – СПб. : Лань, 2008. – 432 с.

Dmitry V. Speranskiy
Russian University of Transport, Moscow

Functional control of linear dynamic by system reversion method

A method for the synthesis of an reversed system for a given discrete linear dynamic system is proposed. The reversed system is designed to restore (invert) an unknown input signal of a discrete system from its observable output. Such an reversion is now especially relevant if it can be performed at the same temp as the operation of the original system. The demand is explained by the possibility of measuring the instantaneous values of physical quantities.

This feature is very important because it allows to solve many pressing problems. These include the problems of identifying systems, planning motion paths in robotics, control and diagnostic of digital systems.

The article deals with the problem of synthesizing an reversed system for two types of linear systems, called information lossless systems. It is shown that for them the solution of such a problem is reduced to solving systems of linear algebraic equations. The mathematical apparatus for solving them has long been well developed. For systems of large dimensionality, in practical applications, for example, the Gauss method is used. In the article the application of this method for the synthesis of an reversed system is illustrated.

The constructed reversed system can be used as the main component of embedded control circuits used for functional control of linear dynamic systems.

technical diagnostics; functional control system; linear systems; lossless system; Gauss method for solving systems of linear algebraic equations

References

1. Schutter B. (2000). Minimal State-Space Realization in Linear System Theory. An Overview. Journal Comp. and Appl. Math, vol. 121. – Pp. 331–354.
2. Kalman R., Falb P., Arbib M. (2004). Topics in Mathematical System Theory [Ocherki po matematicheskoj teorii system]. Moscow, Editorial URSS. – 400 p.
3. Eilenberg S. (1974). Automata, Languages and Machines. New York, London, Acad. Press. – 387 p.
4. Ilyin A. V., Korovin S. K., Fomichev I. I. (2009). Methods of robust control of dynamical systems [Metody robastnogo upravleniya dinamicheskih system]. Moscow, Fizmatlit. – 219 p.
5. Pushkov S. G. (2018). Reversion of linear systems based on the implementation in state space. [Obrashchenie linejnyh sistem na osnove realizacii v prostranstve sostoyanij] Izv. PAS. Theory and control systems [Izv RAN Teoriya i sistemy upravleniya, N 1. – Pp. 9–19.
6. Кovalev F. M., Кozlovsky V.A., Scherbak V. F. (2008). Reversible dynamical systems with variable dimension in problems of cryptographic transformation of information [Obratimye dinamicheskie sistemy s peremennoj razmernostyu v zadachah

kriptograficheskogo preobrazovaniya informacii]. Applied discrete mathematica [Prikladnaya diskretnaya matematika], N 2. – Pp. 39–44.
7. Parkhomenko P. P. (1976). Fundamentals of technical diagnostics [Osnovy tekhnicheskoj diagnostiki]. Moscow, Energy. – 464 p.
8. Gill A. (1974). Linear sequential circuits. Analysis synthesis and applications [Linejnye posledovatelnostnye mashiny Analiz sintez i primenenie]. Moscow, Nayka. – 288 p.
9. Huffman D. A. (1959). Canonical forms for information lossless finite-state logical machines. IRE Trans. Circuit Theory. Special supplement, vol. CT-6. – Pp. 41–59.
10. Speranskiy D. V. (2010). Lectures on the theory of experiments with finite automata [Lekcii po teorii ehksperimentov s konechnymi avtomatami]. Moscow, Internet University of Information Technology, BINOM. Laboratory of Knowledge. – 287 p.
11. Even S. (1965). On information lossless automata of finite order. IEEE Trans. Elect. Comput, vol. C-14, N 4. – Pp. 561–569.
12. Kurosh A. G. (2008). The course of higher algebra [Kurs vysshej algebry]. St. Petersburg, Lan. – 432 p.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Вл. В. Сапожниковым
Поступила в редакцию 15.10.2018, принята к публикации 28.11.2018

СПЕРАНСКИЙ Дмитрий Васильевич – доктор технических наук, профессор кафедры «Железнодорожная автоматика, телемеханика и связь» Российского университета транспорта, Москва.

e-mail: speranskiy.dv@gmail.com